Schmitt

Lehrbuch

der

Arithmetik

zum Gebrauche an

Fortbildungs-Schulen

und zum

Selbstunterrichte.

Mit Tabellen zu gegenseitigen Vergleichungen und Reduktionen in- und ausländischer Maße, Gewichte und Münzen nebst vielen Beispielen hierüber sowie über die verschiedenen Rechnungsarten im bürgerlichen Leben, über geometrisches und kaufmännisches Rechnen

von

D. Schmitt,

Lehrer der Mathematik an der k. Gewerbschule und lateinischen Schule zu Landau.

Mit einer Steindrucktafel.

Landau,
Verlag von Eduard Kaußler's Buchhandlung.
1865.

Druck von F. A. Blanck in Bergzabern.

Vorwort.

In vorliegendem Lehrbuche ist auf die Erklärungen, Begriffe, Regeln und Uebungsbeispiele, welche zu einem gründlicheren Studium der Arithmetik vereint nothwendig sind, hinlänglich Bedacht genommen; zugleich soll dasselbe auch Demjenigen, welcher schon aus der Schule getreten ist, noch als Handbuch dienen und in mancherlei Fällen nöthigen Aufschluß geben.

Die sonst üblichen, wenn auch nicht ganz richtigen, Ausdrucksweisen „n mal größer, n mal kleiner, n mal zu groß, n mal zu klein" wurden in der Lehre von den Brüchen der Kürze wegen beibehalten; dagegen wurden bei den Rechnungsarten mit benannten Zahlen der wesentliche und in den meisten Lehrbüchern weniger berücksichtigte Unterschied zwischen der Division als eigentlicher Theilung und als Messung mehr hervorgehoben, was zur größeren Klarheit sowohl für die einschlägigen Kapitel dieses Lehrbuches als auch für spätere Zweige der Mathematik überhaupt um so nothwendiger erscheint.

Die Münztabelle, welche bei vielen Rechnungsaufgaben als brauchbares Hilfsmittel dient und, gleich den übrigen Tabellen, dem Lernenden sowohl wie dem praktischen Geschäftsmanne und jedem Gebildeteren

überhaupt bei mancherlei Gelegenheiten erwünschte Auskunft gewährt, ist nach dem zuverlässigen und ausführlicheren Münz=, Maß= und Gewichtsbuch von Christ. und Friedrich Noback bearbeitet. Sollten einige von den Kapiteln als entbehrlich oder allzu weitgreifend erscheinen, wie z. B. die Reduktionen und das geometrische Rechnen, so sind dieselben so behandelt, daß sie leicht überschlagen werden können, ohne daß der Zusammenhang des Ganzen dabei beeinträchtigt wird.

Landau, am 26. Januar 1865.

Der Verfasser.

Inhalt.

	Seite.
Einleitung	1

I. Die vier Grundrechnungsarten mit unbenannten ganzen Zahlen.

Addition	2
Subtraktion	3
Multiplikation	3
Division	5
Von der Theilbarkeit der Zahlen	6

II. Die vier Grundrechnungsarten mit unbenannten gebrochenen Zahlen.

Von den gemeinen Brüchen überhaupt	9
Allgemeine Eigenschaften der Brüche	10
Eintheilung der Brüche	11
Vorübungen zu den Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen . .	12
Addition	13
Subtraktion	13
Multiplikation	14
Division	16
Uebungsbeispiele mit zusammengesetzten Brüchen	19
Von den Decimalbrüchen überhaupt	21
Addition	23
Subtraktion	24
Multiplikation	24
Abgekürzte Multiplikation	25

	Seite.
Division	27
Abgekürzte Division	30
Von den Kettenbrüchen	34

III. Die vier Grundrechnungsarten mit benannten ganzen und gebrochenen Zahlen.

Das französische Maß- und Gewichtssystem	
Längenmaß	39
Flächenmaß	40
Körpermaß und Hohlmaß	41
Gewicht	41
Das bayerische Maß und Gewicht	
Längenmaß	42
Flächenmaß	43
Körpermaß und Hohlmaße	44
Gewicht	46
Zeitrechnung	47
Eintheilung und gegenseitige Vergleichung der Münzen . . .	48
Das Reduciren und Resolviren	49
Beispiele über das Reduciren und Resolviren . . .	49
Addition	59
Subtraktion	62
Multiplikation	63
Flächen- und Körperberechnungen	66
Gemischte Beispiele über die Multiplikation . . .	71
Division	72
Beispiele über die Division als Theilung . . .	73
Beispiele über die Division als Messung	74
Geometrische Aufgaben	76
Gemischte Beispiele	80
Die Regel de Tri oder der Dreisatz überhaupt	82
Beispiele über die Multiplikations-Regel de Tri . .	83
Beispiele über die Divisions-Regel de Tri . . .	84
Beispiele über die Multiplikations- und Divisions-Regel de Tri	85
Beispiele über die Regel de Tri mit umgekehrten Verhältnissen	86
Durchschnitts-Rechnung	88

IV. Von den geometrischen Verhältnissen und Proportionen überhaupt. 90

Allgemeine Eigenschaften der geometrischen Proportionen . . .	91
Anwendung der geometrischen Proportionen auf die Auflösung von Aufgaben. (Regel de Tri)	93 / 95
Beispiele mit geraden Verhältnissen	95

	Seite.
Beispiele mit umgekehrten Verhältnissen . . .	95
Anwendung der geometrischen Proportionen auf die gegenseitige Reduktion verschiedener Münzen, Maße und Gewichte &c. . . .	97
Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Längenmaßes .	106
Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Flächenmaßes .	107
Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Kubikmaßes .	108
Die Zusammengesetzte Regel de Tri oder der Vielsatz . . .	109
Uebungsbeispiele	111
Die Kettenregel	114
Uebungsbeispiele	115
Procentrechnung	118
Beispiele über Procente im und vom Hundert . .	119
Beispiele über Procente auf's Hundert . . .	122
Zinsrechnung	123
Uebungsbeispiele	124
Gemischte Beispiele	126
Skonto- und Rabattrechnung	128
Beispiele über Diskonto auf's Hundert . . .	129
Beispiele über Diskonto vom Hundert	131
Gemischte Beispiele über Diskonto vom und auf's Hundert .	133
Terminrechnung	135
Beispiele bei gleichen Zinsfußen	135
Beispiele bei verschiedenen Zinsfußen	136
Beispiele, bei welchen nach dem Zahlungstermin des Restes gefragt wird, wenn die Abschlagszahlungen zu einer anderen als zur festgesetzten Zeit geleistet wurden . .	137
V. Handelsrechnungen.	138
Tara-, Gutgewicht und Fustirechnungen	139
Gewinn- und Verlustrechnung	141
Beispiele von Gewinn- und Verlustrechnungen ohne Rücksicht auf die Zeit	141
Beispiele von Gewinn- und Verlustrechnungen mit Rücksicht auf die Zeit	143
Gemischte Beispiele	144
Wechselreduktionen	145
Beispiele von direkten oder einfachen Wechselreduktionen .	145
Beispiele von indirekten oder zusammengesetzten Wechselreduktionen	149
Wechselpari	150
Arbitragerechnung	151
VI. Division in proportionirte Theile.	153
Beispiele von einfachen Gesellschaftsrechnungen . .	155
Beispiele von zusammengesetzten Gesellschaftsrechnungen .	156

	Seite.
Mischungsrechnungen	157
VII. Alligationsrechnung.	158
Das Feinrechnen nebst Beispielen	160
Den Gehalt der Einheit einer Mischung zu berechnen aus den Mengen und Gehalten der zu mischenden Bestandtheile . . .	161
Die Mengen der Bestandtheile zu berechnen aus den Werthen derselben und aus dem Werthe und der Menge der Mischung . .	162
Die Menge eines einzelnen Bestandtheiles zu berechnen aus dem Werthe desselben und aus der Menge des anderen Bestandtheiles und dem Werthe der Mischung	164
Den Werth des feinen Silbers oder Goldes zu berechnen aus dem Werthe des legirten und umgekehrt	167
VIII. Von den Münzen.	168
Berechnung des Rauhgewichtes	172
Berechnung des Feingewichtes	173
Berechnung der Anzahl der Stücke, welche auf das rauhe oder feine Vereinspfund oder auch auf die rauhe oder feine Vereinsmark gehen .	173
Berechnung des Feingehaltes	174
Werthsberechnung	175
Agiorechnung	177
IX. Tabellen über die Benennung, Eintheilung und Vergleichung der Maße und Gewichte verschiedener Staaten mit den neueren französischen und bayerischen, wie auch über Benennung, Eintheilung, Rauhgewicht, Feingehalt, Münzfuß und Werthsbestimmung ihrer Münzen noch dem 30=Thaler-, 45=Gulden- und $52\frac{1}{2}$=Guldenfuße.	179
1. Tabelle. Werkmaße	181
2. Tabelle. Ellenmaße	182
3. Tabelle. Wegmaße	183
4. Tabelle. Flächenmaße	183
5. Tabelle. Flüssigkeitsmaße	184
6. Tabelle. Frucht= oder Getreidemaße	187
7. Tabelle. Gewichte	188
8. Tabelle. Ueber Benennung, Eintheilung rc. der Münzen . .	192

Einleitung.

§. 1.

Die Arithmetik ist die Lehre von den Zahlen und ihren Verbindungen.

Eine Zahl ist ein Ausdruck für eine bestimmte Menge unter sich gleicher Dinge oder Einheiten.

Eine Zahl ist unbenannt, wenn die Einheit derselben nicht angegeben oder nicht genannt ist, z. B. 48, 94, 774 2c. In diesem Falle kann man sich jeden beliebigen Gegenstand als Einheit dazu denken.

Eine Zahl ist benannt, wenn die Einheit derselben angegeben oder genannt ist, z. B. 8 Zentner, 33 Gulden, 17 Jahre.

Die benannten Zahlen sind gleichnamig, wenn die Einheiten derselben die nämlichen sind, z. B. 4 Zentner und 9 Zentner; 40 Wochen und 3 Wochen; 8 Gulden und 34 Gulden.

Die benannten Zahlen sind ungleichnamig, wenn die Einheiten derselben verschieden sind, z. B. 4 Zentner und 9 Pfund; 40 Wochen und 3 Tage; 8 Gulden und 34 Kreuzer.

§. 2.

Bei den benannten Zahlen unterscheidet man Einheiten niedrigerer Ordnung und Einheiten höherer Ordnung. Eine bestimmte Menge Einheiten niedrigerer Ordnung gibt immer 1 Einheit nächst höherer Ordnung, z. B. 4 Quint geben 1 Loth, 32 Loth geben 1 Pfund, 100 Pfund geben 1 Zentner 2c.

In unserem Zahlensystem geben immer 10 Einheiten niedrigerer Ordnung 1 Einheit nächst höherer Ordnung.

Es geben also 10 Einer 1 Zehner, 10 Zehner geben 1 Hunderter, 10 Hunderter geben 1 Tausender, 10 Tausender geben 1 Zehntausender, 10 Zehntausender geben 1 Hunderttausender 2c. In einer mehrzifferigen Zahl bedeutet die äußerste Ziffer rechts die Einheiten niedrigster und die äußerste Ziffer links die Einheiten höchster Ordnung. Die erste Ziffer rechts bedeutet daher Einer, die zweite Zehner, die dritte Hunderter, die vierte Tausender 2c., und so bedeutet jede folgende Ziffer von rechts gegen links 10 mal größere Einheiten, als wenn sie an der vorhergehenden Stelle stände. Es hat daher jede Ziffer außer ihrem absoluten Werthe auch noch einen Stellenwerth.

1. Aufgabe. Eine mit Ziffern geschriebene Zahl richtig auszusprechen.

2. Aufgabe. Eine ausgesprochene Zahl mit Ziffern richtig anzuschreiben.

§. 3.

Sind zwei oder mehrere Zahlen mit einander zu verbinden zu einer neuen Zahl, so wird die Art ihrer Verbindung dadurch ausgedrückt, das man gewisse Zeichen dazwischen setzt. Diese Zeichen, die den Befehl ausdrücken, was mit den gegebenen Zahlen geschehen soll und die deßhalb auch Operationszeichen heißen, sind folgende:

Das Additionszeichen + (und oder plus).

Das Subtraktionszeichen — (weniger oder minus).

Das Multiplikationszeichen $\times$ oder · (multiplicirt mit oder mal).

Das Divisionszeichen : (dividirt durch), oder man setzt statt des Doppelpunktes einen Querstrich (Bruchstrich), so daß die zu theilende Zahl oberhalb und die andere unterhalb des Striches steht.

Werden zwei gleiche Zahlenverbindungen miteinander verglichen, so setzt man zwischen sie das Gleichheitszeichen = (ist gleich oder aequale), und die Verbindung zweier gleicher Zahlenausdrücke durch das Gleichheitszeichen nennt man eine **Gleichung** z. B. $8 - 4 + 6 = 10$ ebenso $4 \cdot 8 + 6 = 40 - 2$ ꝛc.

Wird ein Zahlenausdruck, der größer oder kleiner ist als ein anderer, mit letzterem verglichen, so setzt man das Zeichen $>$ oder $<$ dazwischen, so daß die offene Seite des Zeichens immer gegen das Größere gekehrt ist, z. B. $4 \times 8 > 20$ (4 $\times$ 8 ist größer als 20) ebenso $\frac{1}{6} < \frac{1}{2}$ ($\frac{1}{6}$ ist kleiner als $\frac{1}{2}$).

I. Die vier Grundrechnungsarten mit unbenannten ganzen Zahlen.

Addition.

§. 4.

Addiren oder Zusammenzählen heißt eine Zahl suchen, welche zwei oder mehreren gegebenen Zahlen zusammengenommen gleich ist. Beim Addiren sind folgende Zahlen zu unterscheiden:

1) Diejenigen Zahlen, welche addirt werden sollen und heißen **Summanden** oder **Posten**.

2) Diejenige Zahl, welche allen Summanden zusammengenommen gleich ist und heißt **Summe**.

```
 4 0 7 3 2 )
 8 4 3 2 5 |
   9 7 0 4 |= Summanden.
       8 6 |
 6 8 3 2 4 )
-----------
2 0 3 1 7 1 = Summe.
```

Additionsbeispiele, worin die Summanden nebeneinander statt unter einander stehen, wie z. B. 45804 + 328 + 85 + 549 + 1545 = 48311.

1. Anmerkung. Auch eine angedeutete Addition heißt Summe und zwar formelle Summe und diese kann statt der entwickelten gesetzt werden, z. B. die formelle Summe 4 + 7 + 5 statt der entwickelten Summe 16.

2. Anm. Beim Addiren ist es einerlei, in welcher Ordnung man die Summanden zusammenzählt; es dürfen daher in jeder Summe die Summanden unter sich versetzt werden, z. B. wenn

5 + 3 + 10 + 8 + 4 = 30, so ist auch
5 + 4 + 8 + 3 + 10 = 30 oder
8 + 5 + 4 + 10 + 3 = 30 2c.

Subtraktion.

§. 5.

Subtrahiren oder abziehen heißt von einer Zahl so viele Einheiten hinwegnehmen als eine andere enthält oder auch den Unterschied zweier gegebener Zahlen finden. Beim Subtrahiren sind folgende Zahlen zu unterscheiden:

1) Diejenige Zahl, von welcher eine andere abgezogen werden soll und heißt **Minuend**.

2) Diejenige Zahl, welche abgezogen werden soll und heißt **Subtrahend**.

3) Diejenige Zahl, welche nach der Subtraktion übrig bleibt und heißt **Rest** oder **Unterschied** oder **Differenz**.

4 7 0 0 4 8	= Minuend.
4 8 9 7 2	= Subtrahend.
4 2 1 0 7 6	= Differenz.

Subtraktionsbeispiele, worin Minuend und Subtrahend neben einander statt unter einander stehen, wie z. B. 54328 — 35794 = 18534.

1. Anm. Auch eine angedeutete Subtraktion heißt Differenz und zwar formelle Differenz und diese kann statt der entwickelten gesetzt werden, z. B. die formelle Differenz 47 — 30 statt der entwickelten Differenz 17.

2. Anm. Addirt man den Rest zum Subtrahend, so erhält man den Minuend, und hierin besteht die Probe für die Subtraktion. Subtrahiren heißt daher auch: Zu einem gegebenen Minuend und Subtrahend eine solche Zahl suchen, welche, wenn man sie zum Subtrahend addirt, den Minuend wieder gibt.

3. Anm. Sind unter mehreren Zahlen einige zu addiren, einige zu subtrahiren, so ziehe man von der Summe der ersteren die Summe der letzteren ab, z. B. 32 — 48 — 50 + 70 — 10 + 25 = 127 — 108 = 19.

Multiplikation.

§. 6.

Multipliciren oder vervielfältigen heißt eine Zahl so oft als Summand setzen, als eine andere anzeigt, und die Summe davon

angeben, oder auch eine Zahl so oft nehmen als eine andere anzeigt, z. B. 5 × 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20. Beim Multipliciren sind folgende Zahlen zu unterscheiden:

1) Diejenige Zahl, welche multiplicirt werden soll und heißt **Multiplikand.**

2) Diejenige Zahl, mit welcher multiplicirt werden soll und heißt **Multiplikator.**

3) Die durch die Multiplikation hervorgebrachte Zahl und heißt **Produkt.**

```
     5 4 7 3 = Multiplikand }
       8 4 5 = Multiplikator } = Faktoren des Produkts.
   ---------
   2 7 3 6 5 }
 2 1 8 9 2   } = Einzelne Produkte oder Partialprodukte.
4 3 7 8 4    }
-------------
4 6 2 4 6 8 5 = Produkt.
```

1. Anm. Den Multiplikand und Multiplikator nennt man auch die Faktoren des Produkts.

2. Anm. Auch eine angedeutete Multiplikation nennt man Produkt und zwar formelles Produkt und dieses kann statt des entwickelten gesetzt werden, z. B. das formelle Produkt 12 × 4 statt des entwickelten Produkts 48.

3. Anm. Ein Produkt kann auch aus mehreren Faktoren bestehen, und es dürfen in jedem Produkt die Faktoren unter sich versetzt werden, z. B. wenn

4 × 3 × 5 × 10 = 600 ist, so ist auch
3 × 10 × 4 × 5 = 600 oder
10 × 3 × 5 × 4 = 600 ꝛc.

4. Anm. Ist in einem Produkt ein Faktor Null, so ist auch das ganze Produkt Null, z. B. 2 . 8 . 0 . 14 . 3 = 0.

5. Anm. Eine Zahl wird multiplizirt mit 10 oder 100 oder 1000 ꝛc., indem man ihr 1 oder 2 oder 3 ꝛc. Nullen anhängt, z. B. 64 × 100 = 6400; 40 × 10 = 400; 100 × 10 × 100 = 100000.

6. Anm. Ein Produkt wird multiplizirt, indem man blos einen Faktor davon multiplizirt, z. B.

(3 . 4 . 7) × 3 = 9 . 4 . 7 = 252 oder
(3 . 4 . 7) × 3 = 3 . 12 . 7 = 252 oder
(3 . 4 . 7) × 3 = 3 . 4 . 21 = 252.

7. Anm. Endigen die Faktoren mit Nullen, so werden diese dem Produkt, welches man aus den übrigen Ziffern erhält, blos angehängt, z. B.

25400 × 23000 = 584200000.

```
    2 5 4(0 0
    2 3(0 0 0
  -----------
  7 6 2 0 0 0 0 0
5 0 8
-----------------
5 8 4 2 0 0 0 0 0
```

ferner $508420000 \times 640 = 325388800000$.

```
      5 0 8 4 2(0 0 0 0
              6 4(0
  ─────────────────────
  2 0 3 3 6 8 0 0 0 0 0 0
  3 0 5 0 5 2
  ─────────────────────
  3 2 5 3 8 8 8 0 0 0 0 0
```

Uebungsbeispiele.

1) $27554 \times 700400 = ?$
2) $28240 \times 207000 = ?$
3) $25400 \times 32000 = ?$
4) $340 \times 700 \times 7400 = ?$
5) $2100 \times 40 \times 7000 = ?$
6) $820 \times 100 \times 3400 \times 80 = ?$

Division.

§. 7.

Dividiren oder Theilen heißt eine Zahl in so und so viele gleiche Summanden zerlegen, als eine andere anzeigt, und einen davon nehmen, z. B. $48 : 4 = 1$ Summand von $12 + 12 + 12 + 12$, also $= 12$; oder auch angeben, wie oft eine Zahl in einer anderen enthalten ist.

Beim Dividiren sind folgende Zahlen zu unterscheiden:

1) Diejenige Zahl, welche dividirt werden soll und heißt **Dividend.**

2) Diejenige Zahl, durch welche dividirt werden soll und heißt **Divisor.**

3) Die Zahl, welche angibt, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist und heißt **Quotient.**

Dividend		Divisor		Quotient
2664	:	6	=	444

1. Anmerkung. Auch eine angedeutete Division nennt man Quotient und zwar formellen Quotient und dieser kann statt des entwickelten gesetzt werden, z. B. der formelle Quotient $54 : 6$ oder $\frac{54}{6}$ statt des entwickelten Quotienten 9.

2. Anm. Wird der Quotient mit dem Divisor multiplizirt, so erhält man den Dividend. Dividiren heißt daher auch: Zu einem gegebenen Dividend und Divisor eine solche Zahl suchen, welche, wenn man sie mit dem Divisor multiplizirt, den gegebenen Dividend wieder gibt. Multiplikation und Division dienen sich gegenseitig zur Probe.

3. Anm. Eine Zahl wird dividirt durch 10 oder 100 oder 1000 2c., indem man die letzte, die 2 letzten oder 3 letzten 2c. Ziffern abschneidet; die übrig gebliebenen Ziffern bedeuten Ganze, die abgeschnittenen bedeuten 10tel, oder 100tel oder 1000tel, z. B. $4735 : 10 = 473\frac{5}{10}$; $4735 : 1000 = 4\frac{735}{1000}$; $425000 : 10 = 42500$; $425000 : 1000 = 425$ 2c.

4. Anm. Der Quotient bleibt unverändert, wenn man Dividend und Divisor mit einer und derselben Zahl multiplizirt oder dividirt, z. B.

wenn $15 : 3 = 5$, so ist auch $(15 \cdot 4) : (3 \cdot 4)$ oder $60 : 12 = 5$;
wenn $18 : 6 = 3$, so ist auch $(18 \cdot 7) : (6 \cdot 7)$ oder $126 : 42 = 3$;
wenn $\frac{126}{36} = 3\frac{1}{2}$, so ist auch $\frac{126 : 6}{36 : 6}$ oder $\frac{21}{6} = 3\frac{1}{2}$ 2c.

5. Anm. Ein Produkt wird dividirt, indem man blos einen Faktor davon dividirt, z. B.

$$(48 \cdot 30 \cdot 12) : 6 = \frac{48}{6} \cdot 30 \cdot 12 = 8 \cdot 30 \cdot 12 = 2880 \text{ oder}$$

$$(48 \cdot 30 \cdot 12) : 6 = 48 \cdot \frac{30}{6} \cdot 12 = 48 \cdot 5 \cdot 12 = 2880 \text{ oder}$$

$$(48 \cdot 30 \cdot 12) : 6 = 48 \cdot 30 \cdot \frac{12}{6} = 48 \cdot 30 \cdot 2 = 2880.$$

Oder auch:

$$\frac{48 \cdot 30 \cdot 12}{6} = \frac{48}{6} \cdot 30 \cdot 12 = 48 \cdot \frac{30}{6} \cdot 12 = 48 \cdot 30 \cdot \frac{12}{6} = 2880$$

6. Anm. Und umgekehrt kann man in einem Produkt, worin ein Faktor ein Quotient ist, den Divisor dieses Quotienten für sämmtliche Faktoren des Produkts zugleich setzen, z. B. $35 \cdot \frac{10}{7} \cdot 2 = \frac{35 \cdot 10 \cdot 2}{7} = 100.$

7. Anm. Ist der Divisor einzifferig, so kann auch aufwärts dividirt werden, indem man nämlich die einzelnen Vielfachen des Divisors in Gedanken vom Dividend abzieht und die jedesmaligen Reste über jene Ziffer des Dividenden schreibt, von welchen man abgezogen hat, z. B.

$$4\,\overset{6}{8}\,\overset{2}{5}\,\overset{1}{2}\,\overset{5}{2}\,\overset{5}{4}\,\overset{4}{3} : 7 = 6\,9\,3\,1\,7\,7\tfrac{4}{7}.$$

$$4\,0\,0\,\overset{1}{6}\,\overset{3}{8}\,\overset{4}{4} : 5 = 8\,0\,1\,3\,6\tfrac{4}{5}.$$

8. Anm. Endigt der Divisor mit Nullen, so kann man diese und eben so viele Ziffern im Dividend streichen und die Rechnung an den übrig gebliebenen Ziffern ausführen; beim Rest der Division aber werden die beiderseits gestrichenen Ziffern wieder eingesetzt, z. B. $174009 : 8400 = 1740(09 : 84(00 = 20\frac{6009}{8400}.$

$$\frac{168}{60}$$

Von der Theilbarkeit der Zahlen.

§. 8.

Eine Zahl ist durch eine andere ohne Rest theilbar, wenn sie ein Vielfaches derselben ist, so z. B. ist 48 theilbar durch 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16 und 24.

§. 9.

Ist eine Zahl nur durch 1 und durch sich selbst ohne Rest theilbar, so heißt sie eine **Primzahl**; ist sie aber außerdem noch durch eine andere Zahl ohne Rest theilbar, so heißt sie eine **zusammengesetzte**. Eine Zahl, die durch 2 ohne Rest theilbar ist, heißt eine gerade; außerdem aber heißt sie eine ungerade.

Primzahlen sind: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 . . .

Zusammengesetzte Zahlen sind: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21 . . .

§. 10.

Eine Zahl ist ohne Rest theilbar:

1) Durch 2, wenn sie eine gerade ist, wenn also ihre letzte Ziffer 0 oder 2 oder 4 oder 6 oder 8 ist.

2) Durch 3 oder 9, wenn die Quersumme ihrer Ziffer durch 3 oder 9 theilbar ist, so z. B. ist 4599 theilbar durch 3 und 9, weil die Quersumme der Ziffern = 4 + 5 + 9 + 9 = 27, und 27 durch 3 und 9 theilbar ist; ferner ist 951 theilbar durch 3, weil die Quersumme der Ziffer = 9 + 5 + 1 = 15, und 15 durch 3 theilbar ist.

3) Durch 4, wenn ihre 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar oder Nullen sind, z. B. 5784 ist durch 4 theilbar, weil 84 durch 4 theilbar ist. 1700 ist durch 4 theilbar, weil 100 durch 4 theilbar ist, also muß auch das 17fache von 100 durch 4 theilbar sein.

4) Durch 5, wenn ihre letzte Ziffer ein Null oder 5 ist.

5) Durch 6, wenn sie eine gerade und zugleich durch 3 theilbar ist.

6) Durch 8, wenn ihre 3 letzten Ziffern durch 8 theilbar oder Nullen sind, z. B. 57328 ist durch 8 theilbar, weil 328 durch 8 theilbar ist. 18000 ist durch 8 theilbar, weil 1000 durch 8 theilbar ist, also muß auch das 18fache von 1000 durch 8 theilbar sein.

7) Durch 10, 100, 1000 ꝛc., wenn sie mit 1, 2, 3 ꝛc. Nullen endigt.

§. 11.

Sind 2 oder mehrere Zahlen durch eine und dieselbe Zahl theilbar d. h. haben diese Zahlen einen gemeinschaftlichen Divisor, so heißen sie **zusammengesetzt unter sich**, außerdem heißen sie **Primzahlen unter sich**, z. B. die Zahlen 15 und 20 sind zusammengesetzt unter sich, weil sie die Zahl 5 zum gemeinschaftlichen Divisor haben; dagegen sind z. B. die Zahlen 20 und 27 Primzahlen unter sich und haben nur 1 zum gemeinschaftlichen Divisor, obwohl jede für sich eine zusammengesetzte ist.

§. 12.

Ist eine Zahl durch 2 oder mehrere Zahlen, welche Primzahlen unter sich sind, ohne Rest theilbar, so ist sie es auch durch das Produkt dieser Zahlen z. B. 60 ist theibar durch 2, 3 und 5, also auch theilbar durch 2 · 3 · 5 oder 30. Ferner ist z. B. 108 theilbar durch 4 und 9, also auch theilbar durch 4 · 9 oder 36.

§. 13.

Der gemeinschaftliche Divisor oder das gemeinschaftliche Maß überhaupt ist diejenige Zahl, welche in 2 oder mehreren gegebenen Zahlen ohne Rest enthalten ist; das größte gemeinschaftliche Maß aber ist diejenige größte Zahl, welche in 2 oder mehreren gegebenen Zahlen ohne Rest enthalten ist, z. B. zu den Zahlen 12, 36 und 48 sind 2, 3, 4, 6 und 12 die gemeinschaftlichen Maße, aber 12 ist das größte gemeinschaftliche Maß.

§. 14.

Aufgabe. Zu zwei Zahlen das größte gemeinschaftliche Maß zu finden.

Auflösung. Man dividire mit der kleineren Zahl in die größere, geht die Division auf, so ist die kleinere Zahl selbst das größte gemeinschaftliche Maß. Bleibt aber ein Rest, so dividire man mit diesem in die kleinere Zahl, geht die Division auf, so ist dieser Rest das größte gemeinschaftliche Maß. Bleibt aber wieder ein Rest, so dividire man mit diesem in den vorhergehenden und fahre so fort, mit dem jedesmaligen Rest in den vorhergehenden zu dividiren, bis die Division aufgeht, der letzte Divisor ist dann das größte gemeinschaftliche Maß. Ist aber der letzte Divisor = 1, so sind die zwei gegebenen Zahlen Primzahlen unter sich.

Beispiele.

1) Zu 279 und 62 das größte gemeinschaftliche Maß zu bestimmen.

Auflösung: 279 : 62 = 4
248
62 : 31 = 2
62
0

Das größte gemeinschaftliche Maß ist 31. Da nämlich 31 in 62 gerade 2 mal, 62 aber in 279 wieder 4 mal enthalten ist und noch 31 selbst als Rest bleibt, so ist 31 in 279 jetzt $2 \times 4 + 1 = 9$ mal ohne Rest enthalten.

2) Zu 4276 und 215 das größte gemeinschaftliche Maß zu bestimmen.

Auflösung: 4276 : 215 = 19
215
2126
1935
215 : 191 = 1
191
191 : 24 = 7
168
24 : 23 = 1
23
23 : 1 = 23
23
0

Die Zahlen 4276 und 215 haben nur 1 als größtes gemeinschaftliches Maß, sind also Primzahlen unter sich.

Man suche noch das größte gemeinschaftliche Maß zu a) 41454 und 8118. b) 65622 und 882. c) 4587 und 1441. d) 240024 und 27384. e) 779 und 589. f) 11728 und 144.

§. 15.

Der gemeinschaftliche Dividend oder das gemeinschaftliche Vielfache überhaupt ist diejenige Zahl, in welcher 2 oder mehrere

gegebene Zahlen ohne Rest enthalten sind, der kleinste gemeinschaftliche Dividend aber ist diejenige kleinste Zahl in welcher 2 oder mehrere gegebene Zahlen ohne Rest enthalten sind, z. B. zu den Zahlen 3, 4, 6, 12 und 24 sind die Zahlen 24, 48, 72 ꝛc. gemeinschaftliche Dividenden, aber 24 ist der kleinste gemeinschaftliche Dividend.

§. 16.

Aufgabe. Zu mehreren Zahlen den kleinsten gemeinschaftlichen Dividend zu finden.

Auflösung. Man durchstreiche diejenigen Zahlen, welche in größeren ohne Rest enthalten sind, die noch übrigen dividire man, von 2 anfangend, durch einfache gemeinschaftliche Divisoren; das Produkt dieser Divisoren der übrig gebliebenen Zahlen und der nicht weiter in einander enthaltenen Quotienten ist der kleinste gemeinschaftliche Dividend.

Beispiele.

1) Zu den Zahlen 3, 4, 8, 20, 36, und 60 den kleinsten gemeinschaftlichen Dividend zu finden.

Auflösung:						
2	3	4	8	20	36	60
2			4		18	30
					9	15
3			2		3	5

Kleinster gemeinschaftlicher Dividend = 2 · 2 · 3 · 2 · 3 · 5 = 360.

2) Zu den Zahlen 3, 5, 16, 18, 20 und 21 den kleinsten gemeinschaftlichen Dividend zu finden.

Auflösung:						
2	3	5	16	18	20	21
2			8	9	10	7
3			4	3	5	

Kleinster gemeinschaftlicher Dividend = 2 · 2 · 3 · 4 · 3 · 5 · 7 = 5040.

Man suche noch den kleinsten gemeinschaftlichen Dividend zu a) 3, 8, 15, 32, 40, 24. b) 9, 4, 3, 6, 5, 10, 35, 7, 21. c) 5, 7, 51, 3, 35, 30. d) 7, 15, 14, 30, 35, 10. e) 4, 26, 14, 78, 42, 16.

II. Die vier Grundrechnungsarten mit gebrochenen Zahlen.

Von den gemeinen Brüchen überhaupt.

§. 17.

Unter einem Bruch oder einer gebrochenen Zahl versteht man einen oder mehrere von den Theilen, die man erhält, wenn man ein Ganzes in lauter gleiche Theile theilt.

§. 18.

Jeder Bruch besteht aus 2 Zahlen, nämlich aus dem Nenner unterhalb und dem Zähler oberhalb des Bruchstriches. Der Nenner

drückt aus, in wie viele gleiche Theile ein Ganzes getheilt werden soll und zeigt daher die **Größe** oder den **Werth** jedes der gleichen Theile an. Der Zähler drückt aus, wie viele von diesen gleichen Theilen genommen werden sollen und gibt daher die **Anzahl** oder die **Menge** der gleichen Theile an, die genommen werden soll.

§. 19.

Was heißt demnach $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{20}{39}$ 2c.?
Antwort: $\frac{3}{4}$ heißt: Ein Ganzes ist in 4 gleiche Theile, die man Viertel nennt, zu theilen, und davon sollen 3 genommen werden. Oder $\frac{3}{4}$ heißt: Man soll den 4ten Theil von 3 Ganzen nehmen, und dieses geschieht, indem man von jedem der 3 Ganzen $\frac{1}{4}$ nimmt, und man erhält $\frac{3}{4}$. Einfacher: Indem man 1 von den 3 Ganzen in 4 gleiche Theile theilt und 3 davon nimmt.

$\frac{17}{5}$ heißt: Von 4 Ganzen ist jedes in 5 gleiche Theile, die man Fünftel nennt, zu theilen und von den 20 Fünfteln, die dadurch entstehen, sind 17 zu nehmen und man erhält $\frac{17}{5}$ oder $3\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$. Oder $\frac{17}{5}$ heißt: Man soll den 5ten Theil von 17 Ganzen nehmen und man erhält $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$. Ebenso lassen sich alle anderen Brüche auf zweifache Art erklären.

Anmerkung. Jeder Bruch ist auch ein formeller Quotient wobei der Zähler der Dividend und der Nenner der Divisor ist, z. B. $\frac{16}{7}$ statt 16 : 7 oder $2\frac{2}{7}$.

Allgemeine Eigenschaften der Brüche.

§. 20.

Läßt man in einem Bruche den Nenner unverändert, den Zähler aber immer größer (oder kleiner) werden, so wird dadurch der Werth des Bruches immer größer (oder kleiner). Denn dadurch, daß der Nenner unverändert bleibt, wird angezeigt, daß das Ganze immer noch in die nämliche Anzahl gleicher Theile getheilt wird, daß also auch die Theile selbst nicht größer und nicht kleiner werden; dadurch aber, daß der Zähler immer größer (oder kleiner) wird, wird angezeigt, daß immer mehr (oder weniger) von den gleichen Theilen genommen werden; es wird daher auch der Werth des Bruches immer größer (oder kleiner), z. B. $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{6}{7} < \frac{7}{7} < \frac{8}{7} <$ 2c.
$\frac{9}{5} > \frac{8}{5} > \frac{7}{5} > \frac{6}{5} > \frac{5}{5} > \frac{4}{5}$ 2c.

§. 21.

Läßt man in einem Bruche den Zähler unverändert, den Nenner aber immer größer (oder kleiner) werden, so wird dadurch der Werth des Bruches immer kleiner (oder größer). Denn dadurch, daß der Zähler unverändert bleibt, wird angezeigt, daß immer noch die nämliche Anzahl gleicher Theile genommen wird; dadurch aber, daß der Nenner immer größer (oder kleiner) wird, wird angezeigt, daß das Ganze in immer mehr (oder weniger) gleiche Theile getheilt wird,

und die Theile müssen dadurch immer kleiner (oder größer) werden. Man hat daher immer noch dieselbe Anzahl gleicher Theile, aber die Theile selbst sind immer kleiner (oder größer), mithin wird auch der Werth des Bruches immer kleiner (oder größer), z. B.

$\frac{5}{6} > \frac{5}{7} > \frac{5}{8} > \frac{5}{9}$ 2c.

$\frac{11}{23} < \frac{11}{24} < \frac{11}{25} < \frac{11}{26}$ 2c. Aus §. 20 und 21 folgt:

1. Anmerkung. Einen Bruch macht man n mal größer, d. h. man multiplizirt ihn mit irgend einer Zahl n, indem man entweder blos den Zähler mit der Zahl n multiplizirt oder blos den Nenner durch die Zahl n dividirt, z. B. $\frac{7}{8} \times 5 = \frac{7 \times 5}{8} = \frac{35}{8}$, und $\frac{35}{8}$ ist 5 mal so viel als $\frac{7}{8}$. Ferner $\frac{14}{15} \times 5 = \frac{14}{15 : 5} = \frac{14}{3}$, und $\frac{14}{3}$ ist 5 mal so viel als $\frac{14}{15}$. Ferner folgt aus §. 21 und 22:

2. Anm. Einen Bruch macht man n mal kleiner, d. h. man dividirt ihn durch irgend eine Zahl n, indem man entweder blos den Zähler durch die Zahl n dividirt oder blos den Nenner mit der Zahl n multiplizirt, z. B. $\frac{18}{7} : 3 = \frac{18 : 3}{7} = \frac{6}{7}$, und $\frac{6}{7}$ ist nur der dritte Theil von $\frac{18}{7}$. Ferner $\frac{5}{6} : 4 = \frac{5}{6 \times 4} = \frac{5}{24}$, und $\frac{5}{24}$ ist blos der vierte Theil von $\frac{5}{6}$. Aus dem Vorhergehenden folgt:

§. 22.

Man darf den Zähler und Nenner eines Bruches mit einer und derselben Zahl n multiplizíren oder auch dividiren und der Werth des Bruches bleibt dabei unverändert, z. B. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{24}{32}$ 2c. Ebenso $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Letzteres Verfahren nennt man das Heben oder Reduciren der Brüche.

Eintheilung der Brüche.

§. 23.

Man theilt die Brüche ein in zwei Hauptklassen, in künstliche und in gemeine. Künstliche Brüche sind solche, bei denen der Nenner nicht jede Zahl sein kann, bei denen also das Ganze nicht in jede beliebige, sondern nur in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt wird, so daß die Theilung nach einem bestimmten Gesetze geschieht. So z. B. wird das Ganze in 10tel, jedes 10tel wieder in 10tel getheilt und man erhält 10tel von 10teln oder 100tel vom Ganzen; jedes 100tel wird wieder in 10tel getheilt und man erhält 10tel von 100teln oder 1000tel vom Ganzen 2c. In diesem Falle ist der Nenner des Bruches entweder 10 oder 100 oder 1000 2c. Ebenso kann das Ganze z. B. in 12tel und jedes 12tel wieder in 12tel getheilt werden und man erhält 12tel von 12teln oder 144tel vom Ganzen; jedes 144tel kann dann wieder in 12tel getheilt werden und man erhält 12tel von 144teln oder 1728tel vom Ganzen 2c. In diesem

Fall ist der Nenner entweder 12 oder 144 oder 1728 ꝛc. Gemeine Brüche sind solche, bei welchen der Nenner jede beliebige Zahl sein kann.

Man theilt die Brüche ferner ein:

1) In echte, d. h. in solche, worin der Zähler kleiner ist als der Nenner. Solche Brüche bedeuten immer weniger als ein Ganzes, z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{23}$.

2) In unechte, d. h. in solche, worin der Zähler größer ist als der Nenner. Solche Brüche bedeuten immer mehr als ein Ganzes, z. B. $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{11}{7}$.

3) In Scheinbrüche, d. h. in solche, worin der Zähler durch den Nenner ohne Rest theilbar ist, z. B. $\frac{4}{4}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{1}$, $\frac{12}{3}$.

4) In einfache d. h. in solche, worin der Zähler und der Nenner eine einzige ganze Zahl ist.

5) In zusammengesetzte, d. h. in solche, worin der Zähler oder der Nenner oder beide zugleich aus einem oder mehreren Brüchen bestehen, z. B. $\frac{3\frac{4}{5}}{8}$, $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{8}}$, $\frac{1\frac{2}{3}}{4\frac{5}{6}}$, $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{4}$, $\frac{6}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$.

6) In gemischte, d. h. in solche, welche nebst den Bruchtheilen auch noch Ganze enthalten, z. B. $4\frac{3}{4}$, $7\frac{2}{9}$ ꝛc. (Fällt zusammen mit Nr. 2).

7) In reine, d. h. in solche, welche keine Ganzen enthalten, z. B. $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$ ꝛc. (Fällt zusammen mit Nr. 1).

Vorübungen zu den Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

§. 24.

1. Aufgabe. Einen gemischten Bruch in einen unechten zu verwandeln.

Auflösung. Man multiplizire die Ganzen mit dem Nenner des Bruches, addire dazu den Zähler und setze unter diese Summe den Nenner, z. B. $8\frac{4}{5} = \frac{40+4}{5} = \frac{44}{5}$.

§. 25.

2. Aufgabe. Einen unechten Bruch in einen gemischten zu verwandeln.

Auflösung. Man dividire den Zähler durch den Nenner, der Quotient gibt die Ganzen und der Rest der Division wird Zähler eines zum Quotient gehörigen Bruches mit dem nämlichen Nenner, z. B. $\frac{47}{8} = 5 + \frac{7}{8} = 5\frac{7}{8}$.

§. 26.

3. Aufgabe. Brüche mit verschiedenen Nennern auf gleiche und kleinste Benennung zu bringen. Oder auch ungleichnamige Brüche gleichnamig zu machen durch den kleinsten Generalnenner.

Auflösung. Man bestimme zu sämmtlichen Nennern nach §. 16 den kleinsten gemeinschaftlichen Dividend (den kleinsten Generalnenner), dividire diesen durch den Nenner jedes einzelnen Bruches und mit dem erhaltenen Quotient multiplizire man den Zähler und Nenner des betreffenden Bruches. Bei diesem Verfahren wird nämlich der

Zähler und der Nenner jedes einzelnen Bruches mit einer und derselben Zahl multiplizirt und die Brüche bleiben dabei in ihrem Werthe unverändert (§. 22), z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ = $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{8}{12}$.

§. 27.

4. Aufgabe. Zu bestimmen, welcher von mehreren Brüchen den größten oder kleinsten Werth hat.

Auflösung. Man bringe die Brüche auf gleiche Benennung und der Bruch mit dem größten Zähler hat dann auch den größten Werth, z. B. $\frac{5}{6}$, $\frac{35}{48}$, $\frac{50}{61}$, $\frac{101}{312}$ = $\frac{31720}{38064}$, $\frac{27755}{38064}$, $\frac{31200}{38064}$, $\frac{12322}{38064}$. Wie folgen diese Brüche ihrem Werthe nach auf einander?

Addition.

§. 28.

Haben die zu addirenden Brüche gleiche Nenner, so addire man ihre Zähler und setze unter die Summe den gemeinschaftlichen Nenner, haben sie aber ungleiche Nenner, so bringe man sie zuvor auf gleiche Benennung, z. B. $\frac{4}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7} + \frac{6}{7} = \frac{4+3+2+6}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} = \frac{6}{12} + \frac{9}{12} + \frac{10}{12} + \frac{7}{12} = \frac{6+9+10+7}{12} = \frac{32}{12} = 2\frac{8}{12} = 2\frac{2}{3}$.

Anmerkung. Haben die Brüche auch Ganze bei sich, so addire man die Ganzen ebenso die Brüche für sich besonders, z. B.

$$7\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{3}{7} + 1\frac{1}{8} = 10 + \frac{14 + 28 + 24 + 7}{56} = 10 + \frac{73}{56} = 10 + 1\frac{17}{56} = 11\frac{17}{56}.$$

Uebungsbeispiele.

1) $\frac{4}{5} + \frac{7}{8} + \frac{13}{32} + \frac{1}{2} = 2\frac{93}{160}$;
2) $5\frac{1}{3} + 17\frac{5}{8} + 10\frac{1}{12} + 6\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = 41\frac{5}{24}$;
3) $9\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3} + 3\frac{1}{8} + 10\frac{4}{5} + \frac{11}{60} = 30\frac{1}{40}$;
4) $1\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + 7\frac{6}{7} + 1\frac{1}{2} = 11\frac{43}{140}$.

Subtraktion.

§. 29.

Haben die von einander abzuziehenden Brüche gleiche Nenner, so ziehe man Zähler von Zähler ab und setze unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner; haben sie aber ungleiche Nenner, so bringe man sie zuvor auf gleiche Benennung, z. B. 1) $\frac{11}{32} - \frac{7}{32} = \frac{11-7}{32} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$; 2) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{16-15}{20} = \frac{1}{20}$.

1. Anmerkung. Haben die Brüche auch Ganze bei sich, so subtrahire man die Ganzen ebenso die Brüche für sich besonders. Enthält der Subtrahend

einen größeren Bruch als der Minuend, so nehme man vom Minuend 1 Ganzes und verwandle es in einen gleichnamigen Bruch, z. B.

1) $4\frac{5}{7} - 1\frac{3}{7} = 3\frac{2}{7}$; 2) $3\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{16}{12} - 1\frac{9}{12} = 1\frac{7}{12}$; 3) $4\frac{4}{7} - 1\frac{5}{7} = 3\frac{11}{7} - 1\frac{5}{7} = 2\frac{6}{7}$; 4) $6\frac{5}{9} - 5 = 1\frac{5}{9}$; 5) $6 - 2\frac{7}{11} = 5\frac{11}{11} - 2\frac{7}{11} = 3\frac{4}{11}$; 6) $8\frac{5}{6} - 4\frac{3}{5} = 8\frac{25}{30} - 4\frac{18}{30} = 4\frac{7}{30}$.

Uebungsbeispiele.

1) $2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4} = \frac{9}{20}$;
2) $\frac{4}{7} - \frac{4}{17} = \frac{40}{119}$;
3) $6\frac{1}{7} - 2\frac{5}{9} = 3\frac{37}{63}$;
4) $3\frac{1}{4} - \frac{5}{6} = 2\frac{5}{12}$;
5) $22 - 17\frac{5}{9} = 4\frac{4}{9}$;
6) $12\frac{5}{7} - 8\frac{11}{14} = 3\frac{13}{14}$.

2. Anm. Sind unter mehreren Brüchen einige zu addiren, einige zu subtrahiren, so ziehe man von der Summe der ersteren die Summe der letzteren ab, z. B. 1) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{17}{24} = \frac{16-18+15+12-20-14+17}{24} = \frac{60-52}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$;

2) $15\frac{1}{2} - 4\frac{3}{4} - 7\frac{5}{12} - \frac{2}{3} + 8\frac{4}{5} = 12\frac{30-45-25-40+48}{60} = 12\frac{78-110}{60} = 11\frac{28}{60} = 11\frac{7}{15}$.

Multiplikation.

§. 30.

1. Aufgabe. Einen Bruch mit irgend einer ganzen Zahl n zu multipliziren.

Auflösung. Einen Bruch mit einer Zahl n multipliziren heißt, die vorhandenen Bruchtheile n mal nehmen, also auch den Werth des Bruches n mal größer machen. Man läßt daher den Nenner unverändert und multiplizirt den Zähler mit der Zahl n oder, wenn es möglich ist, man läßt den Zähler unverändert und dividirt den Nenner durch die Zahl n (§. 21, Anm. 1), z. B.

1) $\frac{24}{35} \times 7 = \frac{24 \times 7}{35} = \frac{168}{35} = 4\frac{4}{6}$ oder auch: $\frac{24}{35} \times 7 = \frac{24}{35 : 7} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$;
2) $\frac{4}{9} \times 5 = \frac{4 \times 5}{9} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$;
3) $\frac{7}{15} \times 5 = \frac{7}{15 : 5} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

Anmerkung. Hat der Bruch auch Ganze bei sich, so multiplizire man die Ganzen für sich allein, ebenso die Bruchtheile, z. B. 1) $5\frac{2}{3} \times 8 = 40 + \frac{16}{3} = 45\frac{1}{3}$; 2) $102\frac{4}{11} \times 10 = 1020 + \frac{40}{11} = 1023\frac{7}{11}$.

§. 31.

2. Aufgabe. Eine ganze Zahl mit einem Bruch zu multipliziren.

Auflösung. Man multiplizire die ganze Zahl mit dem Zähler des Bruches und setze unter das Produkt den Nenner.

Beispiel und Beweis. $9 \times \frac{4}{7} = \frac{9 \times 4}{7} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$. Denn $9 \times \frac{4}{7}$ heißt: 9 soll mit dem 7ten Theil von 4 multiplizirt werden. Multiplizirt man 9 mit 4 selbst, so erhält man 9×4; aber dieses Produkt ist 7 mal größer als es sein soll, weil 9 nicht mit 4, sondern blos mit dem 7ten Theil von 4 multiplizirt werden soll; damit nun das Produkt richtig wird, muß man es noch durch den Nenner 7 dividiren und man erhält $9 \times \frac{4}{7} = \frac{9 \times 4}{7} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$.

Oder:

Da man in einem Produkt die Faktoren versetzen darf (§. 6., Anm. 3), so läßt sich diese Aufgabe und Auflösung zurückführen auf die vorhergehende in §. 30. Es ist daher auch $9 \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times 9 = \frac{4 \times 9}{7} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$. Ebenso $5 \times 4\frac{3}{11} = 20 + \frac{15}{11} = 21\frac{4}{11}$ oder $5 \times 4\frac{3}{11} = 4\frac{3}{11} \times 5 = 20 + \frac{15}{11} = 21\frac{4}{11}$.

Anmerkung. In dieser wie in der vorhergehenden Aufgabe läßt sich zuweilen eine Abkürzung der Rechnung anbringen, indem man den Nenner des Bruches und den Faktor durch eine und dieselbe Zahl dividirt, z. B. 1) $\frac{11}{20} \times 15 = \frac{11}{4} \times 3 = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$; 2) $36 \times \frac{7}{15} = 12 \times \frac{7}{5} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}$.

§. 32.

3. Aufgabe. Einen Bruch mit einem Bruch zu multipliziren.

Auflösung. Man multiplizire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

Beispiel und Beweis. $\frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{4 \times 6}{5 \times 7} = \frac{24}{35}$. Denn $\frac{4}{5} \times \frac{6}{7}$ heißt: Der Bruch $\frac{4}{5}$ soll mit dem 7ten Theil von 6 multiplizirt werden. Multiplizirt man $\frac{4}{5}$ mit 6 selbst, so erhält man (nach §. 30) $\frac{4}{5} \times 6 = \frac{4 \times 6}{5}$. Aber dieses Produkt $\frac{4 \times 6}{5}$ ist 7 mal größer als es sein soll, weil $\frac{4}{5}$ nicht mit 6, sondern blos mit $\frac{6}{7}$ multiplizirt werden soll; damit es nun richtig wird, muß man es noch durch den Nenner 7 dividiren und man erhält (§. 21, Anm. 2) $\frac{4 \times 6}{5} : 7 = \frac{4 \times 6}{5 \times 7}$. Es ist also $\frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{4 \times 6}{5 \times 7} = \frac{24}{35}$.

1. Anmerkung. Sind mehrere Brüche mit einander zu multipliziren, so multiplizire man alle Zähler und alle Nenner mit einander. Gemischte Brüche verwandelt man zuvor in unechte. Auch lassen sich hiebei wieder Abkürzungen anbringen, indem man den Zähler des einen und den Nenner des anderen Bruches durch eine und dieselbe Zahl dividirt, z. B.

1) $5\frac{3}{4} \times 7\frac{1}{2} = \frac{23}{4} \times \frac{15}{2} = \frac{345}{8} = 43\frac{1}{8}$;

2) $5\frac{1}{7} \times 3\frac{4}{15} = \frac{36}{7} \times \frac{49}{15} = 12 \times \frac{7}{5} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}$;

3) $\frac{3}{14} \times \frac{12}{17} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{7} \times \frac{6}{17} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{7} \times \frac{2}{17} \times 5 = \frac{10}{119}$;

4) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{14} \times 2\frac{2}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{12}{5} = 3 \times \frac{1}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.

2. Anm. Wird eine ganze oder gebrochene Zahl mit einem echten Bruche multiplizirt, so wird sie dadurch verkleinert; wird sie aber mit einem unechten Bruche multiplizirt, so wird sie vergrößert. Es kann daher das Multiplizirent mit einem echten Bruche kein Vergrößern, sondern nur ein Verkleinern genannt werden, z. B. $17 \times \frac{2}{7} = \frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$; ebenso $\frac{2}{3} \times \frac{5}{16} = \frac{5}{24}$, und es ist $\frac{5}{24} < \frac{2}{3}$.

Gemischte Uebungsbeispiele.

1) $12 \times 2\frac{3}{4} \quad 33$;
2) $4\frac{1}{2} \times 7\frac{5}{8} \quad 34\frac{5}{16}$;
3) $4\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{5} \times 12 = 324$;
4) $17\frac{4}{5} \times 15 = 267$;
5) $48 \times 7\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{5}{14} \times \frac{3}{58} = 22\frac{1}{2}$;
6) $12 \times \frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$;
7) $1\frac{1}{3} \times \frac{7}{12} \times 3\frac{3}{7} \times 2\frac{1}{2} = 6\frac{2}{3}$;
8) $17 \times 8\frac{4}{9} = 143\frac{5}{9}$;
9) $32\frac{5}{16} \times 8 = 258\frac{1}{2}$;
10) $28\frac{4}{5} \times \frac{5}{12} \times 3\frac{1}{4} = 39$;
11) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{8} \times \frac{4}{15} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1050}$;
12) $6\frac{2}{9} \times 2\frac{4}{7} \times 1\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = 16$;
13) $\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{3} \times \frac{12}{17} \times 1\frac{1}{8} = 2\frac{2}{17}$;
14) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5} \times 9\frac{2}{3} \times 1\frac{7}{12} \times \frac{1}{19} = 1\frac{11}{18}$;
15) $5479\frac{141}{144} \times 108\frac{15}{631} = ?$
16) $5420\frac{1722}{5783} \times 720\frac{115}{173} = ?$

Division.

§. 33.

1. Aufgabe. Einen Bruch durch irgend eine ganze Zahl n zu dividiren.

Auflösung. Einen Bruch durch eine ganze Zahl n dividiren heißt, von vorhandenen Bruchtheilen den n^{ten} Theil nehmen, also auch den Werth des Bruches n mal kleiner machen. Man läßt daher den Zähler des Bruches unverändert und multiplizirt den Nenner mit der ganzen Zahl n, oder, wenn es ohne Rest möglich ist, man läßt den Nenner unverändert und dividirt den Zähler durch die Zahl n (§. 21, Anm. 2), z. B.

1) $\frac{28}{31} : 4 = \frac{28}{31 \times 4} = \frac{7}{33}$ oder $\frac{28}{31} : 4 = \frac{28 : 4}{31} = \frac{7}{31}$;
2) $\frac{5}{7} : 9 = \frac{5}{7 \times 9} = \frac{5}{63}$;
3) $\frac{18}{23} : 6 = \frac{18 : 6}{23} = \frac{3}{23}$;
4) $\frac{10}{11} : 5 = \frac{10 : 5}{11} = \frac{2}{11}$;
5) $\frac{13}{15} : 5 = \frac{13}{15 \cdot 5} = \frac{13}{75}$.

Anmerkung. Hat der Bruch auch Ganze bei sich, so verwandle man ihn zuvor in einen unechten; betragen aber diese Ganzen mehr als der Divisor, so kann man die Rechnung abkürzen, indem man zuerst die Ganzen theilt, den gebliebenen Rest nebst dem Bruche in einen unechten Bruch verwandelt und dann ebenfalls dividirt, z. B. 1) $2\frac{3}{4} : 5 = \frac{11}{4} : 5 = \frac{11}{20}$; 2) $28\frac{5}{7} : 6 = 4 + 4\frac{5}{7} : 6 = 4 + \frac{33}{7} : 6 = 4 + \frac{33}{42} = 4 + \frac{11}{14} = 4\frac{11}{14}$.

§. 34.

2. Aufgabe. Eine ganze Zahl durch einen Bruch zu dividiren.

Auflösung. Man stürze den Bruch um und multiplizire dann mit ihm die ganze Zahl.

Beispiel und Beweis. $5 : \frac{3}{8} = 5 \times \frac{8}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$. Denn $5 : \frac{3}{8}$ heißt so viel als: Die Zahl 5 soll durch den 8ten Theil von 3 dividirt werden. Dividirt man 5 durch 3 selbst, so erhält man $\frac{5}{3}$; aber dieser Quotient $\frac{5}{3}$ ist 8 mal kleiner als er sein soll, weil 5 nicht durch 3, sondern blos durch $\frac{3}{8}$ getheilt werden soll und und weil ja der Quotient um so kleiner werden muß, je größer man den Divisor angenommen hat. Damit nun der Quotient $\frac{5}{3}$ richtig wird, muß man ihn noch mit dem Nenner 8 multipliziren und man erhält (§. 30) $\frac{5}{3} \times 8 = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

Oder:

$5 : \frac{3}{8}$ heißt: Man soll angeben, wie oft $\frac{3}{8}$ (3 Achtel) in 5 Ganzen enthalten sind. Nun ist $\frac{1}{8}$ in 1 Ganzen 8 mal enthalten und $\frac{1}{8}$ ist 5 Ganzen 5×8 mal enthalten; aber $\frac{3}{8}$ sind in 5 Ganzen 3 mal weniger, also blos $\frac{5 \times 8}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ mal enthalten.

Anm. Hat der Bruch auch Ganze bei sich, so verwandle man ihn zuvor in einen unechten, z. B. $4 : 5\frac{2}{7} = 4 : \frac{37}{7} = 4 \times \frac{7}{37} = \frac{28}{37}$.

§. 35.

3. Aufgabe. Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren.

Auflösung. Man stürze den Divisorbruch um und multiplizire dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

Beispiel und Beweis. $\frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{21}$. Denn $\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$ heißt so viel als: Der Bruch $\frac{4}{7}$ soll durch den 5ten Theil von 3 dividirt werden. Dividirt man $\frac{4}{7}$ durch 3 selbst, so erhält man $\frac{4}{7} : 3 = \frac{4}{7 \times 3}$ (siehe §. 33). Aber dieser Quotient $\frac{4}{7 \times 3}$ ist 5 mal kleiner als er sein soll, weil $\frac{4}{7}$ nicht durch 3, sondern blos durch $\frac{3}{5}$ dividirt werden soll, und weil ja der Quotient um so kleiner wird, je größer man den Divisor angenommen hat. Damit nun der Quotient $\frac{4}{7 \times 3}$ richtig wird, muß man ihn noch mit dem Nenner 5 multipliziren und man erhält (§. 30) $\frac{4}{7 \times 3} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7 \times 3} = \frac{20}{21}$.

Oder:

$\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$ heißt: Man soll angeben, wie oft $\frac{3}{5}$ (3 Fünftel) in $\frac{4}{7}$ (4 Siebenteln) enthalten sind. Nun ist $\frac{1}{5}$ in 1 Ganzen 5 mal enthalten und $\frac{1}{5}$ ist in $\frac{4}{7}$ blos $\frac{4}{7} \times 5$ mal enthalten, aber $\frac{3}{5}$ sind in $\frac{4}{7}$ drei mal weniger, also $\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{21}$ mal enthalten.

1. Anm. Hat der eine der beiden Brüche oder haben beide zugleich auch Ganze bei sich, so verwandle man sie zuvor in unechte, z. B.

1) $4\frac{4}{5} : \frac{7}{8} = \frac{24}{5} : \frac{7}{8} = \frac{24}{5} \times \frac{8}{7} = \frac{192}{35} = 5\frac{17}{35}$;

2) $\frac{2}{3} : 4\frac{5}{6} = \frac{2}{3} : \frac{29}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{29} = \frac{4}{29}$;

3) $4\frac{2}{3} : 8\frac{4}{5} = \frac{14}{3} : \frac{44}{5} = \frac{14}{3} \times \frac{5}{44} = \frac{35}{66}$.

2. Anm. Wird eine ganze oder gebrochene Zahl durch einen echten Bruch dividirt, so wird sie dadurch vergrößert; wird sie aber durch einen unechten Bruch

dividirt, so wird sie verkleinert. Es kann daher das Dividiren durch einen echten Bruch kein Verkleinern, sondern nur ein Vergrößern genannt werden. Es müssen ja die Bruchtheile eines Ganzen in 1 oder mehreren Ganzen oder selbst in einem Bruchtheile um so öfter enthalten sein, je kleiner sie sind, sie müssen also öfter darin enthalten sein als 1 Ganzes, z. B.
1) $1 : \frac{2}{3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$; 2) $1 : \frac{4}{15} = 1 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$; 3) $1 : \frac{1}{10} = 1 \times \frac{10}{1} = 10$; 4) $1 : \frac{1}{100} = 1 \times \frac{100}{1} = 100$; 5) $1 : \frac{1}{1000} = 1 \times \frac{1000}{1} = 1000$.

3. Anm. Dividirt man eine ganze oder gebrochene Zahl durch Null, so erhält man als Quotient eine unendlich große Zahl, die mit ∞ bezeichnet wird, z. B. 1) $1 : 0 = \infty$; 2) $\frac{3}{4} : 0 = \infty$.

Man kann sich nämlich unter Null einen Bruch vorstellen, dessen Zähler irgend eine endliche Zahl, dessen Nenner aber eine unendlich große Zahl ist, so daß also auch die Theile des Ganzen unendlich klein oder Null sind. Demnach ist z. B. $4 : 0 = 4 : \frac{1}{10000000000} \ldots\ldots = 4 \times \frac{10000000000}{1} \ldots\ldots = 40000000000 \ldots\ldots = \infty$. Ebenso $\frac{2}{7} : 0 = \frac{2}{7} : \frac{1}{1000000000} \ldots\ldots = \frac{2}{7} \times \frac{1000000000}{1} \ldots\ldots = \frac{2000000000}{7} \ldots\ldots = \infty$.

Die Wahrheit dieses Satzes läßt sich schon daraus leicht erkennen, daß Null in irgend einer Zahl unendlich mal enthalten ist.

4. Anm. Zu bemerken ist noch eine Redensart, z. B. Was ist $\frac{2}{5}$ von $\frac{4}{7}$? Antwort: $\frac{2}{5}$ von $\frac{4}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{35}$; denn es ist $\frac{1}{5}$ von $\frac{4}{7}$ d. h. der 5te Theil von $\frac{4}{7}$ so viel als $\frac{4}{7} : 5 = \frac{4}{7 \times 5}$, also $\frac{2}{5}$ von $\frac{4}{7}$ d. h. 2 mal der 5te Theil von $\frac{4}{7}$ so viel als $\frac{4}{7 \times 5} \times 2 = \frac{4 \times 2}{7 \times 5} = \frac{8}{35}$. Ebenso ist $\frac{1}{8}$ von 9 so viel als $\frac{1}{8} \times 9 = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$; $\frac{1}{6}$ von $7\frac{3}{4}$ ist so viel als $\frac{1}{6} \times 7\frac{3}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{31}{4} = \frac{31}{24} = 1\frac{7}{24}$; $\frac{4}{7}$ von $\frac{12}{19}$ ist so viel als $\frac{4}{7} \times \frac{12}{19} = \frac{48}{133}$.

Gemischte Uebungsbeispiele.

1) $\frac{1}{4} : 9 = \frac{1}{36}$.
2) $2\frac{1}{3} : 7 = \frac{1}{3}$.
3) $136\frac{4}{9} : 5 = 27\frac{13}{45}$.
4) $4736\frac{10}{11} : 42 = 112\frac{181}{231}$.
5) $4 : \frac{3}{8} = 10\frac{2}{3}$.
6) $5\frac{1}{6} : \frac{1}{27} = 139\frac{1}{2}$.
7) $6\frac{1}{19} : 2\frac{1}{3} = 2\frac{79}{133}$.
8) $4 : 5\frac{2}{9} = \frac{36}{47}$.
9) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$.
10) $\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.
11) $\frac{1}{2} : \frac{1}{24} = 12$.
12) $1 : \frac{1}{3644} = 3644$.
13) $7\frac{1}{4} : 17\frac{1}{3} = \frac{87}{208}$.
14) $146\frac{13}{55} : 47\frac{2}{11} = 2\frac{86}{865}$.
15) $\frac{1}{4} : 0 = \infty$.
16) $1\frac{1}{2} : 408\frac{5}{9} = \frac{27}{7354}$.
17) $\frac{3}{4}$ von $\frac{20}{41}$ ist $\frac{3}{4} \times \frac{20}{41} = \frac{15}{41}$.
18) $\frac{1}{7}$ von $6\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{7} \times 6\frac{1}{2} = \frac{13}{14}$.
19) $\frac{8}{7}$ von 12 ist $\frac{8}{7} \times 12 = 13\frac{5}{7}$.
20) $1\frac{1}{3}$ von $2\frac{1}{2}$ ist $1\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{3}$.

Uebungsbeispiele mit zusammengesetzten Brüchen.

§. 36.

Soll mit einem Zahlenausdruck, der aus 2 und mehreren zu addirenden oder zu subtrahirenden Zahlen besteht, eine Rechnungsart vorgenommen werden, so klammert man ihn ein, um Zweideutigkeiten zu vermeiden. So z. B. ist

1) $20 - (10 + 5) = 20 - 15 = 5$; dagegen ist $20 - 10 + 5 = 10 + 5 = 15$.

2) $20 - (10 - 5) = 20 - 5 = 15$; dagegen ist $20 - 10 - 5 = 5$.

3) $20 \times (4 + 6) = 20 \times 10 = 200$; dagegen ist $20 \times 4 + 6 = 80 + 6 = 86$.

4) $150 : (25 - 5) = 150 : 20 = 7\frac{1}{2}$; dagegen ist $150 : 25 - 5 = 6 - 5 = 1$.

5) $(80 - 20) : 4 = 60 : 4 = 15$; dagegen ist $80 - 20 : 4 = 80 - 5 = 75$.

6) $(100 - 20) \times (5 + 5) = 80 \times 10 = 800$; dagegen ist $100 - 20 \times 5 + 5 = 100 - 100 + 5 = 5$.

---

1) $\frac{\frac{3}{4}}{8} = \frac{3}{32}$.

2) $\frac{5}{\frac{4}{7}} = 5 \times \frac{7}{4} = 8\frac{3}{4}$.

3) $\frac{4\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{24}{5} \times \frac{3}{2} = 7\frac{1}{5}$.

4) $\frac{3\frac{2}{3}}{5\frac{1}{2}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{11}{2}} = \frac{11}{3} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{3}$.

5) $\frac{7\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}}{7\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{4\frac{3}{4}}{\frac{23}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{19}{4}}{\frac{23}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{19}{4} \times \frac{3}{23} \times \frac{4}{3} = \frac{19}{23}$.

6) $\frac{4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}}{17\frac{4}{5} - 10\frac{1}{2}} = \frac{\frac{9}{2} : \frac{13}{4}}{7\frac{3}{10}} = \frac{\frac{9}{2} \times \frac{4}{13}}{\frac{73}{10}} = \frac{9}{2} \times \frac{4}{13} \times \frac{10}{73}$
$= \frac{180}{949}$.

7) $\frac{(4\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}) \times 3\frac{1}{3}}{8 - 5\frac{3}{4}} = \frac{2\frac{7}{10} \times 3\frac{1}{3}}{2\frac{1}{4}} = \frac{\frac{27}{10} \times \frac{10}{3}}{\frac{9}{4}} = \frac{27}{10} \times$
$\frac{10}{3} \times \frac{4}{9} = 4$.

8) $\frac{7\frac{3}{4} \times (2 - \frac{1}{5})}{(4 - \frac{1}{3}) : (15 - 12\frac{1}{2})} = \frac{7\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}}{3\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{22}{3} \times \frac{9}{5}}{\frac{11}{3} : \frac{5}{2}} =$
$\frac{\frac{22}{3} \times \frac{9}{5}}{\frac{11}{3} \times \frac{2}{5}} = \frac{22}{3} \times \frac{9}{5} \times \frac{3}{11} \times \frac{5}{2} = 9$.

9) $\frac{5\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}}{(7\frac{3}{8} - 5\frac{1}{3}) \times (3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2})} = \frac{\frac{17}{3} \times \frac{17}{4} - 3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{24} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{189}{12} - 3\frac{1}{2}}{\frac{49}{24} \times \frac{3}{4}}$

$= \frac{\frac{189}{12} - \frac{42}{12}}{\frac{49}{24} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{147}{12}}{\frac{49}{24} \times \frac{3}{4}} = \frac{147}{12} \times \frac{24}{49} \times \frac{4}{3} = 8.$

10) $\frac{(6\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 8\frac{3}{4} - \frac{1}{6}) : (23\frac{1}{4} - 20\frac{4}{5} - \frac{7}{10})}{(31\frac{1}{6} - 28\frac{2}{3} - 1\frac{7}{12}) : (14\frac{1}{5} - 12\frac{3}{10} - 1\frac{1}{15})} =$

$\frac{2\frac{4+6-9-2}{12} : 3\frac{5-16-14}{20}}{2\frac{2+8+7}{12} : 1\frac{6-9-2}{30}} = \frac{1\frac{11}{12} : 1\frac{15}{20}}{\frac{11}{12} : \frac{25}{30}} = \frac{\frac{23}{12} : \frac{35}{20}}{\frac{11}{12} \times \frac{30}{25}}$

$= \frac{23}{12} \times \frac{20}{35} \times \frac{12}{11} \times \frac{25}{30} = \frac{230}{231}.$

Ebenso findet man noch:

11) $\frac{(4\frac{5}{6} : 3\frac{4}{5}) \times (\frac{3}{4} + \frac{5}{6})}{(3\frac{1}{4} + 4\frac{5}{6}) \times (\frac{5}{8} : \frac{3}{4})} = \frac{29}{97}.$

12) $\frac{(1\frac{3}{8} - 4\frac{7}{8} + 5\frac{3}{4} - \frac{1}{6}) : (21\frac{1}{3} - 20\frac{4}{5} + \frac{7}{15})}{(22\frac{1}{2} - 19\frac{4}{5} - \frac{7}{10}) \times (1\frac{1}{3} - \frac{1}{2})} = 1\frac{1}{4}.$

13) $\frac{(3\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - 2\frac{5}{6} + 1\frac{7}{12}) : (2 - \frac{5}{6})}{(4 - \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}) : (5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} - \frac{3}{4})} = 2\frac{68}{91}.$

14) $\frac{(10 - 4\frac{1}{2}) : 7\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2} : (7\frac{1}{4} - 5\frac{1}{2})} = \frac{21}{40}.$

15) $\frac{4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}}{8\frac{1}{3} : 5\frac{2}{5}} = \frac{1458}{1625}.$

16) $\frac{8\frac{1}{2} : (7\frac{1}{3} - 2\frac{1}{6})}{14 \times (22\frac{1}{5} - 20\frac{1}{2})} = \frac{15}{527}.$

17) $\left(\frac{12\frac{1}{6}}{4\frac{1}{2}} - \frac{3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}}{5 + 7\frac{3}{4}}\right) : 3\frac{1}{2} = \frac{2350}{3213}.$

18) $\frac{(4 - 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3}) \times (2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{5})}{(8 - 4\frac{1}{3}) : (2\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - 1\frac{1}{3})} = \frac{1}{16}.$

19) $\frac{(30 - 14\frac{1}{2}) : (2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} + 6\frac{2}{3})}{(38\frac{1}{5} - 35\frac{3}{10}) \times (28\frac{4}{5} - 20\frac{4}{15})} : 2\frac{1}{2} = \frac{1395}{34336}.$

20) $\left(\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}}{5\frac{3}{4} + \frac{5}{6}} + \frac{28 - 3\frac{3}{4}}{19\frac{1}{3} - 16\frac{5}{6}}\right) : (48\frac{4}{5} - 45\frac{7}{8}) = 3\frac{387}{1027}.$

21) $\frac{(10\frac{1}{4} - 8\frac{5}{6}) \times (36\frac{4}{5} + 1\frac{1}{10} - 34\frac{1}{2})}{(46\frac{1}{6} - 45\frac{1}{2}) : (1\frac{1}{3} - \frac{1}{2})} = 6\frac{1}{48}.$

22) $\frac{(4\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}) \times (1\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 4\frac{3}{4} + 5\frac{1}{6})}{(32\frac{4}{5} - 28\frac{7}{10}) : (5\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4})} = 1\frac{1}{164}.$

Von den Decimalbrüchen überhaupt.

§. 37.

Ein Decimalbruch ist ein solcher Bruch, dessen Nenner entweder 10 oder 100 oder 1000 oder 10000 ꝛc., also überhaupt ein Produkt von lauter einfachen Zehnern ist, z. B. $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{445}{1000}$.

§. 38.

Man läßt beim Anschreiben eines Decimalbruches den Nenner hinweg und trennt die Ganzen durch ein Komma von den Bruchtheilen; sind keine Ganzen vorhanden, so setzt man an deren Stelle ein Null, z. B. $4\frac{7}{10} = 4{,}7$; $23\frac{485}{1000} = 23{,}485$; $\frac{14}{100} = 0{,}14$; $249\frac{15693}{100000} = 249{,}15693$.

§. 39.

Man hat bei jedem Decimalbruche vom Komma aus gegen rechts eine Reihe von Ziffern, wovon jede folgende einen 10 mal kleineren Werth hat, als wenn sie an der vorhergehenden Stelle stände; die erste Ziffer nach dem Komma bedeutet also 10tel vom Ganzen, die zweite bedeutet 10tel von 10teln oder 100tel vom Ganzen, die dritte bedeutet 10tel von 100teln oder 1000tel vom Ganzen u. s. w. Die Ziffern vom Komma aus gegen rechts heißen **Decimalstellen** oder **Decimalen.** Es ist demnach z. B. 237,225433 so viel als $237 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{4}{10000} + \frac{3}{100000} + \frac{3}{1000000}$.

§. 40.

Sind in einem Decimalbruche keine 10tel oder keine 100tel oder keine 1000tel ꝛc., vorhanden, so setzt man an deren Stelle ein Null, z. B. $3\frac{7}{100} = 3{,}07$; $\frac{9}{1000} = 0{,}009$; $5\frac{37}{1000000} = 5{,}000037$.

§. 41.

Aus dem Vorausgehenden erkennt man, daß der Zähler eines Decimalbruches immer so viel Ziffern enthalten muß, als der nicht angeschriebene Nenner Nullen hat. Man kann daher aus der Anzahl der Ziffern im Zähler den nicht angeschriebenen Nenner leicht erkennen, also auch einen in Ziffern ohne Nenner angeschriebenen Decimalbruch leicht aussprechen, und umgekehrt, einen ausgesprochenen Decimalbruch ohne Nenner leicht anschreiben.

Uebungen im Lesen und Anschreiben von Decimalbrüchen.

§. 42.

Man darf in einem Dezimalbruche beliebig viele Nullen anhängen oder angehängte Nullen hinweglassen und der Werth des Decimalbruches bleibt dabei unverändert. Denn dadurch, daß man den Decimalen 1, 2, 3, 4 ... Nullen anhängt, muß der nicht angeschriebene Nenner der Ordnung nach auch 1, 2, 3, 4 ... Nullen mehr erhalten (§. 41); es wird also dadurch der Zähler und Nenner des Bruches mit einer und derselben Zahl, nämlich mit 10 oder 100 oder 1000 ꝛc. multiplicirt und der Werth des Bruches bleibt dabei unverändert.

Ebenso wird durch das Hinweglassen anhängender Nulle der Werth des Decimalbruches nicht geändert, weil dadurch Zähler und Nenner entweder durch 10 oder 100 oder 1000 ꝛc. dividirt wird, z. B. 0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000 ꝛc. Ebenso 6,94000 = 6,9400 = 6,940 = 6,94.

§. 43.

Aufgabe. Einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln.

Auflösung. Man theile den Zähler des Bruches durch den Nenner, bis ein Rest bleibt, diesen verwandle man in 10tel (indem man ihm ein Null anhängt), theile mit dem Nenner in diese 10tel und man erhält im Quotient ebenfalls 10tel. Bleibt wieder ein Rest, so verwandle man ihn in 100tel (indem man ihm wieder ein Null anhängt), dividire mit dem Nenner in diese 100tel und man erhält im Quotient ebenfalls 100tel, und so fahre man fort, dem Rest immer ein Null anzuhängen und mit dem Nenner des Bruches hineinzutheilen und man erhält im Quotient noch 1000tel, 10000tel, 100000tel ꝛc.

Beispiele.

1) $\frac{4764}{25} = 190,56.$
2) $\frac{175}{8} = 21,875.$
3) $\frac{1}{2} = 0,5.$
4) $\frac{1}{3} = 0,333 \ldots.$
5) $\frac{1}{4} = 0,25.$
6) $\frac{1}{5} = 0,2.$
7) $\frac{1}{6} = 0,1666 \ldots$
8) $\frac{1}{7} = 0,142857 \ldots.$
9) $\frac{1}{8} = 0,125.$
10) $\frac{1}{9} = 0,1111 \ldots.$
11) $\frac{7}{900} = 0,00777 \ldots.$
12) $\frac{59}{110} = 0,53636 \ldots.$
13) $\frac{151}{495} = 0,3050505 \ldots.$
14) $\frac{1429}{4500} = 0,317555 \ldots.$
15) $7\frac{5}{24} = 7,208333 \ldots.$
16) $\frac{1}{407} = 0,002457002457 \ldots$
17) $9\frac{1}{5500} = 9,0001818 \ldots.$
18) $2\frac{35}{199} = 2,1758793 \ldots.$
19) $14\frac{1}{11} = 14,090909 \ldots.$
20) $7\frac{1}{12} = 7,08333 \ldots.$
21) $8\frac{7}{44} = 8,159090909 \ldots$

Schließt sich die Division nie, so heißt der erhaltene Decimalbruch ein **unendlicher**, außerdem ein **endlicher**. Wiederholen sich in einem unendlichen Decimalbruche die Ziffern in einer gewissen Ordnung, so heißt er ein **periodischer**, die Wiederholung selbst heißt **Periode** und diese ist 1, 2, 3, 4 ꝛc. zifferig, je nach dem sich immer 1, 2, 3, 4 ꝛc. Ziffern in derselben Ordnung wiederholen. Beginnt die Periode schon bei den 10teln, so heißt der Decimalbruch ein **echtperiodischer** wie Nro. 4, 10, 16 und 19 außerdem heißt er ein **unechtperiodischer** wie Nro. 7, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 20 und 21.

Gemeine Brüche können ihrem Werthe nach leicht dadurch mit einander verglichen werden, daß man sie in Decimalbrüche verwandelt, z. B. $\frac{377}{578} = 0,6522 \ldots$ und $\frac{3671}{5681} = 0,6461 \ldots$ Da der erste

Bruch 5 Hundertel, der zweite aber nur 4 Hundertel enthält, so ist der erste der größere.

Ist ein Decimalbruch in einen gemeinen zu verwandeln, so schreibe man ihn mit seinem Nenner an und reducire ihn nach §. 22 so viel als möglich, z. B. $0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; $6{,}125 = 6\frac{125}{1000} = 6\frac{1}{8}$; $7{,}195 = 7\frac{195}{1000} = 7\frac{39}{200}$.

Schreibt man einen periodischen Decimalbruch mit seinem Nenner an, so bleibt er immer etwas zu klein, indem immer noch Decimaltheile hinzugehören, wo man auch abbrechen mag. Diesen kleinen Fehler gleicht man aus, indem man dafür den Nenner um 1 kleiner macht (§. 21.) Es ist also z. B. $0{,}666\ldots = \frac{666}{999} = \frac{2}{3}$; $0{,}6363\ldots = \frac{6363}{9999} = \frac{7}{11}$; $0{,}135135\ldots = \frac{135135}{999999} = \frac{5}{37}$. Ebenso findet man noch $0{,}148148\ldots = \frac{4}{27}$; $0{,}3131\ldots = \frac{31}{99}$.

Ist aber der Decimalbruch unechtperiodisch, so bringe man ihn zuvor auf die Form eines echtperiodischen, z. B.

1) $0{,}00333\ldots = \frac{0{,}333}{100} = \frac{\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{300}$.

2) $0{,}0004545\ldots = \frac{0{,}4545}{1000} = \frac{\frac{5}{11}}{1000} = \frac{5}{11000} = \frac{1}{2200}$.

3) $0{,}041666\ldots = \frac{41{,}666}{1000} = \frac{41\frac{2}{3}}{1000} = \frac{125}{3000} = \frac{1}{24}$.

4) $0{,}395454\ldots = \frac{39{,}5454}{100} = \frac{39\frac{6}{11}}{100} = \frac{435}{100} = \frac{87}{220}$.

Addition.

§. 44.

Aufgabe. Decimalbrüche zu addiren.

Auflösung. Man addire die gleichnamigen Decimalen, also 10tel zu 10teln, 100tel zu 100teln, 1000tel zu 1000teln rc., in welcher Ordnung man auch die zu addirenden Decimalbrüche unter einander schreibt.

1)
```
 14,709
 18,942
 ------
 33,651
```

2)
```
 25,7
  9,543
 ------
 35,243
```

3)
```
  0,54327
 31,59
 --------
 32,13327
```

4)
```
 174,954762
   8,45
 100,5009
  13,7
   0,549
 ----------
 298,154662
```

5)
```
    7,6
  138,05934
   15,4
   10,76
    0,3592176
 1365,7
   37,6483
    0,005
 ------------
 1575,5318576
```

Uebungsbeispiele, worin die Summanden neben einander stehen:

1) $7{,}345 + 8{,}26 + 37{,}534 + 19{,}0005 + 10{,}94 + 103{,}729 = 186{,}8085$;

2) 0,90058 + 7,634 + 3,007956 = 11,542536.
3) 4,36 + 108,5326 + 0,32 + 7,5 = 120,7126.

Subtrakiton.

§. 45.

Aufgabe. Einen Decimalbruch zu subtrahiren.

Auflösung. Man subtrahire die gleichnamigen Decimalen von einander, also 10tel von 10teln, 100tel von 100teln rc., in welcher Ordnung man auch Minuend und Subtrahend unter einander schreibt.

Beispiele.

1)	3)	5)
37,5479	46,7	129,4
9,4987	8,4963	0,5832
28,0492	38,2037	128,8168

2)	4)	6)
40,579864	20	0,05
17,586	18,7327	0,0346
22,993864	1,2673	0,0154

Uebungsbeispiele, worin Minuend und Subtrahend neben einander stehen.

1) 4,7 = 1,4953 = 3,2047.
2) 0,5 — 0,00437 = 0,49563.
3) 10 — 5,6311 = 4,3689.
4) 106,0027 — 78,8 = 27,2027.

Multiplikation.

§. 46.

1. Aufgabe. Einen Decimalbruch zu multipliziren mit 10 oder 100 oder 1000 rc.

Auflösung. Man rücke das Komma um so viele Decimalstellen weiter nach rechts als der Multiplikator Nullen hat. Sind nicht so viele Decimalstellen, über welche das Komma hinausgerückt werden soll, vorhanden, so ergänze man die fehlenden durch angehängte Nullen.

Beweis. Dadurch, daß das Komma um 1, 2, 3, 4 rc. Stellen weiter nach rechts gerückt wird, erhält jede einzelne Ziffer des Decimalbruches der Ordnung nach einen 10, 100, 1000, 10000 rc. mal größeren Werth, mithin auch der Decimalbruch selbst einen 10, 100, 1000, 10000 rc. mal größeren Werth, wie es die Aufgabe verlangt, z. B.

1) 4,5308 × 10 = 45,308.
2) 4,5308 × 100 = 453,08.
3) 4,5308 × 10000 = 45308.
4) 4,5308 × 1000000 = 4530800.
5) 0,00047 × 10 = 0,0047.
6) 0,00047 × 1000 = 0,47.
7) 0,00047 × 100000 = 47.
8) 0,00047 × 10000000 = 4700.

§. 47.

2. Aufgabe. Einen Decimalbruch mit einer ganzen Zahl oder

eine ganze Zahl mit einem Decimalbruche oder einen Decimalbruch mit einem Decimalbruche zu multipliziren.

Auflösung für alle drei Fälle. Man multiplizire wie bei ganzen Zahlen und schneide im erhaltenen Produkte von rechts nach links so viele Ziffern als Decimalstellen ab, als die Faktoren zusammen Decimalstellen haben. Sind im Produkte nicht so viele Ziffern, als abgeschnitten werden sollen, vorhanden, so ergänze man die fehlenden durch vorangesetzte Nullen.

Beweis. Schreibt man die Faktoren mit ihren Nennern an und verfährt sodann wie bei der Multiplikation mit gemeinen Brüchen, so erhält man als Produkt einen Bruch, dessen Zähler das Produkt der Zähler und dessen Nenner das Produkt der Nenner der Faktoren ist. Im Nenner des Produktes müssen daher so viele Nullen zusammen kommen, als die einzelnen Faktoren zusammen Nullen im Nenner haben, oder was dasselbe ist, als die Faktoren zusammen Decimalstellen haben. Läßt man nun den Nenner des Produktes wieder hinweg, so müssen im Zähler ebenso viele Ziffern als Decimalstellen abgeschnitten werden (§. 41), als dieser hinweggelassene Nenner Nullen hat, oder was dasselbe ist, als die Faktoren zusammen Decimalstellen haben.

Beispiele nebst Beweis.

1) $42{,}783 \times 183 = 7829{,}289$; denn es ist
$42{,}783 \times 183 = \frac{42783}{1000} \times 183 = \frac{7829289}{1000} = 7829{,}289$.

2) $43 \times 0{,}128 = 5{,}504$; denn es ist
$43 \times 0{,}128 = 43 \times \frac{128}{1000} = \frac{5504}{1000} = 5{,}504$.

3) $4{,}12 \times 50{,}473 = 207{,}94876$; denn es ist
$4{,}12 \times 50{,}473 = \frac{412}{100} \times \frac{50473}{1000} = \frac{20794876}{100000} = 207{,}94876$.

4) $0{,}001 \times 0{,}01 = 0{,}00001$; denn es ist
$0{,}001 \times 0{,}01 = \frac{1}{1000} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$.

Ebenso findet man noch:

5) $0{,}0000054 \times 3787 = 0{,}0204498$;
6) $0{,}007853 \times 0{,}000476 = 0{,}000003738028$;
7) $40{,}3 \times 0{,}75 \times 8{,}1261 = 245{,}6113725$;
8) $0{,}01 \times 0{,}1 \times 0{,}0001 = 0{,}0000001$;
9) $0{,}07 \times 0{,}0009 \times 0{,}147 = 0{,}000009261$;
10) $4{,}07 \times 0{,}0007 \times 3{,}16 \times 0{,}0012 = 0{,}000010803408$;
11) $0{,}4 \times 0{,}08 \times 0{,}001 = 0{,}000032$;
12) $0{,}0001 \times 0{,}00004 = 0{,}000000004$.

Abgekürzte Multiplikation.

§. 48.

Zuweilen kommt es im Produkte auf größere Genauigkeit der Bruchtheile nicht an. Man vernachlässigt in diesem Falle beim Mul-

tipliziren die letzteren Decimalstellen und verschafft sich durch abgekürztes Multipliziren blos die ersteren. Zu diesem Zwecke multiplizirt man mit der Ziffer höchster Ordnung des Multiplikators den ganzen Multiplikand, dann mit der Ziffer zweithöchster Ordnung den Multiplikand mit Ausnahme der letzten Ziffer, ferner mit der Ziffer dritthöchster Ordnung den Multiplikand mit Ausnahme der zwei letzten Ziffer u. s. w. Die Ziffer niedrigster Ordnung in jedem Partialprodukte wird dadurch noch näher bestimmt, daß man die Einheiten nächst höherer Ordnung, die durch die Multiplikation der vorhergehenden Ziffer niedrigster Ordnung entstehen, herüber zählt. Der Stellenwerth der niedrigsten Decimale des ersten Partialproduktes, mithin auch der aller übrigen, ergibt sich aus der Regel in §. 47. Werden nämlich z. B. 10tel mit 10teln multiplizirt, so erhält man im Partialprodukte 100tel; 10tel mit 100teln multiplizirt geben 1000tel; 100tel mit Zehnern geben 10tel; 1000tel mit Zehnern geben 100tel; Hunderte mit 1000teln geben 10tel ꝛc.

Beispiele.

		Ausführliche Multiplikation.	
1)	0,5476	0,5476	
	× 0,6289	× 0,6289	
	32856	32856	
	1095	1095	2
	437	438	08
	48	49	284
	0,34436	0,34438	564

		Ausführliche Multiplikation.
2)	350,7304	350,7304
	× 865,0096	× 865,0096
	28058432	28058432
	2104382	21043824
	175365	17536520
	315	31565736
	21	21043824
	303385,15	303385,16301184

Ebenso findet man noch:

3)	50,308(96	4)	4085,77148
	× 0,095		× 10,54732
	4 52780		40857 7148
	25154		2042 8857
	4,77934		163 4308
			28 6003
			1 2257
			817
			43093,9390

5)		6)
37,346859416		0,043825
× 0,007003485		× 4,7374
261428015912		18949
112040578		1421
14938743		378
2987748		9
186733		2
0,261558169714		0,20759

Division.

§. 49.

1. Aufgabe. Einen Decimalbruch zu dividiren durch 10 oder 100 oder 1000 ꝛc.

Auflösung. Man rücke das Komma um so viele Stellen weiter nach links als der Divisor Nullen hat. Sind nicht so viele Stellen, über welche das Komma hinausgerückt werden soll, vorhanden, so ergänze man die fehlenden durch vorangesetzte Nullen.

Beweis. Dadurch, daß das Komma um 1, 2, 3, 4 ꝛc. Stellen weiter nach links gerückt wird, erhält jede einzelne Ziffer des Decimalbruches der Ordnung nach einen 10, 100, 1000, 10000 ꝛc. mal kleineren Werth, mithin auch der Decimalbruch selbst einen 10, 100, 1000, 10000 ꝛc. mal kleineren Werth, wie es die Aufgabe verlangt, z. B.

1) 524,71 : 10 = 52,471.	5) 0,054 : 10 = 0,0054.
2) 524,71 : 100 = 5,2471.	6) 0,054 : 100 = 0,00054.
3) 524,71 : 10000 = 0,052471.	7) 0,054 : 1000 = 0,000054.
4) 524,71 : 1000000 = 0,00052471.	8) 0,054 : 10000 = 0,0000054.

§. 50.

2. Aufgabe. Einen Decimalbruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.

Auflösung. Man dividire wie bei ganzen Zahlen, jedoch mit Rücksicht auf das Komma. Bleibt zuletzt ein Rest, so kann man ihm ein Null anhängen und durch fortgesetzte Division noch weitere Decimalen für den Quotient finden, z. B.

5476,214 : 32 = 171,131686 . . .

```
32
227
224
 36
 32
  42*
  32
  101**
   96
    54
    32
    220 ꝛc.
```

Die 4 Einer Rest bei * wurden in 40 Zehntel aufgelöst und die 2 Zehntel des Dividenden dazu herunter gesetzt, dann hieß es: 42 Zehntel, getheilt durch 32, gibt 1 Zehntel für den Quotient. Die 10 Zehntel Rest bei ** wurden in 100 Hundertel aufgelöst und das 1 Hundertel des Dividenden dazu herunter gesetzt, dann hieß es: 101 Hundertel, getheilt durch 32, gibt 3 Hundertel für den Quotient. Und so wurde der jedesmalige Rest immer in 10 mal kleinere Decimalen aufgelöst.

Ebenso findet man noch:

1) 4057,632 : 35 = 115,93234 ....
2) 28,432 : 74 = 0,384216 ....
3) 3,54 : 7 = 0,505714 ....
4) 0,00285 : 8 = 0,00035625.
5) $\frac{0,00002976}{842}$ = 0,00000003534 ....
6) $\frac{0,01765125}{375}$ = 0,00004707.

§. 52.

3. Aufgabe. Eine ganze Zahl durch einen Decimalbruch zu dividiren.

Auflösung. Man lasse im Divisor das Komma hinweg, hänge der ganzen Zahl so viele Nullen an, als der Divisor Decimalstellen hat, und dividire dann wie bei der Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Decimalbruch (§. 43.), z. B.

1) 258 : 12,46 = 25800 : 1246 = 20,70626003 ....

Denn dadurch, daß man im Divisor das Komma hinwegläßt und dem Dividend zwei Nullen anhängt, wird der Dividend und Divisor mit einer und derselben Zahl (mit 100) multiplizirt (§. 46) und der Quotient bleibt dabei unverändert (§. 7. Anm. 4).

Oder:

Schreibt man den Decimalbruch mit seinem Nenner an, so erhält man nach §. 34 und §. 43:

258 : 12,46 = 258 : $\frac{1246}{100}$ = 258 $\times$ $\frac{100}{1246}$ = $\frac{25800}{1246}$ = 20,70626003 ...

2) 24 : 0,000417 = 24000000 : 417 = 57553,95683 ...

Denn dadurch, daß man im Divisor das Komma hinwegläßt und dem Dividend 6 Nullen anhängt, wird der Dividend und Divisor mit einer und derselben Zahl (mit 1000000) multiplizirt und der Quotient bleibt dabei unverändert.

Oder:

Schreibt man den Divisor mit seinem Nenner an, so erhält man:

24 : 0,000417 = 24 : $\frac{417}{1000000}$ = 24 $\times$ $\frac{1000000}{417}$ = $\frac{24000000}{417}$ = 57553,95683 ...

Ebenso findet man noch:

3) 400 : 0,25 = 40000 : 25 = 1600.
4) 378 : 0,001 = 378000 : 1 = 278000.
5) 1 : 3,25614 = 100000 : 325614 = 0,307112 ....
6) 28 : 5430,75 = 2800 : 543075 = 0,0051558 ....
7) $\frac{2}{0,000541}$ = $\frac{2000000}{541}$ = 36968,576709 ....
8) $\frac{374}{2,43}$ = $\frac{37400}{243}$ = 153,909465 ....
9) $\frac{1}{0,024}$ = $\frac{1000}{24}$ = 41,666 ....

10) $\frac{2}{597,25} = \frac{1200}{59725} = 0{,}02009208 \ldots.$

11) $\frac{4}{0{,}001} = \frac{4000}{1} = 4000.$

§. 53.

Aufgabe. Einen Decimalbruch durch einen Decimalbruch zu dividiren.

Auflösung. Man lasse im Divisor das Komma hinweg, rücke es im Dividend um so viele Stellen weiter nach rechts, als der Divisor Decimalstellen hat, und man hat wieder den Fall wie in der 2. Aufgabe (§. 50). Sind aber im Dividend nicht so viele Stellen, über welche das Komma hinausgerückt werden soll, vorhanden, so ergänze man die fehlenden durch angehängte Nullen und man hat dann wieder zu verfahren wie in §. 43, z. B.

1) 50,3756 : 7,03 = 5037,56 : 703 = 7,165803 . . .

Denn dadurch, daß man im Divisor das Komma hinwegläßt und es im Dividend um zwei Stellen weiter nach rechts rückt, wird der Dividend und Divisor mit einer und derselben Zahl (mit 100) multiplizirt (§. 46) und der Quotient bleibt dabei unverändert.

Oder:

Schreibt man beide Decimalbrüche mit ihren Nennern an, so erhält man nach §. 36 und §. 22:

$50{,}3756 : 7{,}03 = \frac{503756}{10000} : \frac{703}{100} = \frac{503756}{10000} \times \frac{100}{703} = \frac{503756}{70300}$
$\frac{5037,56}{703} = 7{,}165803 \ldots$

2) 5,06 : 0,00217 = 506000 : 217 = 2331,79723 . . .

Denn dadurch, daß man im Dividend und Divisor das Komma hinwegläßt und noch dem Dividend drei Nullen anhängt, wird der Dividend und Divisor mit einer und derselben Zahl (mit 100000) multiplizirt und der Quotient bleibt dabei unverändert.

Oder:

$5{,}06 : 0{,}00217 = \frac{506}{100} : \frac{217}{100000} = \frac{506}{100} \times \frac{100000}{217} = \frac{506000}{217}$
$= 2331{,}79723 \ldots$

3) 4,271 : 696,205 = 4271 : 696205 = 0,006134 . . .

Hier wurde Dividend und Divisor mit 1000 multiplizirt und dann nach §. 43 weiter verfahren.

Oder:

$4{,}271 : 696{,}205 = \frac{4271}{1000} : \frac{696205}{1000} = \frac{4271}{1000} \times \frac{1000}{696205} =$
$\frac{4271}{696205} = 0{,}006134 \ldots$

Ebenso findet man noch:

4) 2,53944 : 7,2 = 25,3944 : 72 = 0,3527.

5) 0,02382245 : 0,37 = 2,382245 : 37 = 0,064385.

6) 56,4 : 0,00015 = 5640000 : 15 = 376000.

7) 145,817 : 0,0563 = 1458170 : 563 = 2590.

8) 0,004 : 0,0000213 = 40000 : 213 = 187,7934 . . .

9) 0,0072 : 0,65 = 0,72 : 65 = 0,0110769 . . .

10) 0,01 : 0,00001 = 1000 : 1 = 1000.

11) 0,00001 : 0,01 = 0,001 : 1 = 0,001.

12) $\frac{0,8}{0,00004} = \frac{80000}{4} = 20000.$

13) $\frac{23,546}{0,043} = \frac{23546}{43} = 547,58139 \ldots.$

14) $\frac{0,043}{23,546} = \frac{43}{23546} = 0,001826 \ldots.$

15) $\frac{0,65}{0,0072} = \frac{6500}{72} = 90,27777 \ldots.$

16) $\frac{0,2}{0,0001} = \frac{2000}{1} = 2000.$

17) $\frac{7,2}{2,53944} = \frac{720000}{253944} = 2,835270 \ldots.$

18) $\frac{0,54372}{0,03} = \frac{54,372}{3} = 18,124.$

19) $\frac{0,028}{0,00036} = \frac{2800}{36} = 77,777 \ldots.$

1. Anm. Der Grund, warum in den Beispielen Nro. 2, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15, 16 und 18 dieses Paragraphes und in den Beispielen Nro. 2, 3, 4, 7, 9, 11 des vorhergehenden der Quotient größer ist als der Dividend selbst, ergibt sich aus 2. Anmerkung, §. 35.

2. Anm. Kommen in einer und derselben Rechnung gemeine und Decimalbrüche vor, so verwandle man die gemeinen zuvor in Decimalbrüche oder umgekehrt, z. B.

1) $\frac{4\frac{1}{2} + 0,72 - 9\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + 8,734}{17,16 - 14\frac{3}{4}}$

$= \frac{4,5 + 0,72 - 9,333 \ldots + 0,125 + 8,734}{17,16 - 14,75}$

$= \frac{14,079 - 9,333 \ldots}{2,41} = \frac{4,746}{2,41} = 1,96929 \ldots$

2) $2\frac{1}{3} : 100 = 2,333 \ldots : 100 = 0,02333 \ldots.$

3) $2\frac{1}{3} \times 1000 = 2,333 \ldots \times 1000 = 2333,333 \ldots.$

4) $2\frac{1}{3} \times 0,001 = 2,333 \ldots \times 0,001 = 0,002333 \ldots.$

5) $2\frac{1}{3} : 0,0001 = 2,333 \ldots : 0,0001 = 23333,333 \ldots : 1$
$= 23333,333 \ldots.$

6) $0,001 \times 2\frac{1}{3} = 0,001 \times \frac{7}{3} = \frac{0,007}{3} = 0,002333 \ldots.$

7) $0,0001 : 2\frac{1}{3} = 0,0001 : \frac{7}{3} = 0,0001 \times \frac{3}{7} = \frac{0,0003}{7} =$
$0,0000428 \ldots.$

8) $6\frac{1}{2} : 0,001 = 6,5 : 0,001 = 6500 : 1 = 6500.$

Abgekürzte Division.

§. 54.

Auch die Division läßt sich abkürzen, wenn es im Quotient auf größere Genauigkeit der letzteren Decimalen nicht ankommt. Das abgekürzte Dividiren besteht darin, daß man nach den §§. 52 und 53 den Divisor wieder zuerst zu einer ganzen Zahl macht und mit ihm alsdann wie gewöhnlich dividirt. Um aber im Quotienten die weiteren Ziffern, auf deren Genauigkeit es weniger ankommt, zu erhalten, setze man keine Ziffer mehr zu dem jedesmaligen Reste herunter oder hänge

ihm kein Null an, lasse zugleich im Divisor immer die äußerste Ziffer rechts fallen und dividire mit dem immer kleiner werdenden Divisor in den immer kleiner werdenden Rest. Die allerletzte Ziffer des vom jedesmaligen Rest abzuziehenden Produktes wird noch näher dadurch bestimmt, daß man die Einheiten nächst höherer Ordnung, die bei ausführlicherer Division aus der jedesmaligen Multiplikation der Einheiten nächst niedrigerer Ordnung entstehen und herübergezählt werden müßten, wirklich herüberzählt.

Beispiele.

1) 40,4567 : 0,005437 = 40456700 : 5437 = 7440,997...

Ausrechnung: 40456700 : 5(4(3(7 = 7440,997...

```
38059
 23977
 21748
 =22290
  21748
 ==5420
   4893
   =527
    488
    =39
     37
     =2
```

Ausführliche Division.

40456700 : 5437 = 7440,996...

```
38059
 23977
 21748
 =22290
  21748
 ==5420|0
   4893|3
   =526|70
    489|33
    =37|370
     32|622
     =4|7480
```

2) 0,0475567 : 0,75638 = 4755,67 : 75638 = 0,062874...

Ausrechnung: 4755,67 : 7(5(6(3(8 = 0,062874...

```
453828
=21739
 15127
 =6612
  6050
  =562
   529
   =33
    30
    =3
```

Ausführliche Division.

4755,67 : 75638 = 0,062874...

```
453828
=21739|0
 15127|6
 =6611|40
  6051|04
  =560|360
   529|466
   =30|8940
    30|2552
    ==|6388
```

Zum Schlusse noch einige Rechnungsvortheile bei der Multiplikation und Division von ganzen Zahlen und Decimalbrüchen.

I. Kommt unter den Ziffern des einen Faktors ein Einser vor, so lasse man den anderen Faktor als erstes Partialprodukt gelten und setze die übrigen Partialprodukte darunter mit Berücksichtigung der Stellenwerthe, z. B.

1) 473 × 127	2) 53,1 × 43,26	3) 530,4 × 3,17
946	1297 8	371 28
3311	21630	15912
= 60071	= 2297,106	= 1681,368

II. Läßt sich ein Faktor zerlegen in einzifferige, so multiplizire man mit letzteren einzeln, um das Addiren der Partialprodukte zu ersparen, z. B.

$53,48 \times 45 = 53,48 \times (9 \cdot 5) = 481,32 \times 5 = 2406,60.$

Mit Anwendung der Regel in §. 47 gilt das nämliche Verfahren, wenn der Faktor ein Decimalbruch ist, z. B.

1) $234,72 \times 2,8 = 23,472 \times 28 \times 23,472 = (7 \cdot 4) = 164,304 \times 4 = 657,216.$*)

2) $234,72 \times 0,028 = 0,23472 \times 28 = 0,23472 \times (7 \cdot 4) = 1,64304 \times 4 = 6,57216.$

III. Da $25 = \frac{100}{4}$ und $125 = \frac{1000}{8}$, so wird man anstatt mit 25 und 125 beziehungsweise mit $\frac{100}{4}$ und $\frac{1000}{8}$ multipliziren, also im ersten Falle mit 100 multipliziren und das Produkt durch 4 dividiren, im zweiten Falle mit 1000 multipliziren und das Produkt durch 8 dividiren, z. B.

1) $434,7 \times 25 = 434,7 \times \frac{100}{4} = \frac{43470}{4} = 10867,5;$

2) $3474 \times 125 = 3474 \times \frac{1000}{8} = \frac{3474000}{8} = 434250.$

Mit Anwendung der Regel in §. 47 gilt das nämliche Verfahren, wenn 25 und 125 Decimalbrüche werden, z. B.

1) $35,72 \times 2,5 = 3,572 \times 25 = 3,572 \times \frac{100}{4} = \frac{357,2}{4} = 89,3.$

2) $35,72 \times 0,25 = 0,3572 \times 25 = 0,3572 \times \frac{100}{4} = \frac{35,72}{4} = 8,93.$

3) $35,72 \times 0,025 = 0,03572 \times 25 = 0,03572 \times \frac{100}{4} = \frac{3,572}{4} = 0,893.$

4) $31,43 \times 1,25 = 0,3143 \times 125 = 0,3143 \times \frac{1000}{8} = \frac{314,3}{8} = 39,2875.$

5) $31,43 \times 0,0125 = 0,003143 \times 125 = 0,003143 \times \frac{1000}{8} = \frac{3,143}{8} = 0,392875.$

---

*) In Wirklichkeit wird man die Andeutungen, die hier der ausführlicheren Erklärung wegen noch beigesetzt wurden, übergehen und sich kürzer fassen. Dieselbe Bemerkung gilt auch für die folgenden Fälle.

IV. Bei der Multiplikation mit 11 und 111 erhält man die Ziffern des Produkts durch die Quersummen je zweier, beziehungsweise je dreier unmittelbar auf einander folgender Ziffer des Multiplikanden, indem man hierin von rechts nach links jede einzelne Ziffer 2 mal, beziehungsweise 3 mal als Quersummand verwendet. Der Grund dieses Verfahrens erhellt bei der Addition der Partialprodukte, die entstehen, wenn man mit 11 oder 111 nach der ganz gewöhnlichen Regel wirklich multiplizirt, z. B.

1) $47{,}59 \times 11 = 523{,}49$ 2) $475{,}9 \times 111 = 52824{,}9$

```
  4 7 5 9            4 7 5 9
   × 1 1            × 1 1 1
  -------          ---------
  4 7 5 9            4 7 5 9
4 7 5 9            4 7 5 9
---------        4 7 5 9
5 2 3,4 9        -----------
                 5 2 8 2 4,9
```

Mit Anwendung der Regel in §. 47. gilt dasselbe Verfahren, wenn 11 und 111 Decimalbrüche werden, z. B.

1) $234 \times 1{,}1 = 23{,}4 \times 11 = 257{,}4$.
2) $234 \times 0{,}011 = 0{,}234 \times 11 = 2{,}574$.
3) $65 \times 0{,}111 = 0{,}065 \times 111 = 7{,}215$.

Anm. Anwendung dieser Multiplikation mit 11 bei den Rechnungen nach Karolinen, wobei das Resultat in Gulden angegeben werden soll.

V. Läßt sich der Divisor zerlegen in ein Produkt von einzifferigen Faktoren, so dividire man zuerst durch den einen und den erhaltenen Quotient durch den anderen Faktor, z. B.

1) $44371 : 56 = 44371 : (8 \cdot 7) = 5546\frac{3}{8} : 7 = 792\frac{19}{56}$.
2) $302{,}84 : 35 = 302{,}84 : (5 \cdot 7) = 60{,}568 : 7 = 8{,}652\ldots$

Mit Anwendung der Regeln in §. 52. und 53. läßt sich dieses Verfahren auch anwenden, wenn der Divisor ein Decimalbruch ist, z. B.

1) $516 : 3{,}2 = 5160 : 32 = 5160 : (8 \cdot 4) = 645 : 4 = 161{,}25$.
2) $0{,}516 : 0{,}032 = 516 : 32 = 516 : (8 \cdot 4) = 64{,}5 : 4 = 16{,}125$.

VI. Anstatt durch 25 und 125 zu dividiren, dividire man durch $\frac{100}{4}$ und $\frac{1000}{8}$, man multiplizire also nach §. 35. im ersten Falle mit 4 und dividire das Produkt durch 100, im zweiten Falle multiplizire man mit 8 und dividire das Produkt durch 1000, z. B.

1) $4228 : 25 = 4228 : \frac{100}{4} = 4228 \times \frac{4}{100} = 169{,}12$.
2) $7439 : 125 = 7439 : \frac{1000}{8} = 7439 \times \frac{8}{1000} = 59{,}512$.
3) $58{,}492 : 25 = 58{,}492 : \frac{100}{4} = 58{,}492 \times \frac{4}{100} = 2{,}33968$.

Mit Anwendung der Regeln in §. 52. und 53. läßt sich dieses Verfahren auch anwenden, wenn 25 und 125 Decimalbrüche werden, z. B.

1) $14{,}04 : 2{,}5 = 140{,}4 : 25 = 140{,}4 \times \frac{4}{100} = 5{,}616$.
2) $14{,}04 : 0{,}025 = 14040 : 25 = 14040 \times \frac{4}{100} = 161{,}6$.

3) $813{,}52 : 0{,}125 = 813520 : 125 = 813520 \times \frac{8}{1000} = 6508{,}15.$

4) $47 : 1{,}25 = 4700 : 125 = 4700 \times \frac{8}{1000} = 37{,}6.$

Von den Kettenbrüchen.

§. 55.

Ein Bruch, dessen Nenner aus zwei Theilen besteht, wovon der eine eine ganze Zahl, der andere ein Bruch ist, dessen Nenner selbst wieder aus einer ganzen Zahl und einem Bruche besteht u. s. f., heißt **Kettenbruch** oder **continuirlicher Bruch**, weil nämlich die einzelnen Brüche fortlaufend zusammenhängen wie die Glieder einer Kette, z. B.

$$\cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{4}}}}}$$

Die einzelnen Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ &c. heißen **Glieder** des Kettenbruches, und wird ein Kettenbruch irgend wo abgebrochen, so geschieht dieses immer zwischen zwei Gliedern.

§. 56.

Nimmt man in einem Kettenbruche nur das 1. Glied, oder die 2, 3, 4 . . . ersten Glieder und verwandelt sie in einen gewöhnlichen Bruch, so heißt man diesen der Ordnung nach den **reducirten Werth** des 1. Gliedes des Kettenbruches, oder den der 2, 3, 4 . . . ersten Glieder oder auch den 1ten, 2ten, 3ten, 4ten **Partialbruch** des Kettenbruches, z. B. aus

$$\cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{5}}}}}$$

folgt:

1ter Partialbruch $= \frac{1}{2}$

2ter Partialbruch $= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4}} = \cfrac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$

3ter Partialbruch $= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{13}{3}}} = \cfrac{1}{2 + \frac{3}{13}}$

$= \cfrac{1}{\frac{29}{13}} = \frac{13}{29}$.

4ter Partialbruch $= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{6}}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\frac{19}{6}}}}$

$= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \frac{6}{19}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{82}{19}}} = \cfrac{1}{2 + \frac{19}{82}} = \cfrac{1}{\frac{183}{82}}$

$= \frac{82}{183}$ rc.

Jeder folgende Partialbruch kommt dem reducirten Werthe des Kettenbruches immer näher und deßhalb heißen die Partialbrüche auch **Näherungswerthe** des Kettenbruches.

§. 57.

Aufgabe. Einen gemeinen- oder Decimalbruch in einen Kettenbruch zu verwandeln.

Auflösung: $\frac{92}{203} = \cfrac{1}{\frac{203}{92}} = \cfrac{1}{2 + \frac{19}{92}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{92}{19}}}$

$= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \frac{16}{19}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\frac{19}{16}}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \frac{3}{16}}}} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\frac{16}{3}}}}}$

$= \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3}}}}}$

An diesem Beispiele wird man die Regel des Verfahrens sofort erkennen.

Wie man sieht, findet man die Nenner der einzelnen Glieder des Kettenbruches, indem man verfährt, wie beim Aufsuchen des größten gemeinschaftlichen Maßes zweier Zahlen (§. 14.).

Um den Bruch $\frac{2509}{725}$ in einen Kettenbruch zu verwandeln, findet man nach §. 14.:

2509 : 725 = 3 Ganze
2175
725 : 334 = 2
668
334 : 57 =
285
57 : 49 = 1
49
49 : 8 = 6
48
8 : 1 = 8
8
0

also ist: $\frac{2509}{725} = 3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{8}}}}}$

Ebenso findet man 0,0478 = $\frac{478}{10000}$. Die Quotienten nach §. 14. sind: 20, 1, 11, 1, 1, 2, 1, 2, also ist der Kettenbruch:

$$0{,}0478 = \cfrac{1}{20 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}}}}}}$$

§. 58.

Die Kettenbrüche werden angewendet, wenn man den Quotient oder das Verhältniß zweier Zahlen, zweier verschiedener Maße, Gewichte ꝛc. annähernd in einem einfachen Bruche und in kleinerer Form darstellen will. Man verwandelt nämlich den Quotient zuerst in einen Kettenbruch und bestimmt davon die verschiedenen Näherungswerthe je nach der verlangten Genauigkeit.

Beispiele.

1) Denkt man sich die krumme Linie eines Kreises durchschnitten und zu einer geraden Linie ausgestreckt, so ist sie immer 3,1415926 . . . mal so lang als der zu dem Kreise gehörige Durchmesser. Man soll die Näherungswerthe dieses Bruches 3,1415926 . . . angeben.

Auflösung. Die Quotienten zu 0,1415926 . . . oder $\frac{1415926\ldots}{10000000\ldots}$ sind nach §. 14. folgende: 7, 15, 1, 292, 1 ꝛc. also ist:

$$3{,}1415926 = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1}}}}}$$

ꝛc. und hieraus:

1ter Näherungswerth $= 3$.

2ter Näherungswerth $= 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$.

3ter Näherungswerth $= 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15}} = 3 + \cfrac{1}{\frac{106}{15}} = 3 + \frac{15}{106}$

$= 3\frac{15}{106} = \frac{333}{106}$.

4ter Näherungswerth $= 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1}}} = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{\frac{16}{1}}}$

$= 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{16}} = 3 + \cfrac{1}{\frac{113}{16}} = 3 + \frac{16}{113} = 3\frac{16}{113} = \frac{355}{113}$ ꝛc.

d. h. die Kreislinie ist 3 mal oder $\frac{22}{7}$ mal oder $\frac{333}{106}$ oder $\frac{355}{113}$ ꝛc. mal so lang als der Durchmesser.

2) 100 bayerische Ellen sind 138,8 badische, also ist:

1 bayerische Elle $= \frac{138{,}8}{100} = 1{,}388$ badische.

Welches sind die Näherungswerthe von diesen 1,388 badischen Ellen?

Auflösung. Die Quotienten zu 0,388 oder $\frac{388}{1000}$ sind: 2, 1, 1, 1, 1, 4 also ist:

$$1{,}388 = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}}}}$$

1ter Näherungswerth $= 1$.

2ter Näherungswerth $= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

3ter Näherungswerth $= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1}} = 1 + \cfrac{1}{\frac{3}{1}} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

4ter Näherungswerth $= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{2}{1}}}$

$= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} = 1 + \cfrac{1}{\frac{5}{2}} = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}.$

Ebenso findet man:

5ter Näherungswerth $= \frac{11}{8}$.

6ter Näherungswerth $= \frac{18}{13}$.

7ter Näherungswerth $= \frac{83}{60}$.

D. h. 1 bayerische Elle $= 1$ oder $= \frac{3}{2}$ oder $= \frac{4}{3}$ oder $= \frac{7}{5}$ oder $= \frac{11}{8}$ rc. badische Ellen.

3) Den Decimalbruch 0,66 . . . in einen gemeinen zu verwandeln.

Auflösung. Die Quotienten zu $\frac{66\ldots}{100\ldots}$ sind: 1, 1, 1, 16; also ist $0{,}66 = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{16}}}}$ hieraus folgt

1ter Näherungswerth $= \frac{1}{1} = 1.$

2ter Näherungswerth $= \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}} = \frac{1}{2}.$

3ter Näherungswerth $= \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}} = \frac{2}{3}.$

4ter Näherungswerth $= \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{16}}}} = \frac{33}{50}.$

4) Die badische Ohm enthält 140,3 bayerische Maß, der würtembergische Eimer aber 274,95 bayerische Maß, also ist die badische Ohm kleiner als der würtembergische Eimer und so oft in dem würtembergischen Eimer enthalten als die Zahl 140,3 in der Zahl 274,95. Es ist also 1 würtembergische Eimer $= \frac{274{,}95}{140{,}3}$ badische Ohm. Welches sind die Näherungswerthe von $\frac{274{,}95}{140{,}3}$?

Auflösung. Die Quotienten zu $\frac{274{,}95}{140{,}3}$ oder $\frac{27495}{14030}$ sind: 1, 23, 1, 4, 1, 18; also ist

$$\frac{274{,}95}{140{,}3} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{23 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{18}}}}}}$$

1ter Näherungswerth $= 1$.

2ter Näherungswerth $= 1 + \frac{1}{1} = 2$.

3ter Näherungswerth $= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{23}} = 1\frac{23}{24} = \frac{47}{24}$.

4ter Näherungswerth $= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{23 + \cfrac{1}{1}}} = 1\frac{24}{25} = \frac{49}{25}$.

5ter Näherungswerth $= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{23 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}} = 1\frac{119}{124} = \frac{243}{124}$ ꝛc.

d. h. 1 würtembergische Eimer $= 1$ oder $= 2$ oder $= \frac{47}{24}$ oder $= \frac{49}{25}$ oder $= \frac{243}{124}$ ꝛc. badische Ohm.

Folgende Brüche in Kettenbrüche zu verwandeln und die verschiedenen Näherungswerthe derselben anzugeben:

a) $\frac{401}{5048}$; b) $7\frac{143}{1480}$; c) 0,0493; d) 8,5317; e) 2,6999.

III. Die vier Grundrechnungsarten mit benannten ganzen und gebrochenen Zahlen.

Das französische Maß- und Gewichtssystem.

Längenmaß.

§. 59.

Die Einheit des französischen Längenmaßes ist der Meter, nämlich der 10000000te Theil von der Länge des nördlichen Erdmeridianquadranten, der durch die Sternwarte von Paris geht. Von dem Meter ist das ganze französische Maß- und Gewichtssystem abgeleitet, seit 1793 in Frankreich eingeführt und hat durch seine Einfachheit und Zweckmäßigkeit den Vorzug vor dem Maß- und Gewichtssystem übriger Länder. Der Meter wird eingetheilt in 10 Decimeter à 10 Centimeter à 10 Millimeter. Es ist also:

Meter (m)		Decimeter (dm)		Centimeter (cm)		Millimeter (mm)
1	=	10	=	100	=	1000
0,1	=	1	=	10	=	100
0,01	=	0,1	=	1	=	10
0,001	=	0,01	=	0,1	=	1

Eine Länge von z. B. 5 Meter, 8 Decimeter, 4 Centimenter und 7 Millimeter wird bezeichnet mit 5^{m} 8^{dm} 4^{cm} 7^{mm}.

Figur 1. ist die natürliche Größe eines in 10 Centimeter eingetheilten Decimeters. Einer von den Centimetern ist wieder abgetheilt in 10 Millimeter.

Anm. Vor dem Jahre 1793 war in Frankreich die Maßeinheit der Pariser Fuß, abgetheilt in 12 Zoll, jeder Zoll in 12 Linien. Der Pariser Fuß, der zuweilen noch als Längeneinheit angenommen wird, hat eine Länge von 0,3248 Meter, so daß 1 Meter = 3,0784 Pariser Fuß ist.

Flächenmaß.

§. 60.

Der Quadratmeter ist ein Quadrat, dessen Seite 1 Meter lang ist. Theilt man den Quadratmeter in 10 gleichbreite Streifen und jeden Streifen wieder in 10 Quadrate, wie es in Fig. 2. in verkleinertem Maßstabe dargestellt ist, so wird der Quadratmeter in 100 kleinere Quadrate zertheilt, wovon jedes 1 Decimeter zur Seitenlänge hat und deßhalb Quadratdecimeter heißt. Verfährt man ebenso mit dem Quadratdecimeter, so zerfällt dieser wieder in 100 kleinere Quadrate, wovon jedes einen Centimeter zur Seitenlänge hat und deßhalb Quadratcentimeter heißt; verfährt man endlich wieder so mit dem Quadratcentimeter so zerfällt dieser wieder in 100 kleinere Quadrate, wovon jedes 1 Millimeter zur Seitenlänge hat und deßhalb Quadratmillimeter heißt. Es ist also:

Quadrat-Meter. (□m)		Quadrat-Decimeter. (□dm)		Quadrat-Centimeter. (□cm)		Quadrat-Millimeter. (□mm)
1	=	100	=	10000	=	1000000
0,01	=	1	=	100	=	10000
0,0001	=	0,01	=	1	=	100
0,000001	=	0,0001	=	0,01	=	1

Eine Fläche von z. B. 12 Quadratmeter, 48 Quadratdecimeter, 54 Quadratcentimeter und 72 Quadratmillimeter wird bezeichnet mit $12^{□m}$ $48^{□dm}$ $54^{□cm}$ $72^{□mm}$.

Bei Feldern dient als Flächeninhalt die Are oder die metrische Quadratruthe, nämlich ein Quadrat, dessen Seite 10 Meter lang ist, also $100^{□m}$ enthält. 100 Aren ($10000^{□m}$) nennt man einen metrischen Morgen; $\frac{1}{10}$ Are nennt man eine Deciare.

Körpermaß.

§. 61.

Der Kubikmeter ist ein Würfel, dessen Kante 1 Meter lang ist. Theilt man den Kubikmeter in 10 gleiche Platten, jede Platte in 10 gleiche Stäbe und jeden Stab wieder in 10 gleiche Würfel, wie es in Fig. 2. in verkleinertem Maßstabe gezeigt ist, so wird der Kubikmeter in 1000 kleinere Würfel zerlegt, wovon jeder dem Würfel a gleich ist, 1 Decimeter zur Kantenlänge hat und deßhalb Kubikdecimeter heißt. Verfährt man ebenso mit dem Kubikdecimeter, so zerfällt dieser wieder in 1000 kleinere Würfel, wovon jeder einen Centimeter zur Kantenlänge hat und deßhalb Kubikcentimeter heißt; verfährt man endlich wieder so mit dem Kubikcentimeter, so zerfällt auch dieser wieder in 1000 kleinere Würfel, wo von jeder 1 Millimeter zur Kantenlänge hat und deßhalb Kubikmillimeter heißt. Es ist also:

Kubik-Meter. (km)	Kubik-Decimeter. (kdm)	Kubik-Centimeter (kcm)	Kubik-Millimeter. (kmm)
1	= 1000	= 1000000	= 1000000000
0,001	= 1	= 1000	= 1000000
0,000001	= 0,001	= 1	= 1000
0,000000001	= 0,000001	= 0,001	= 1

Ein Kubikinhalt von z. B. 34 Kubikmeter, 136 Kubikdecimeter, 418 Kubikcentimeter und 842 Kubikmillimeter wird bezeichnet mit 34^{km} 136^{kdm} 418^{kcm} 842^{kmm}.

§. 62.

Die Einheit für das **Flüssigkeitsmaß** oder **Hohlmaß** überhaupt ist der Liter, nämlich der Raum, den ein Kubikdecimeter einnimmt, und es ist:

$\frac{1}{10}$ Liter = 1 Deciliter (= 0,1 Liter).

$\frac{1}{100}$ Liter = 1 Centiliter (= 0,01 Liter).

$\frac{1}{1000}$ Liter = 1 Milliliter (= 0,001 Liter und gleich einem Kubikcentimeter).

10 Liter = 1 Dekaliter.

100 Liter = 1 Hektoliter (auch metrische Ohm).

1000 Liter = 1 Kiloliter (auch metrisches Fuder oder 1 Kubimeter).

10000 Liter = 1 Myrialiter.

Gewicht.

§. 63.

Die Gewichtseinheit ist der Gramm, nämlich das Gewicht von einem Kubikcentimeter destilirten Wassers in der größten Dichtigkeit (bei 3½ Grad Reaumur).

$\frac{1}{10}$ Gramm = 1 Decigramm (= 0,1 Gramm).

$\frac{1}{100}$ Gramm = 1 Centigramm (= 0,01 Gram).

$\frac{1}{1000}$ Gramm = 1 Milligramm (= 0,001 Gramm).
10 Gramm = 1 Dekagramm.
100 Gramm = 1 Hektogramm.
1000 Gramm = 1 Kilogramm (Gewicht eines Kubikdecimeters oder Liters Wasser = 2 Zollpfund).
10000 Gramm = 1 Myriagramm.

Das bayerische Maß und Gewicht.

Längenmaß

§. 64.

Der Fuß oder Schuh = 0,2918 Meter oder = 129,38 Pariser Linien. 1 Meter = 3,4263 bayerische Fuß. Die Eintheilung des Fußes ist zweifach, nämlich:

1) geometrisch oder 10 theilig wie beim Meter, daher Decimalmaß. Nach dieser theilt man den Fuß in 10 Zoll à 10 Linien à 10 Skrupel oder Haarbreiten. 10 Fuß sind eine Decimalruthe oder geometrische Ruthe. Es ist also:

Ruthe (°)		Fuß (′)		Zoll (″)		Linie (‴)		Skrupel (⁗)
1	=	10	=	100	=	1000	=	10000
0,1	=	1	=	10	=	100	=	1000
0,01	=	0,1	=	1	=	1	=	100
0,001	=	0,01	=	0,1	=	1	=	10
0,0001	=	0,001	=	0,01	=	0,1	=	1

Eine Länge von z. B. 8 Ruthen, 4 Fuß, 2 Zoll, 7 Linien und 9 Haarbreiten wird bezeichnet mit 8° 4′ 2″ 7‴ 9⁗ d (dec.)

Die Eintheilung des nämlichen Fußes ist

2) 12theilig, daher Duodecimalmaß, auch Werkmaß genannt. Nach dieser theilt man den Fuß in 12 Zoll à 12 Linien à 12 Skrupel. 12 Fuß sind eine Duodecimalruthe. Es ist daher:

Ruthe (°)		Fuß (′)		Zoll (″)		Linie (‴)		Skrupel (⁗)
1	=	12	=	144	=	1728	=	20736
$\frac{1}{12}$	=	1	=	12	=	144	=	1728
$\frac{1}{144}$	=	$\frac{1}{12}$	=	1	=	12	=	144
$\frac{1}{1728}$	=	$\frac{1}{144}$	=	$\frac{1}{12}$	=	1	=	12
$\frac{1}{20736}$	=	$\frac{1}{1728}$	=	$\frac{1}{144}$	=	$\frac{1}{12}$	=	1

Eine Länge von z. B. 7 Ruthen, 10 Fuß, 11 Zoll, 9 Linien und 8 Haarbreiten Duodecimalmaß wird bezeichnet mit 7° 10′ 11″ 9‴ 8⁗ dd (duodec).

Anm. Duodecimalzoll, -Linien, -Skrupel sind also kleiner als Decimalzoll, -Linien, -Skrupel; dagegen ist die Duodecimalruthe um 2 Fuß größer als die Decimalruthe.

Die bayerische Elle = 2,854 Fuß = 2′ 8″ 5‴ 4⁗d oder
= 2′ 10″ 3‴dd oder = 0,833 Meter.
1 Klafter oder Faden = 6 Fuß.
1 Chausseemeile = 25406 Fuß = 7415 Meter.
1 Chausseestunde = 12703 Fuß = 3707,5 Meter.

Flächenmaß.

§. 65.

Der Quadratfuß ist ein Quadrat, dessen Seite 1 Fuß lang ist. 1 Quadratfuß = 0,0852 Quadratmeter; 1 Quadratmeter = 11,74 Quadratfuß. Man theilt den Quadratfuß ein entweder:

1) nach der Decimaleintheilung (wie beim Quadratmeter) in 100 Quadratzoll à 100 Quadratlinien à 100 Quadratskrupel. 100 Quadratfuß sind eine Decimalquadratruthe, d. h. ein Quadrat, dessen Seite 10 Fuß lang ist. Es ist also:

Quadrat-Ruthe (□°)		Quadrat-Fuß (□′)		Quadrat-Zoll (□″)		Quadrat-Linie (□‴)		Quadrat-Skrupel (□⁗)
1	=	100	=	10000	=	1000000	=	100000000
0,01	=	1	=	100	=	10000	=	1000000
0,0001	=	0,01	=	1	=	100	=	10000
0,000001	=	0,0001	=	0,01	=	1	=	100
0,00000001	=	0,000001	=	0,0001	=	0,01	=	1

Eine Fläche von z. B. 41 Quadratruthen, 89 Quadratfuß, 72 Quadratzoll, 9 Quadratlinien und 47 Quadratskrupel Decimalmaß wird bezeichnet mit 41□° 89□′ 72□″ 9□‴ 47□⁗d.

2) Oder der nämliche Quadratfuß wird nach der Duodecimaleintheilung in 144 Quadratzoll eingetheilt, indem man ihn in 12 gleiche Streifen und jeden Streifen wieder in 12 kleinere Quadrate zerlegt, wovon jedes 1 Duodecimalzoll zur Seitenlänge hat. Diese Eintheilung wiederholt man am Quadratzoll und man erhält 144 Quadratlinien, ebenso erhält man an jeder Quadratlinie wieder 144 Quadratskrupel. 144 Quadratfuß geben 1 Duodecimalquadratruthe, d. h. ein Quadrat, dessen Seite 12 Fuß lang ist. Es ist also:

Quadrat-Ruthe (□°)		Quadrat-Fuß (□′)		Quadrat-Zoll (□″)		Quadrat-Linie (□‴)		Quadrat-Skrupel (□⁗)
1	=	144	=	20736	=	2985984	=	429981696
$\frac{1}{144}$	=	1	=	144	=	20736	=	2985984
$\frac{1}{20736}$	=	$\frac{1}{144}$	=	1	=	144	=	20736
$\frac{1}{2985984}$	=	$\frac{1}{20736}$	=	$\frac{1}{144}$	=	1	=	144
$\frac{1}{429981696}$	=	$\frac{1}{2985984}$	=	$\frac{1}{20736}$	=	$\frac{1}{144}$	=	1

Eine Fläche von z. B. 12 Quadratruthen, 126 Quadratfuß, 140 Quadratzoll, 32 Quadratlinien und 138 Quadratskrupeln Duodecimalmaß wird bezeichnet mit 12□° 126□′ 140□″ 32□‴ 138□⁗ dd.

Zur Ausmessung der Felder dient das **Tagwerk** (Jauchert, Morgen) als Flächeneinheit, nämlich eine Fläche von 40000□′ oder 400□°. Der 100ste (in manchen Gegenden der 1000ste) Theil eines Tagwerks heißt **Decimale.** Es ist also eine Decimale = 400□′ (oder in manchen Gegenden 40□″).

Duodecimalquadratzoll, -Linien, -Skrupel, sind also kleiner als Decimalquadratzoll, -Linien, -Skrupel; dagegen ist die Duodecimalquadratruthe um 44 Quadratfuß größer als die Decimalquadratruthe.

Körpermaß.

§. 66.

Der Kubikfuß ist ein Würfel, dessen Kante ein Fuß lang ist. 1 Kubikfuß = 0,0249 Kubikmeter. 1 Kubikmeter = 40,224 Kubikfuß. Man theilt den Kubikfuß ein entweder:

1) nach der Decimaleintheilung (wie beim Kubikmeter) in 1000 Kubikzoll à 1000 Kubiklinien à 1000 Kubikscrupel. 1000 Kubikfuß sind eine Decimalkubikruthe, d. h. ein Würfel, dessen Kante 10 Fuß lang ist. Es ist also:

Kubikfuß (c′)		Kubikzoll (c″)		Kubiklinie (c‴)		Kubikskrupel (c⁗)
1	=	1000	=	1000000	=	1000000000
0,001	=	1	=	1000	=	1000000
0,000001	=	0,001	=	1	=	1000
0,000000001	=	0,000001	=	0,001	=	1

Ein Kubikinhalt von z. B. 84 Kubikruthen, 759 Kubikfuß 884 Kubikzoll, 87 Kubiklinien und 730 Kubikskrupel Decimalmaß wird bezeichnet mit 84c° 759c′ 884c″ 87c‴ 730c⁗d.

2) Oder der nämliche Kubikfuß wird nach der Duodecimaleintheilung in 1728 Kubikzoll à Kubiklinien à 1728 Kubikskrupel eingetheilt, indem man ihn in 12 gleiche Platten, jede Platte in 12 gleiche Stäbe und jeden Stab in 12 gleiche Würfel zerlegt, wovon jeder 1 Duodecimalzoll zur Kantenlänge hat und Duodecimalkubikzoll heißt. Dieselbe Eintheilung wiederholt man am Kubikzoll und man erhält 1728 Duodecimalkubiklinien und an jeder wieder durch dieselbe Eintheilung 1728 Duodecimalkubikskrupel. 1728 Kubikfuß sind eine Duodecimalkubikruthe, d. h. ein Würfel, dessen Kante 12 Fuß lang ist. Es ist also:

Kubikfuß (c')		Kubikzoll (c'')		Kubiklinie (c''')		Kubikskrupel (c'''')
1	=	1728	=	2985984	=	5159780352
$\frac{1}{1728}$	=	1	=	1828	=	2985984
$\frac{1}{2985984}$	=	$\frac{1}{1728}$	=	1	=	1728
$\frac{1}{5159780352}$	=	$\frac{1}{2985984}$	=	$\frac{1}{1728}$	=	1

Ein Kubikinhalt von z. B. 18 Kubikruthen, 759 Kubikfuß, 1642 Kubikzoll, 1582 Kubiklinien und 1236 Kubikskrupel Duodecimalmaß wird bezeichnet mit 18^{c0} $759^{c'}$ $1642^{c''}$ $1582^{c'''}$ $1236^{c''''}$ dd.

Anm. Duodecimalkubikzoll, -Linien, -Skrupel sind also kleiner als Decimalkubikzoll, -Linien, -Skrupel; dagegen ist die Duodecimalkubikruthe um 728 Kubikfuß größer als die Decimalkubikruthe.

§. 67.

Flüssigkeitsmaß. Die bayerische Maß = 43 Decimalkubikzoll = 74,304 Duodecimalkubikzoll = 1,069 Liter. Ein Liter = 0,935 Maß. Ferner ist:

Fuder		Ohm		Eimer		Maß		Schoppen oder Quart.
1	=	6	=	12	=	720	=	2880
$\frac{1}{6}$	=	1	=	2	=	120	=	480
$\frac{1}{12}$	=	$\frac{1}{2}$	=	1	=	60	=	240
$\frac{1}{720}$	=	$\frac{1}{120}$	=	$\frac{1}{60}$	=	1	=	4
$\frac{1}{2880}$	=	$\frac{1}{480}$	=	$\frac{1}{240}$	=	$\frac{1}{4}$	=	1

Der Visireimer hat 64 Maß = 68,416 Liter, der Schenkeimer (Weinhandelsmaß) hat 60 Maß = 60,14 Liter. Ein Faß Bier hat 25 Visireimer.

§. 68.

Getreidemaß. Der Metzen = $34\frac{2}{3}$ Maß = 37,06 Liter. 6 Metzen sind 1 Schäffel = 208 Maß = 222,36 Liter = 8,944 ... Kubikfuß. Es ist:

Schäffel		Metzen		Viertel		Maßl		Dreißiger
1	=	6	=	12	=	96	=	192
$\frac{1}{6}$	=	1	=	2	=	16	=	32
$\frac{1}{12}$	=	$\frac{1}{2}$	=	1	=	8	=	16
$\frac{1}{96}$	=	$\frac{1}{16}$	=	$\frac{1}{8}$	=	1	=	2
$\frac{1}{192}$	=	$\frac{1}{32}$	=	$\frac{1}{16}$	=	$\frac{1}{2}$	=	1

§. 69.

Die Einheit für das Kalkmaß ist der Metzen (gehäuft bei $1\frac{1}{4}'$ oberen Durchmesser) = 1,42 Kubikfuß und es ist:

Muth		Schäffel		Metzen
1	=	4	=	24
$\frac{1}{4}$	=	1	=	6
$\frac{1}{24}$	=	$\frac{1}{6}$	=	1

Die **Holzklafter** ist 6 Fuß hoch, 6 Fuß lang und 3½ Fuß tief, in Rheinbayern 4 Fuß tief.

Gewicht.

§. 70.

Das **Handels**- oder **Krämerpfund** = 560 Gramm gleich dem Gewichte von $\frac{1}{44,3947\ldots}$ Kubikfuß oder 22,527 Decimalkubikzoll Wasser. Es wiegt also 1 Kubikfuß Wasser 44,3947 . . . Pfund. Ferner ist:

Centner (Ctr)		Pfund (℔)		Loth (Lth)		Quint (Qu.)
1	=	100	=	3200	=	12800
$\frac{1}{100}$	=	1	=	32	=	128
$\frac{1}{3200}$	=	$\frac{1}{32}$	=	1	=	4
$\frac{1}{12800}$	=	$\frac{1}{128}$	=	$\frac{1}{4}$	=	1

Ein Gewicht von z. B. 14 Centnern, 90 Pfund, 22 Loth und und 3 Quint wird bezeichnet mit 14Ctr 90℔ 22Lth 3Qu.

§. 71.

Das **Zollpfund** (Zll.-℔) à 30 Loth hat 500 Gramm. 100 Zollpfund sind 1 Zollcentner (Zll.-Ctr) = 89,257 Handelspfund, und es sind:

26 Handelspfund = 28 Zll.-℔.
100 " = 112 " "

Beim Schiffsgewicht ist:

1	Last	= 2	Tonnen	= 40	Centner.
$\frac{1}{2}$	"	= 1	"	= 20	"
$\frac{1}{40}$	"	= $\frac{1}{20}$	"	= 1	"

Bei Hanf und Flachs ist 1 Stein = 20 ℔.

§. 72.

Das **Apotheker**- oder **Medicinalpfund** = 360 Gramm = 0,6428 Handelspfund, und es ist:

Pfund (℔)		Unze (℥)		Drachme (ʒ)		Skrupel (℈)		Gran (gr)
1	=	12	=	96	=	288	=	5760
$\frac{1}{12}$	=	1	=	8	=	24	=	480
$\frac{1}{96}$	=	$\frac{1}{8}$	=	1	=	3	=	60
$\frac{1}{288}$	=	$\frac{1}{24}$	=	$\frac{1}{3}$	=	3	=	20
$\frac{1}{5760}$	=	$\frac{1}{480}$	=	$\frac{1}{60}$	=	$\frac{1}{20}$	=	1

Ein Gewicht von z. B. 2 Pfund, 8 Unzen, 4 Drachmen, 2 Skrupel und 12 Gran wird bezeichnet mit 2℔ 8℥ 4ʒ 2℈ 12gr.

25 Apothekerpfund = 18 Zll.-℔.
14 " = 9 Handelspfund.

§. 75.

Die Einheit des **Münzgewichtes** ist seit 1857 das **Vereinspfund** = 500 Gramm = 1 Zll.-℔ = 10000 Aß. Vor 1857 war die Einheit des Münzgewichtes die **Kölnische Mark** = 233,855 Gramm = ½ ℔ preußisch.

§. 76.

Die Einheit des **Gold- und Silbergewichtes** ist die **bayerisch-kölnische Mark** = 233,950 Gramm.

Eintheilung der Probirmark.*)

a) für Silber.			b) für Gold.		
1 Mark	= 16 Loth	= 288 Grän.	1 Mark	= 24 Karat	= 288 Grän.
$\frac{1}{16}$ "	= 1 "	= 18 "	$\frac{1}{24}$ "	= 1 "	= 12 "
$\frac{1}{288}$ "	= $\frac{1}{18}$ "	= 1 "	$\frac{1}{288}$ "	= $\frac{1}{12}$ "	= 1 "

Papiermaß (Schreibpapier).

§. 77.

Ballen	Ries	Buch	Bogen
1	= 10	= 200	= 4800
$\frac{1}{10}$	= 1	= 20	= 480
$\frac{1}{200}$	= $\frac{1}{20}$	= 1	= 24
$\frac{1}{4800}$	= $\frac{1}{480}$	= $\frac{1}{24}$	= 1

Für Druckpapier ist 1 Ballen = 10 Ries à 20 Buch à 25 Bogen.

Zeitrechnung.

§. 78.

Das astronomische (tropische) Sonnenjahr beträgt 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten und 49 Sekunden. Der Tag wird eingetheilt in 24 Stunden à 60 Minuten à 60 Sekunden. Es ist daher:

Tag	Stunde	Minute	Sekunde
1	= 24	= 1440	= 86400
$\frac{1}{24}$	= 1	= 60	= 3600
$\frac{1}{1440}$	= $\frac{1}{60}$	= 1	= 60
$\frac{1}{86400}$	= $\frac{1}{3600}$	= $\frac{1}{60}$	= 1

Julius Cäsar verbesserte den alten römischen Kalender und setzte das Sonnenjahr auf 365 Tage und 6 Stunden fest, was um 11 Minuten und 11 Sekunden zu viel ist. Die 6 Stunden wurden nach jedem 4ten Jahre als ein ganzer Tag eingeschaltet (Schaltjahr), aber die 11 Minuten 11 Sekunden waren nach Jahrhunderten zu Tagen angewachsen, so daß man im Jahre 1582 um 10 Tage in der Zeitrechnung zurück war.

Bei der im Jahre 1582 erfolgten Verbesserung des Julianischen Kalenders durch den Gregorianischen wurden 10 Tage im Kalender

---

*) Über den Begriff der Probirmark siehe §. 162.

übersprungen und statt des 5. Oktobers wurde gleich der 15. geschrieben. Die Jahre 1700, 1800, 1900 sind keine Schaltjahre. Die Russen, die sich heute noch des Julianischen Kalenders bedienen, sind vom Jahre 1582 bis 1699 um 10, von 1700 bis 1799 um 11 und von 1800 bis 1899 um 12 Tage in der Zeitrechnung zurück. Diesen Unterschied bezeichnet man mit den Worten stili novi und stili veteris (alten und neuen Stiles), oder man schreibt ihn in Bruchform, z. B.

12. Oktober stili veteris 1582 d. i. 22. Oktober stili novi 1582,
5. Sept. stili veteris 1730 d. i. 16. Sept. stili novi 1730,

Oder auch:

$\frac{12}{22}$. Oktober 1582; ebenso $\frac{5}{16}$. Sept. 1730.

Eintheilung und gegenseitige Vergleichung der Münzen.

§. 79.

Seit dem Jahre 1857 werden aus einem Zollpfund feinen (reinen) Silbers in Norddeutschland 30 Thaler (auch in Süddeutschland unter dem Namen Vereinsthaler), in Süddeutschland 52½ Gulden und in Oesterreich 45 Gulden geprägt. Man hat daher den **30-Thalerfuß** oder die norddeutsche Währung (n. W.) und den **52½-Guldenfuß** oder die süddeutsche Währung (s. W.) und den **45-Guldenfuß** oder die österreichische Währung (ö. W. oder W. W.). Es sind demnach:

30 Rth. = 52½ Gulden s. W. = 45 Gulden ö. W.; oder auch
4 Rth. = 7 Gulden s. W. = 6 Gulden ö. W. Ferner ist
1 Rth. = 30 Silbergroschen (Sgr) à 12 Pfennig (Pf) in Preußen, oder
= 30 Neugroschen (Ngr.) à 10 Pfennig in Sachsen, oder
= 1 Gulden (fl) 45 Kreuzer (xr) in Süddeutschland.
1 österr. Gulden = 100 Neukreuzer (Nkr.) ö. W., oder
= 1 fl 10 xr s. W.
1 südd. Gulden = 60 xr à 4 Pf à 2 Heller (H).
2 Sgr = 10 Nkr. = 7 xr s. W.
1 Nkr. = $\frac{7}{10}$ xr s. W. 2c.

Ferner ist nach dem 52½-Guldenfuße:
1 Conventions-, Species- oder bayerischer Thaler = 2 fl 24 xr.
1 Kronenthaler = 2 fl 42 xr.
1 Frank (100 Centim) = 28 xr.
1 Dukate = 5 fl 30 xr.
1 Karolin = 11 fl.
1 Pfund Sterling (20 Schilling à 12 Pence) oder auch
1 engl. Sovereign (in Gold) = 11 fl 50 xr, also
1 Schilling = 35½ xr.
1 Napoleonsdor (20 Frank) = 9 fl 20 xr.
1 Dollar = 2 fl 30 xr.
1 Silberrubel = 1 fl 53 xr.
1 Friedrichsdor = 9 fl 48 xr.

1 Piaster (türkisch) = $6\frac{1}{4}$ kr.
1 Drachme (griechisch) = $25\frac{1}{5}$ kr.
1 Mark Banko (16 Schilling à 12 Pfennig) = 53 kr. } in Hamburg und Lübeck.
1 Mark Kurant (16 Schilling à 12 Pfennig) = 43 kr.
1 Reichsthaler, oder Species (dänisch) = 2 fl. 38 kr. 2c.

Das Reduciren und Resolviren oder das Zurückführen und Auflösen.

§. 80.

Benannte Zahlen reduciren heißt Einheiten niedrigerer Ordnung auf die Benennung von Einheiten höherer Ordnung bringen, z. B. Pfennig auf die Benennung von Kreuzer oder Gulden, Loth auf die Benennung von Pfund oder Centner, Millimeter auf die Benennung von Centimeter oder Decimeter oder Meter. Das Reduciren geschieht durch Division mit derjenigen Zahl, welche angibt, wie viel Einheiten niedrigerer Ordnung eine Einheit der betreffenden höheren Ordnung ausmachen und dieser Divisor heißt **Reduktionszahl**, z. B.

Zwischen Kreuzern und Gulden	ist	die Reduktionszahl	=	60
„ Pfennigen und Gulden	„	„ „	=	240
„ Kreuzern u. Preußenthalern	„	„ „	=	105
„ Kreuzern u. Kronenthalern	„	„ „	=	162
„ Lothen und Pfunden	„	„ „	=	32
„ Pfunden und Centnern	„	„ „	=	100
„ Lothen und Centnern	„	„ „	=	3200

§. 81.

Benannte Zahlen resolviren heißt Einheiten höherer Ordnung auf die Benennung von Einheiten niedrigerer Ordnung bringen z. B. Gulden auf die Benennung von Kreuzer oder Pfennig oder Heller, Meter auf die Benennung von Decimeter oder Centimeter oder Millimeter. Das Resolviren geschieht durch Multiplikation mit derjenigen Zahl, welche angibt, wie viel Einheiten der betreffenden niedrigeren Ordnung in der Einheit der aufzulösenden Zahl enthalten sind und dieser Faktor heißt **Resolutionszahl**, z. B.

Zwischen Gulden und Kreuzern	ist	die Resolutionszahl	=	60
„ Kronenthal. u. Gulden	„	„ „	=	$2\frac{7}{10}$
„ Preußenthl. u. Gulden	„	„ „	=	$1\frac{3}{4}$
„ Centnern u. Quinten	„	„ „	=	12800
„ Decimetern u. Millimetern	„	„	=	100

Die jeweilige Reduktions- und Resolutionszahl ist in den Tabellen von §. 59. bis §. 78. leicht ersichtlich.

Beispiele über das Reduciren und Resolviren.

§. 82.

1) 7 fl. 34 kr. 3 Pf. 1 H. = 7 fl. + $\frac{34}{60}$ fl. + $\frac{3}{240}$ fl. + $\frac{1}{480}$ fl.
= $7\frac{279}{480}$ fl. oder = 7,581 . . . fl. Oder:

7 fl 34 xr 3 Pf 1 H = $7 \cdot 60$ xr + 34 xr + $\frac{3}{4}$ xr + $\frac{1}{8}$ xr = $454\frac{7}{8}$ xr = 454,875 xr. Oder:

7 fl 34 xr 3 Pf 1 H = $7 \cdot 240$ Pf + $34 \cdot 4$ Pf + 3 Pf + $\frac{1}{2}$ Pf = $1819\frac{1}{2}$ Pf = 1819,5 Pf Oder:

7 fl 34 xr 3 Pf 1 H = $7 \cdot 480$ H + $34 \cdot 8$ H + $3 \cdot 2$ H + 1 H = 3639 H.

2) 4 Ctr 58 ℔ 20 Lth 2 Qu. = 4 Ctr + $\frac{58}{100}$ Ctr + $\frac{20}{3200}$ Ctr + $\frac{2}{12800}$ Ctr = $4\frac{7506}{12800}$ Ctr = 4,586 ... Ctr. Oder:

4 Ctr 58 ℔ 20 Lth 2 Qu. = $4 \cdot 100$ ℔ + 58 ℔ + $\frac{20}{32}$ ℔ + $\frac{2}{128}$ ℔ = $458\frac{82}{128}$ ℔ = 458,64 ... ℔. Oder:

4 Ctr 58 ℔ 20 Lth 2 Qu. = $4 \cdot 3200$ Lth + $58 \cdot 32$ Lth + 20 Lth + $\frac{1}{2}$ Lth = $14676\frac{1}{2}$ Lth. Oder:

4 Ctr 58 ℔ 20 Lth 2 Qu. = $4 \cdot 12800$ Qu. + $58 \cdot 128$ Qu. + $20 \cdot 4$ Qu. + 2 Qu. = 58706 Qu.

3) 2 Bll. 5 Rs. 8 Bch. 20 Bg. (Schreibpapier) = 2 Bll. + $\frac{5}{10}$ Bll. + $\frac{8}{200}$ Bll. + $\frac{20}{4800}$ Bll. = $2\frac{2612}{4800}$ Bll. = 2,544 ... Bll. Oder:

2 Bll. 5 Rs. 8 Bch. 20 Bg. = $2 \cdot 10$ Rs. + 5 Rs. + $\frac{8}{20}$ Rs. + $\frac{20}{480}$ Rs. = $25\frac{212}{480}$ Rs. = 25,441... Rs. Oder:

2 Bll. 5 Rs. 8 Bch. 20 Bg. = $2 \cdot 200$ Bch. + $5 \cdot 20$ Bch. + 8 Bch. + $\frac{20}{24}$ Bch. = $508\frac{20}{24}$ Bch. = 508 ,833 ... Bch. Oder:

2 Bll. 5 Rs. 8 Bch. 20 Bg. = $2 \cdot 4800$ Bg. + $5 \cdot 480$ Bg. + $8 \cdot 24$ Bg. + 20 Bg. = 12212 Bg.

4) 18 Stunden 42 Minuten 50 Sekunden = 18 St. + $\frac{42}{60}$ St. + $\frac{50}{3600}$ St. = $18\frac{257}{360}$ St. = 18,713... St. Oder:

18 St. 42 Min. 50 Sek. = $18 \cdot 60$ Min. + 42 Min. + $\frac{50}{60}$ Min. = $1122\frac{5}{6}$ Min. = 1122,833... Min. Oder:

18 St. 42 Min. 50 Sek. = $18 \cdot 3600$ Sek. + $42 \cdot 60$ Sek. + 50 Sek. = 67370 Sek.

5) $42^0\ 33'\ 28''$ (Kreistheilung) = $42^0 + \frac{33}{60}^0 + \frac{28}{3600}^0$ = $42\frac{251}{450}^0$ = $42{,}557^0$... Oder:

$42^0\ 33'\ 28'' = 42 \cdot 60' + 33' + \frac{28}{60}' = 2553\frac{7}{15}' = 2553{,}466'$... Oder:

$42^0\ 33'\ 28'' = 42 \cdot 3600'' + 33 \cdot 60'' + 28'' = 153208''$

6) 258147 Lth = $\frac{258147}{3200}$ Ctr = $80\frac{2147}{3200}$ Ctr = 80 Ctr + $\frac{2147}{3200} \cdot 100$ ℔ = 80 Ctr $67\frac{3}{32}$ ℔ = 80 Ctr 67 ℔ 3 Lth.

7) 6477 Pf = $\frac{6477}{240}$ fl = $26\frac{237}{240}$ fl = 26 fl + $\frac{237}{240} \cdot 60$ xr = 26 fl $59\frac{1}{4}$ xr.

8) 1820 xr = $\frac{1820}{105}$ Rth. = $17\frac{1}{3}$ Rth.

9) $1174\frac{1}{2}$ xr $\frac{1174\frac{1}{2}}{162}$ Kronenthaler = $7\frac{1}{4}$ Kronenthaler.

10) 7,8421 Ries Schreibpapier = 7 Rs. + $0{,}8421 \cdot 20$ Bch. = 7 Rs. 16,842 Bch. = 7 Rs. 16 Bch. + $0{,}842 \cdot 24$ Bg. = 7 Rs. 16 Bch. 20,208 Bg.

11) 155681 Sekunden = $\frac{155681}{86400}$ Tag = $1\frac{69281}{86400}$ Tag = 1 Tag + $\frac{69281}{86400}$ · 24 Stunden = 1 Tag $19\frac{881}{3600}$ Stunden = 1 Tag 19 Stunden + $\frac{881}{3600}$ · 60 Minuten = 1 Tag 19 Stunden $14\frac{41}{60}$ Min. = 1 Tag 19 Stunden 14 Min. 41 Sekunden.

12) 0,0783 Ctr = 7,83 ℔ = 7 ℔ + 0,83 · 32 Lth = 7 ℔ 26,56 Lth = 7 ℔ 26 Lth + 0,56 · 4 Qu. = 7 ℔ 26 Lth 2,24 Qu.

13) 0,00798 fl = 0,00798 · 60 xr = 0,4788 xr = 0,4788 · 4 Pf = 1,9152 Pf = 1 Pf + 0,9152 · 2 Hl = 1 Pf 1,83 Hl.

14) 17,59 Kronenthaler = 17,59 · 2,7 fl = 47,493 fl = 47 fl + 0,493 · 60 xr = 47 fl 29,58 xr = 47 fl 29 xr + 0,58 · 4 Pf = 47 fl 29 xr 2,32 Pf.

Beispiele für das Längenmaß.

§. 83.

1) $3^m\ 5^{dm}\ 9^{cm}\ 7^{mm} = 3{,}597^m = 35{,}97^{dm} = 359{,}7^{cm} = 3597^{mm}$.
2) $4^m\ 7^{cm} = 4{,}07^m = 40{,}7^{dm} = 407^{cm} = 4070^{mm}$.
3) $9^{dm}\ 8^{mm} = 0{,}908^m = 9{,}08^{dm} = 90{,}8^{cm} = 908^{mm}$.
4) $5^{cm}\ 7^{mm} = 0{,}057^m = 0{,}57^{dm} = 5{,}7^{cm} = 57^{mm}$.
5) $6{,}503^m = 65{,}03^{dm} = 650{,}3^{cm} = 6503^{mm}$. Oder: $= 6^m\ 5^{dm}\ 3^{mm}$.
6) $6{,}07^m = 60{,}7^{dm} = 607^{cm} = 6070^{mm}$. Oder: $= 6^m\ 7^{cm}$.
7) $0{,}094^m = 0{,}94^{dm} = 9{,}4^{cm} = 94^{mm}$. Oder: $= 9^{cm}\ 4^{mm}$.
8) $504^{mm} = 50{,}4^{cm} = 5{,}04^{dm} = 0{,}504^m$. Oder: $= 5^{dm}\ 4^{mm}$.

Dasselbe gilt auch beim 10 theiligen Fuß, z. B.

9) $4^0\ 9'\ 6''\ 4'''\ 7'''' = 4{,}9647^0 = 49{,}647' = 496{,}47'' = 4964{,}7''' = 49647''''$.
10) $2''\ 8'''\ 5'''' = 0{,}0285^0 = 0{,}285' = 2{,}85'' = 28{,}5''' = 285''''$.
11) $2''\ 8'''' = 0{,}0208^0 = 0{,}208' = 2{,}08'' = 20{,}8''' = 208''''$.
12) $7506'''' = 750{,}6''' = 75{,}06'' = 7{,}506' = 0{,}7506^0$. Oder: $= 7'\ 5''\ 6''''$.
13) $0{,}045' = 0{,}45'' = 4{,}5'''' = 45''''$. Oder: $= 4'''\ 5''''$.
14) $0{,}007' = 0{,}07'' = 0'7''' = 7''''$.

Für den 12theiligen Fuß hat man z. B.

15) $5^0\ 11'\ 10''\ 9''' = 5^0 + \frac{11}{12}^0 + \frac{10}{144}^0 + \frac{9}{1728}^0 = 5\frac{1713}{1728}^0 = 5{,}991^0$... Oder:

$5^0\ 11'\ 10''\ 9''' = 5 \cdot 12' + 11' + \frac{10'}{12} + \frac{9'}{144} = 71\frac{129'}{144}$
$= 71{,}895' \ldots$ Oder:
$5^0\ 11'\ 10''\ 9''' = 5 \cdot 144'' + 11 \cdot 12'' + 10'' + \frac{9'}{12}$
$= 862\frac{3}{4}'' = 862{,}75''$. Oder:
$5^0\ 11'\ 10''\ 9''' = 5 \cdot 1728''' + 11 \cdot 144''' + 10 \cdot 12'''$
$+ 9''' = 10353'''$. Oder:
$5^0\ 11'\ 10''\ 9''' = 5 \cdot 20736'''' + 11 \cdot 1728'''' + 10 \cdot 144''''$
$+ 9 \cdot 12'''' = 124236''''$.

16) $9'\ 8'''\ 9'''' = \frac{9}{12}^0 + \frac{8}{1728}^0 + \frac{9}{20736}^0 = \frac{15657}{20736}^0 = 0{,}755^0 \ldots$ Oder:
$9'\ 8'''\ 9'''' = 9' + \frac{8'}{144} + \frac{9'}{1728} = 9\frac{105'}{1728} = 9{,}0607' \ldots$ Oder:
$9'\ 8'''\ 9'''' = 9 \cdot 12'' + \frac{8''}{12} + \frac{9''}{144} = 108\frac{105''}{144}$
$= 108{,}729'' \ldots$ Oder:
$9'\ 8'''\ 9'''' = 9 \cdot 144''' + 8''' + \frac{9'''}{12} = 1304{,}75'''$. Oder:
$= 9 \cdot 1728'''' + 8 \cdot 12'''' + 9'''' = 15657''''$.

17) $9'\ 8''' = 9' + \frac{8'}{144} = 9\frac{1'}{18} = 9{,}055' \ldots$ Oder:
$= 9 \cdot 12'' + \frac{8''}{12} = 108\frac{2}{3}'' = 108{,}666'' \ldots$ Oder:
$= 9 \cdot 144''' + 8''' = 1304'''$. Oder:
$= 9 \cdot 1728'''' + 8 \cdot 12'''' = 15648''''$.

18) $25914'''' = \frac{25914'''}{12} = 2159{,}5'''$. Oder:
$= \frac{25914''}{144} = 179{,}958'' \ldots$ Oder:
$= \frac{25914'}{1728} = 14{,}9965' \ldots$ Oder:
$= \frac{25914}{20736}^0 = 1{,}2497^0 \ldots$ Oder auch:
$= \frac{25914}{20736}^0 = 1\frac{5178}{20736}^0 = 1^0 + \frac{5178}{20736} \cdot 12' = 1^0$
$2\frac{1722'}{1728} = 1^0\ 2' + \frac{1722}{1728} \cdot 12'' = 1^0\ 2'\ 11\frac{138''}{144}$
$= 1^0\ 2'\ 11'' + \frac{138}{144} \cdot 12''' = 1^0\ 2'\ 11''\ 11\frac{6'''}{12}$
$= 1^0\ 2'\ 11''\ 11'''\ 6''''$.

19) $8{,}047' = \frac{8{,}047}{12}^0 = 0{,}6705^0 \ldots$ Oder:
$= 8{,}047 \cdot 12'' = 96{,}564''$. Oder:
$= 8{,}047 \cdot 144''' = 1158{,}768'''$. Oder:
$= 8{,}047 \cdot 1728'''' = 13905{,}216''''$. Oder auch:
$8{,}047' = 8' + 0{,}047 \cdot 12'' = 8'\ 0{,}564'' = 8' + 0{,}564$
$\cdot 12''' = 8'\ 6{,}768''' = 8'\ 6''' + 0{,}768 \cdot 12'''' = 8'$
$6'''\ 9{,}21''''$.

20) $0{,}052^0 = 0{,}052 \cdot 12' = 0{,}624'$. Oder:
$= 0{,}052 \cdot 144'' = 7{,}488''$. Oder:
$= 0{,}052 \cdot 1728''' = 89{,}856'''$. Oder:
$= 0{,}052 \cdot 20736'''' = 1078{,}272''''$. Oder auch:
$0{,}052^0 = 0{,}052 \cdot 144'' = 7{,}488'' = 7'' + 0{,}488 \cdot 12'''$
$= 7''\ 5{,}856''' = 7''\ 5''' + 0{,}856 \cdot 12'''' = 7''\ 5'''$
$10{,}272''''$.

Beispiele für die Kreistheilung.*)

§. 84.

1) $108^0\ 42'\ 45'' = 108^0 + \frac{42}{60}^0 + \frac{45}{3600}^0 = 108\frac{2565}{3600}^0$
$= 108{,}7125^0$. Oder:
$108^0\ 42'\ 45'' = 108 \cdot 60' + 42' + \frac{45}{60}' = 6522\frac{45}{60}'$
$= 6522{,}75'$. Oder:
$108^0\ 42'\ 45'' = 108 \cdot 3600'' + 42 \cdot 60'' + 45'' = 391365''$.

2) $8'\ 15'' = \frac{8}{60}^0 + \frac{15}{3600}^0 = \frac{495}{3600}^0 = 0{,}137^0 \ldots$ Oder:
$= 8' + \frac{15}{60}' = 8\frac{1}{4}' = 8{,}25'$. Oder:
$= 8 \cdot 60'' + 15'' = 495''$.

3) $5480''' = \frac{5480}{60}'' = 91{,}333'' \ldots$ Oder:
$= \frac{5480}{3600}^0 = 1{,}522^0 \ldots$ Oder auch:
$5480'' = \frac{5480}{3600}^0 = 1{,}522^0 \ldots = 1^0 + 0{,}522 \ldots \times 60'$
$= 1^0\ 31{,}32' = 1^0\ 31' + 0{,}32 \cdot 60'' = 1^0\ 31'\ 19{,}2''$.

4) $0{,}0589^0 = 0{,}0589 \cdot 60' = 3{,}534'$. Oder:
$= 0{,}0589 \cdot 3600'' = 212{,}04''$. Oder auch:
$0{,}0589^0 = 0{,}0589 \cdot 60' = 3{,}534' = 3' + 0{,}534 \cdot 60''$
$= 3'\ 32{,}04''$.

5) $48{,}794^0 = 48{,}794 \cdot 60' = 2927{,}64'$. Oder:
$= 48{,}794 \cdot 3600'' = 175658{,}4''$. Oder auch:
$= 48^0 + 0{,}794 \cdot 60' = 48^0\ 47{,}64' = 48^0\ 47' + 0{,}64$
$\cdot 60'' = 48^0\ 47'\ 38{,}4''$.

Reduktionen und Resolutionen für das Flächenmaß.

§. 85.

1) $46^{\square m}\ 24^{\square dm}\ 84^{\square cm}\ 54^{\square mm} = 46{,}248454^{\square m} = 4624{,}8454^{\square dm}$
$= 462484{,}54^{\square cm} = 46248454^{\square mm}$.

2) $7^{\square dm}\ 9^{\square cm} = 0{,}0709^{\square m} = 7{,}09^{\square dm} = 709^{\square cm} = 70900^{\square mm}$.

3) $5^{\square m}\ 17^{\square cm}\ 9^{\square mm} = 5{,}001709^{\square m} = 500{,}1709^{\square dm}$
$= 50017{,}09^{\square cm} = 5001709^{\square mm}$.

4) $56^{\square cm}\ 7^{\square mm} = 0{,}005607^{\square m} = 0{,}5607^{\square dm} = 56{,}07^{\square cm}$
$= 5607^{\square mm}$.

5) $8903004^{\square mm} = 89030{,}04^{\square cm} = 890{,}3004^{\square dm} = 8{,}903004^{\square m}$.
Oder auch:
$8903004^{\square mm} = 8^{\square m}\ 90^{\square dm}\ 30^{\square cm}\ 4^{\square mm}$.

6) $57003^{\square mm} = 570{,}03^{\square cm} = 5{,}7003^{\square dm} = 0{,}057003^{\square m}$.
Oder auch:
$57003^{\square mm} = 5^{\square dm}\ 70^{\square cm}\ 3^{\square mm}$.

7) $28{,}9^{\square m} = 2890^{\square dm} = 289000^{\square cm} = 28900000^{\square mm}$.

---

*) Die Kreislinie wird in 360 gleiche Theile, die man Grade nennt, jeder Grad wird wieder in 60 Minuten und jede Minute in 60 Sekunden eingetheilt. Enthält ein Kreisbogen z. B. 40 Grad, 14 Minuten und 52 Sekunden, so schreibt man: Bogen von $40^0\ 14'\ 52''$.

Oder auch:

$28{,}9^{\square m} = 28^{\square m}\ 90^{\square dm}$.

8) $0{,}00054^{\square m} = 0{,}054^{\square dm} = 5{,}4^{\square cm} = 540^{\square mm}$. Oder:
$= 5^{\square cm}\ 40^{\square mm}$.

9) $5{,}750309^{\square m} = 575{,}0309^{\square dm} = 57503{,}09^{\square cm} = 5750309^{\square mm}$.

Oder auch:

$5{,}750309^{\square m} = 5^{\square m}\ 75^{\square dm}\ 3^{\square cm}\ 9^{\square mm}$.

Dasselbe Verfahren gilt auch beim 10 theiligen Quadratfuß, z. B.

10) $36^{\square 0}\ 25^{\square '}\ 9^{\square ''}\ 8^{\square '''} = 36{,}250908^{\square 0} = 3625{,}0908^{\square '}$
$= 362509{,}08^{\square ''} = 36250908^{\square '''}$.

11) $2^{\square '}\ 24^{\square ''}\ 8^{\square '''} = 0{,}022408^{\square 0} = 2{,}2408^{\square '} = 224{,}08^{\square ''}$
$= 22408^{\square '''} = 2240800^{\square ''''}$.

12) $3^{\square 0}\ 4^{\square ''}\ 8^{\square ''''} = 3{,}00040008^{\square 0} = 300{,}040008^{\square '}$
$= 30004{,}0008^{\square ''} = 3000400{,}08^{\square '''} = 300040008^{\square ''''}$.

13) $7^{\square ''}\ 36^{\square ''''} = 0{,}00070036^{\square 0} = 0{,}070036^{\square '} = 7{,}0036^{\square ''}$
$= 700{,}36^{\square '''} = 70036^{\square ''''}$.

14) $977473769^{\square ''''} = 9774737{,}69^{\square '''} = 97747{,}3739^{\square ''}$
$= 977{,}473739^{\square '} = 9{,}77473739^{\square 0}$. Oder auch:

15) $977473769^{\square ''''} = 9^{\square 0}\ 77^{\square '}\ 47^{\square ''}\ 37^{\square '''}\ 69^{\square ''''}$.

16) $0{,}000074^{\square 0} = 0{,}0074^{\square '} = 0{,}74^{\square ''} = 74^{\square '''} = 7400^{\square ''''}$.

17) $800000007^{\square ''''} = 8000000{,}07^{\square '''} = 80000{,}0007^{\square ''}$
$= 800{,}000007^{\square '} = 8{,}00000007^{\square 0}$. Oder auch:

18) $800000007^{\square ''''} = 8^{\square 0}\ 7^{\square ''''}$.

19) $454{,}573^{\square ''} = 45457{,}3^{\square '''} = 4545730^{\square ''''} = 4{,}54573^{\square '}$
$= 0{,}0454573^{\square 0}$. Oder auch:

20) $454{,}573^{\square ''} = 4^{\square '}\ 54^{\square ''}\ 57^{\square '''}\ 30^{\square ''''}$.

Für den 12theiligen Quadratfuß hat man z. B.

21) $36^{\square '}\ 26^{\square ''}\ 9^{\square '''} = \frac{36}{144}{}^{\square 0} + \frac{26}{20736}{}^{\square 0} + \frac{9}{2985984}{}^{\square 0}$
$= \frac{750249}{2985984}{}^{\square 0} = 0{,}253^{\square 0}\ldots$ Oder:

$36^{\square '}\ 26^{\square ''}\ 9^{\square '''} = 36^{\square '} + \frac{26}{144}{}^{\square '} + \frac{9}{20736}{}^{\square '} = 26\frac{3753}{20736}{}^{\square '}$
$= 26{,}1809^{\square '}\ldots$ Oder:

$36^{\square '}\ 26^{\square ''}\ 9^{\square '''} = 36 \cdot 144^{\square ''} + 26^{\square ''} + \frac{9}{144}{}^{\square '}$
$= 5210\frac{9}{144}{}^{\square ''} = 5210{,}062^{\square ''}\ldots$ Oder:

$36^{\square '}\ 26^{\square ''}\ 9^{\square '''} = 36 \cdot 20736^{\square '''} + 26 \cdot 144^{\square '''} + 9^{\square '''}$
$= 750249^{\square '''}$. Oder:

$36^{\square '}\ 26^{\square ''}\ 9^{\square '''} = 36 \cdot 2985984^{\square ''''} + 26 \cdot 20736^{\square ''''}$
$+ 9 \cdot 144^{\square ''''} = 108035856^{\square ''''}$.

22) $1^{\square '}\ 7^{\square ''} = \frac{1}{144}{}^{\square 0} + \frac{7}{20736}{}^{\square 0} = \frac{151}{20736}{}^{\square 0} = 0{,}0072^{\square 0}$. Oder:
$= 1^{\square '} + \frac{7}{144}{}^{\square 0} = 1{,}0485^{\square '}\ldots$ Oder:
$= 144^{\square ''} + 7^{\square ''} = 151^{\square ''}$. Oder:
$= 20736^{\square '''} + 7 \cdot 144^{\square '''} = 21744^{\square '''}$. Oder:
$= 2985984^{\square ''''} + 7 \cdot 20736^{\square ''''} = 3131136^{\square ''''}$.

23) $442011229\square'''' = \frac{442011229}{144}\square''' = 3069522{,}423\square'''$ ... Oder:
$= \frac{442011229}{20736}\square'' = 21316{,}127\square''$ ... Oder·
$= \frac{442011229}{2985984}\square' = 148{,}028\square'$ ... Oder:
$= \frac{442011229}{429981696}\square^0 = 1{,}02797\square^0$ ... Oder auch:

24) $1{,}02797\square^0 = 1\square^0 + 0{,}02797 \cdot 144\square' = 1\square^0\ 4{,}02768\square'$
$= 1\square^0\ 4\square' + 0{,}02768 \cdot 144\square'' = 1\square^0\ 4\square'\ 3{,}98592\square''$
$= 1\square^0\ 4\square'\ 3\square'' + 0{,}98592 \cdot 144\square''' = 1\square^0\ 4\square'\ 3\square''$
$141{,}97248\square''' = 1\square^0\ 4\square'\ 3\square''\ 141\square''' + 0{,}97248 \cdot 144\square''''$
$= 1\square^0\ 4\square'\ 3\square''\ 141\square'''\ 140\square''''$.

25) $14743{,}98407\square'' = \frac{14743{,}98407}{20736}\square^0 = 0{,}71103\square^0$ ... Oder:
$= \frac{14743{,}98407}{144}\square' = 102{,}388\square'$ ... Oder:
$= 14743{,}98407 \cdot 144\square''' = 2123133{,}70608\square'''$ ... Oder auch:

26) $14743{,}98407\square'' = \frac{14743{,}98407}{20736}\square^0 = 0{,}71103\square^0$ ... Oder:
$0{,}71103\square^0 = 0{,}71103 \cdot 144\square' = 102{,}38832\square' = 102\square'$
$+ 0{,}38832 \cdot 144\square'' = 102\square'\ 55{,}91808\square'' = 102\square'$
$55\square'' + 0{,}91808 \cdot 144\square''' = 102\square'\ 55\square''\ 132{,}20352\square'''$
$= 102\square'\ 55\square''\ 132\square''' + 0{,}20352 \cdot 144\square'''' = 102\square'$
$55\square''\ 132\square'''\ 29{,}3\square''''$.

Reduktionen und Resolutionen für das Körpermaß.

§. 86.

1) $42^{km}\ 138^{kdm}\ 41^{kcm}\ 9^{kmm} = 42{,}138041009^{km} = 42138{,}041009^{kdm}$
$= 42138041{,}009^{kcm} = 42138041009^{kmm}$.

2) $15^{kdm}\ 132^{kcm}\ 8^{kmm} = 0{,}015132008^{km} = 15{,}132008^{kdm}$
$= 15132{,}008^{kcm} = 15132008^{kmm}$.

3) $6^{kdm}\ 25^{kcm} = 0{,}006025^{km} = 6{,}025^{kdm} = 6025^{kcm} = 6025000^{kmm}$.

4) $1438354^{kcm} = 1438{,}354^{kdm} = 1{,}438354^{km} = 1438354000^{kmm}$
oder $= 1^{km}\ 438^{kdm}\ 354^{kcm}$.

5) $1764^{kmm} = 1{,}764^{kcm} = 0{,}001764^{kdm} = 0{,}000001764^{km}$ oder
$= 1^{kcm}\ 764^{kmm}$.

Dasselbe Verfahren gilt auch beim 10theiligen Kubikfuß, z. B.

6) $7^{c'}\ 25^{c'''} = 0{,}007000025^{c0} = 7{,}000025^{c'} = 7000{,}025^{c''}$
$= 7000025^{c'''} = 7000025000^{c''''}$.

7) $122337400307^{c''''}$ $122337400{,}307^{c'''} = 122337{,}400307^{c''}$
$= 122{,}337400307^{c'} = 0{,}122337400307^{c0}$. Oder auch:

8) $122337400307^{c''''} = 122^{c'}\ 337^{c''}\ 400^{c'''}\ 307^{c''''}$.

9) $400000074^{c'''} = 400000{,}074^{c''} = 400{,}000074^{c'} = 0{,}400000074^{c0}$
$= 400000074000^{c''''}$. Oder auch:

10) $400000074^{c'''} = 400^{c'}\ 74^{c'''}$.

Für den 12theiligen Kubikfuß hat man z. B.

11) $37^{c0}\ 548^{c'}\ 36^{c''}\ 409^{c'''} = 37^{c0} + \frac{548}{1728}{}^{c0} + \frac{36}{298598}{}^{c0}$
$+ \frac{409}{5159780352}{}^{c0} = 37\frac{1635381849}{5159780352}{}^{c0} = 37{,}317^{c0} \ldots$ Oder:
$37^{c0}\ 548^{c'}\ 36^{c''}\ 409^{c'''} = 37 \cdot 1728^{c'} + 548^{c'} + \frac{36}{1728}{}^{c'}$
$+ \frac{409}{2985984}{}^{c'} = 64484\frac{62617}{2985984}{}^{c'} = 64484{,}029^{c'} \ldots$ Oder:
$37^{c0}\ 548^{c'}\ 36^{c''}\ 409^{c'''} = 37 \cdot 2985984^{c''} + 548 \cdot 1728^{c''}$
$+ 36^{c''} + \frac{409}{1728}{}^{c''} = 111428388{,}236^{c''} \ldots$ Oder:
$37^{c0}\ 548^{c'}\ 36^{c''}\ 409^{c'''} = 37 \cdot 5159780352^{c'''} + 548$
$\cdot 2985984^{c'''} + 36 \cdot 1728^{c'''} + 409^{c'''}$
$= 192548254873^{c'''}$.

12) $10^{c'}\ 138^{c'''} = \frac{10}{1728}{}^{c0} + \frac{138}{5159780352}{}^{c0} = \frac{2986122}{5159780352}{}^{c0}$
$= 0{,}0057^{c0} \ldots$ Oder:
$10^{c'}\ 138^{c'''} = 10^{c'} + \frac{138}{2985984}{}^{c'} = 10{,}000046^{c'} \ldots$ Oder:
$10^{c'}\ 138^{c'''} = 10 \cdot 1728^{c''} + \frac{138}{1728}{}^{c''} = 17280\frac{138}{1728}{}^{c'}$
$= 17280{,}0798^{c''} \ldots$ Oder:
$10^{c'}\ 138^{c'''} = 10 \cdot 2985984^{c'''} + 138^{c'''} = 29859978^{c'''}$. Oder:
$10^{c'}\ 138^{c'''} = 10 \cdot 5159780352^{c''''} + 138 \cdot 1728^{c''''}$
$= 5160018816^{c''''}$.

13) $4772233551137^{c'''} = \frac{4772233551137}{5159780352}{}^{c0} = 924{,}8907^{c0} \ldots$ Oder:
$924{,}8907^{c0} = 924^{c0} + 0{,}8907 \cdot 1728^{c'} = 924^{c0}\ 1539{,}1296^{c'}$
$= 924^{c0}\ 1539^{c'} + 0{,}1296 \cdot 1728^{c''} = 924^{c0}\ 1539^{c'}$
$223{,}9488^{c''} = 924^{c'}\ 1539^{c'}\ 233^{c''} + 0{,}9488 \cdot 1728^{c'''}$
$= 924^{c0}\ 1539^{c'}\ 233^{c''}\ 1639{,}52^{c'''} \ldots$

14) $3113110^{c'''} = \frac{3113110}{5159780352}{}^{c0} = 0{,}000603^{c0} \ldots$ Oder:
$= \frac{3113110}{2985984}{}^{c0} = 1{,}04257^{c'} \ldots$ Oder:
$\frac{3113110}{1728}{}^{c''} = 1801{,}568^{c''} \ldots$ Oder:
$= 3113110 \cdot 1728^{c''''} = 5379454080^{c''''}$. Oder auch:

15) $3113110^{c'''} = \frac{3113110}{2985984}{}^{c'} = 1\frac{127126}{2985984}{}^{c'} = 1^{c'} + \frac{127126}{2985984}$
$\cdot 1728^{c''} = 1^{c'}\ 73\frac{982}{1728}{}^{c''} = 1^{c'}\ 73^{c''}\ 982^{c'''}$.

Gemischte Übungsbeispiele über das Reduciren und Resolviren.

§. 87.

1. 1 kr, 2 kr, 3 kr, 4 kr ꝛc. auf die Benennung von Gulden in der kleinsten Form zu bringen.

2. Wie viel Gulden oder Kreuzer oder Pfennige oder Heller sind: a) 7 fl 25 kr 3 Pf. b) 45 kr 1 H. c) 1 fl 3 Pf.

d) 4,389 fl. e) 0,073 fl. f) 144,73 kr. g) 31479 Pf. h) 40,93 kr. i) 27 Hl. k) $4\frac{113}{333}$ fl. l) $\frac{131}{141}$ fl. m) $8\frac{47}{99}$ kr?

3. Wie viel Gulden und Kreuzer und Pfennige und Heller sind: a) $6\frac{121}{241}$ fl. b) 16,576 fl. c) 0,9097 fl. d) $7573\frac{47}{71}$ kr. e) 753,75 kr. f) 1036 Pf. g) 29558 Hl. h) 716 Pf. i) 956 Hl.?

4. Wie viel Gulden und Kreuzer und Pfennige und Heller sind: a) $7\frac{1}{2}$ Kronenthaler. b) 6958 Krnthlr. c) 5,58 Krnthlr. d) $\frac{141}{546}$ Krnthlr. e) 11,795 Preußenthlr. f) 0,876 Prßthlr. g) $\frac{140}{153}$ Prßthlr. h) 0,567 Karolin. i) $\frac{131}{545}$ Karolin. k) 19,555 Dollar. l) $\frac{341}{711}$ Dollar. m) 0,573 Dollar. n) 546,97 Drachmen. o) 0,796 Rubel. p) $\frac{124}{171}$ Rubel. q) 1000 Piaster. r) 57,9 Piaster. s) 779 Sgr. t) 16,8 fl ö. W.?

5. Wie viel Kronenthaler oder Preußenthaler oder Franken oder österreichische Gulden oder Rubel oder Dollar sind: a) 573 kr. b) 686,93 kr. c) 7966 Pf. d) 16 fl. e) $8\frac{11}{40}$ fl. f) 0,956 fl. g) 69 Drachmen. h) 27,78 Rubel. i) 21,9 Friedrichsd'or?

6. Wie viel Centner oder Pfund oder Loth oder Quint sind: a) 5 Ctr 69 ℔ 22 Lth 3 Qu. b) 2 Ctr 28 Lth. c) 17 ℔ 3 Qu. d) 68 ℔ 27 Lth. e) 0,596 Ctr. f) $\frac{34}{37}$ Ctr. g) $708\frac{4}{31}$ ℔. h) 3566 Lth. i) 5869 Qu. k) 189,796 ℔. l) 88,9 Lth?

7. Wie viel Centner und Pfund und Loth und Quint sind: a) 7,759 Ctr. b) 0,0597 Ctr. c) $1\frac{144}{177}$ Ctr. d) 5547 ℔. e) $\frac{540}{849}$ ℔. f) $774\frac{13}{15}$ ℔. g) 176,97 ℔. h) 0,765 ℔. i) 55669 Lth. k) 750,7 Lth. l) 56397 Qu.?

8. Wie viel Fuder oder Schenkeimer oder Maß oder Schoppen sind: a) 2 Fud. 1 Eim. 14 Maß. 3 Schopp. b) 150,7 Eim. c) $152\frac{17}{65}$ Eim. d) 4400 Maß. e) 10000 Schopp. f) 58 Maß 3 Schopp.?

9. Wie viel Fuder und Eimer und Maß und Schoppen sind: a) $4\frac{13}{20}$ Fud. b) 3,754 Fud. c) 0,097 Fud. d) $47\frac{1}{4}$ Eim. e) 14700 Maß. f) 5000 Schopp.?

10. Wie viel Ballen oder Ries oder Buch oder Bogen (Schreibpapier) sind: a) 3,714 Bll. b) $1\frac{15}{16}$ Bll. c) $\frac{171}{520}$ Bll. d) 0,547 Bll. e) $3\frac{1}{6}$ Rs. f) 4,703 Rs. g) $\frac{1}{16}$ Rs. h) $8\frac{4}{5}$ Bch. i) 0,78 Bch. k) 55 Bg. l) 5470 Bg. m) 3 Bll. 2 Rs. 4 Bch. n) 7 Rs. 5 Bch. 18 Bg.?

11. Wie viel Ballen und Ries und Buch und Bogen sind: a) 1,044 Bll. b) $1\frac{151}{161}$ Bll. c) 0,653 Bll. d) $\frac{51}{62}$ Bll. e) $15\frac{4}{5}$ Rs. f) 0,74 Rs. g) $5\frac{1}{12}$ Bch. h) 9,98 Bch. i) 1000 Bg. k) 932 Bg.?

12. Wie viel Tage oder Stunden oder Minuten oder Sekunden sind: a) 2 Tg. 10 St. 5 M. 50 Sek. b) 18 St. 34 M. 54 Sek. c) 45 M. 58 Sek. d) 2 St. 48 Sek. e) 144 St. f) 7,93 St. g) 0,00978 Tg. h) $710\frac{20}{43}$ St. i) 55440 M. k) 70000 Sek. l) 48 M. m) 42 Sek. n) $1\frac{1}{8}$ Tg. o) $\frac{134}{409}$ Tg.?

13. Wie viel Tage und Stunden und Minuten und Sekunden sind: a) 4,5705 Tg. b) 0,0743 Tg. c) $7\frac{143}{542}$ Tg. d) $\frac{140}{1779}$ Tg. e) 5000 St. f) 540,72 St. g) $4\frac{31}{42}$ St. h) 0,437 St. i) $\frac{142}{551}$ St. k) 10000 M. l) $144\frac{40}{159}$ M. m) 40,72 M. n) 4957600 Sek.?

14. Wie viel Grad oder Minuten oder Sekunden (Kreistheilung) sind:
a) $40^0\ 17'\ 42''$. b) $10^0\ 42'$. c) $7^0\ 48''$. d) $50'\ 46''$ e) $14\frac{13}{42}{}^0$. f) $23{,}476^0$. g) $\frac{459}{300}{}^0$. h) $0{,}798^0$. i) $1480'$. k) $5{,}72'$. l) $5\frac{14}{47}'$. m) $0{,}48'$. n) $464''$. o) $52''$. p) $50040''$.

15. Wie viel Grad und Minuten und Sekunden sind:
a) $2\frac{17}{40}{}^0$. b) $16{,}094^0$. c) $\frac{48}{59}{}^0$. d) $0{,}978^0$. e) $47\frac{3}{11}'$. f) $37{,}54'$. g) $\frac{92}{105}'$. h) $0{,}445'$. i) $49480''$. k) $442''$?

16. Wie viel Meter oder Decimeter oder Centimeter oder Millimeter sind:
a) $4^{m}\ 7^{cm}\ 9^{dm}\ 8^{mm}$. b) $4^{m}\ 5^{cm}$. c) $1^{m}\ 3^{cm}\ 5^{mm}$. d) $8^{dm}\ 5^{cm}\ 6^{mm}$. e) $5^{dm}\ 4^{mm}$. f) $6^{cm}\ 8^{mm}$. g) 9^{mm}. h) $0{,}543^{m}$. i) $4\frac{141}{550}{}^{m}$. k) $9{,}49^{cm}$. l) $4\frac{42}{57}{}^{cm}$. m) $0{,}72^{cm}$. n) $7\frac{4}{21}{}^{dm}$. o) 449^{km}. p) 4004^{mm}?

17. Wie viel Meter und Decimeter und Centimeter und Millimeter sind:
a) $1{,}645^{m}$. b) $0{,}56^{m}$. c) $0{,}092^{m}$. d) $\frac{514}{713}{}^{m}$. e) $4{,}736^{dm}$. f) $0{,}94^{dm}$. g) $1\frac{15}{23}{}^{dm}$. h) 6051^{cm}. i) 4504^{mm}. k) $0{,}93^{cm}$.

18. Wie viel Ruthen oder Fuß oder Zoll oder Linien Duodecimalmaß sind:
a) $2^0\ 4'\ 11''\ 10'''$. b) $8'\ 6''$. c) $8'\ 9'''$. d) $10'\ 4'''$. e) $2^0\ 11''$. f) $0{,}47^0$. g) $\frac{14}{141}{}^0$. h) $10\frac{5}{7}'$. i) $9{,}943'$. k) $0{,}0454'$. l) $4\frac{15}{61}'$. m) $2{,}27''$. n) $40058'''$. o) $3479''$. p) $48'''$. q) $6{,}3''$?

19. Wie viel Ruthen und Fuß und Zoll und Linien Duodecimalmaß sind:
a) $4{,}054^0$. b) $0{,}0392^0$. c) $4\frac{15}{161}{}^0$. d) $\frac{417}{406}{}^0$. e) $4{,}93'$. f) $7\frac{11}{13}'$. g) $0{,}546'$. h) $\frac{16}{43}'$. i) $4{,}58''$. k) $5\frac{10}{31}''$. l) $0{,}54''$. m) $\frac{14}{37}''$. n) $1{,}26'''$. o) $4543''$. p) $54690'''$?

20. Wie viel Quadratmeter oder Quadratdecimeter oder Quadratcentimeter oder Quadratmillimeter sind:
a) $5^{\square m}\ 14^{\square dm}\ 39^{\square cm}\ 9^{\square mm}$. b) $1^{\square m}\ 18^{\square cm}$. c) $4^{\square m}\ 45^{\square dm}$ d) $50^{\square dm}\ 9^{\square cm}$. e) $4^{\square cm}\ 59^{\square mm}$. f) $5460^{\square cm}$. g) $0{,}543^{\square m}$. h) $5{,}73^{\square cm}$. i) $0{,}59^{\square dm}$. k) $\frac{143}{502}{}^{\square m}$. l) $\frac{27}{40}{}^{\square cm}$. m) $\frac{11}{23}{}^{\square dm}$?

21. Wie viel Quadratmeter und Quadratdecimeter und Quadratcentimeter und Quadratmillimeter sind:
a) $5{,}064899^{\square m}$. b) $0{,}630948^{\square m}$. c) $0{,}000493^{\square m}$. d) $1\frac{132}{143}{}^{\square m}$. e) $\frac{47}{307}{}^{\square m}$. f) $4{,}093^{\square dm}$. g) $0{,}6408^{\square dm}$. h) $4\frac{1}{7}{}^{\square dm}$. i) $\frac{22}{155}{}^{\square dm}$. k) $4{,}703^{\square cm}$. l) $94789{,}5^{\square cm}$. m) $4709007^{\square mm}$?

22. Wie viel Quadratruthen oder Quadratfuß oder Quadratzoll oder Quadratlinien Duodecimalmaß sind:
a) $7^{\square 0}\ 38^{\square\prime}\ 8^{\square\prime\prime}\ 49^{\square\prime\prime\prime}$. b) $2^{\square 0}\ 14^{\square\prime}$. c) $3^{\square 0}\ 54^{\square\prime\prime}$. d) $54^{\square\prime\prime}\ 94^{\square\prime\prime\prime}$. e) $4\frac{1}{7}^{\square 0}$. f) $6{,}074^{\square 0}$. g) $0{,}09354^{\square 0}$. h) $90{,}33^{\square\prime}$. i) $0{,}0986^{\square\prime}$. k) $14\frac{340}{727}^{\square\prime}$. l) $\frac{135}{404}^{\square\prime\prime}$. m) $1665{,}5^{\square\prime\prime}$. n) $40{,}963^{\square\prime\prime}$. o) $405096^{\square\prime\prime}$. p) $415511900^{\square\prime\prime\prime}$. q) $\frac{48}{91}^{\square\prime\prime}$. r) $49^{\square\prime\prime\prime}$?

23. Wie viel Quadratruthen und Quadratfuß und Quadratzoll und Quadratlinien Duodecimalmaß sind:
a) $6{,}0666^{\square 0}$. b) $0{,}0968^{\square 0}$. c) $6\frac{17}{22}^{\square 0}$. d) $\frac{170}{459}^{\square 0}$. e) $13{,}09^{\square\prime}$. f) $0{,}765^{\square\prime}$. g) $14\frac{15}{71}^{\square\prime}$. h) $13\frac{10}{709}^{\square\prime}$. i) $36^{\square\prime}$. k) $58\frac{17}{30}^{\square\prime}$. l) $\frac{33}{514}^{\square\prime}$. m) $6{,}035^{\square\prime\prime}$. n) $5963{,}8^{\square\prime\prime\prime}$. o) $5487796^{\square\prime\prime\prime}$?

24. Wie viel Kubikmeter oder Kubikdecimeter oder Kubikcentimeter oder Kubikmillimeter sind:
a) $6^{km}\ 60^{kdm}\ 36^{kcm}\ 159^{kmm}$. b) $1^{km}\ 885^{kdm}\ 5^{kcm}$. c) $146^{kdm}\ 996^{kcm}\ 65^{kmm}$. d) $193^{kcm}\ 895^{kmm}$. e) $\frac{470}{3789}^{km}$. f) $0{,}005469^{km}$. g) $90{,}564^{kdm}$. h) $0{,}0069^{kdm}$. i) $\frac{47}{93}^{kdm}$. k) 54792354^{kcm}. l) 4793004^{kmm}. m) $48{,}6^{kdm}$. n) 428^{kmm}?

25. Wie viel Kubikmeter und Kubikdecimeter und Kubikcentimeter und Kubikmillimeter sind:
a) $5{,}790050478^{km}$. b) $56\frac{473}{844}^{km}$. c) $0{,}794006^{km}$. d) $\frac{73}{548}^{km}$. e) $690{,}6300^{kdm}$. f) $0{,}0075666^{kdm}$. g) $600\frac{741}{974}^{kdm}$. h) $\frac{144}{745}^{kdm}$. i) $68{,}589^{kcm}$. k) $183\frac{171}{749}^{kcm}$. l) $0{,}500968^{kdm}$. m) 36936^{kmm}. n) $899056{,}032^{kcm}$. o) 60093030^{kmm}?

26. Wie viel Kubikfuß oder Kubikzoll oder Kubiklinien Duodecimalmaß sind:
a) $668^{c\prime}\ 106^{c\prime\prime}\ 28^{c\prime\prime\prime}$. b) $56\frac{447}{1381}^{c\prime}$. c) $3^{c\prime}\ 48^{c\prime\prime\prime}$. d) $156^{\prime c}$ e) $0{,}056^{c\prime}$. f) $93{,}6096^{c\prime}$. g) $659{,}66^{c\prime\prime}$. h) $0{,}0489^{c\prime\prime}$. i) $\frac{441}{358}^{c\prime}$. k) $\frac{542}{777}^{c\prime\prime\prime}$. l) $5689006^{c\prime\prime}$. m) $56006368^{c\prime\prime\prime}$. n) $580{,}9^{c\prime\prime}$. o) $636^{c\prime\prime\prime}$?

27. Wie viel Kubikfuß und Kubikzoll und Kubiklinien Duodecimalmaß sind:
a) $60{,}8636^{c\prime}$. b) $6\frac{154}{381}^{c\prime}$. c) $0{,}050096^{c\prime}$. d) $\frac{144}{161}^{c\prime}$. e) $692386^{c\prime\prime}$. f) $56{,}96^{c\prime\prime}$. g) $0{,}08983^{c\prime\prime}$. h) $6\frac{510}{744}^{c\prime\prime}$. i) $6969360^{c\prime\prime}$. k) $30906^{c\prime\prime\prime}$. l) $9990\frac{40}{71}^{c\prime\prime}$?

Addition.

§. 88.

Aufgabe. Benannte Zahlen mit Einheiten verschiedener Ordnung zu addiren.

Auflösung. Man addire die gleichnamigen Einheiten und wenn die Summe der Einheiten einer niedrigeren Ordnung Einheiten höherer Ordnung enthält, so nehme man aus ihr durch Reduktion die

Einheiten nächst höherer Ordnung heraus und zähle diese zu den gleichnamigen Einheiten höherer Ordnung.

Beispiele.

1)

	10 fl.	38 kr.	3 Pf.
	144 „	10 „	2 „
	— „	48 „	3 „
	16 „	45 „	— „
	— „	17 „	2 „
	15 „	16 „	3 „
	185 fl.	174 kr.	13 Pf.
=	187 „	57 „	1 „

2)

	5 Ctr.	58 ℔	17 Lth.	1 Qu.
	7 „	18 „	— „	3 „
	— „	90 „	28 „	1 „
	13 „	— „	30 „	— „
	49 „	70 „	12 „	2 „
	— „	4 „	19 „	3 „
	74 Ctr.	240 ℔	106 Lth.	10 Qu.
=	76 „	43 „	12 „	2 „

3)

	27□m	58□dm	17□cm	9□mm
	9 „	15 „	9 „	74 „
	— „	38 „	84 „	45 „
	1 „	77 „	— „	73 „
	37□m	188□dm	110□cm	201□mm
=	38 „	89 „	12 „	1 „

4)

	80c′	374c″	57c‴dd.
	452 „	895 „	174 „
	— „	979 „	809 „
	7 „	543 „	743 „
	539c′	2791c″	1783c‴dd.
=	540 „	1064 „	55 „

Der Lernende wird sich nun selbst noch ähnliche Übungsbeispiele aufstellen zwischen Zahlen mit Ballen, Ries, Buch und Bogen; mit Grad, Minuten und Sekunden; mit Ruthen, Fuß, Zoll und Linien 2c. 2c.

Zeitberechnung.

§. 89.

Bei Zeitberechnungen werden die 24 Stunden des Tages von Nachts 12 Uhr bis zur nächsten Nacht 12 Uhr gezählt. Demnach ist z. B. Morgens 4 Uhr die 4. Stunde, Nachmittags 3 Uhr die 15. Stunde, Nachts 10 Uhr die 22. Stunde.

Die Jahre werden gezählt vom Tage der Geburt Christi an, so daß wir gleich nach Verlauf des 1. Jahres schon das Jahr 2 schreiben, obwohl das 2. Jahr noch nicht verflossen ist. Ebenso geschieht es mit den Monaten, Tagen und Stunden. Demnach sind z. B. am 15. Mai 1850 Abends 6 Uhr von Christi Geburt an verflossen 1849 Jahre, 4 Monate, 14 Tage und 18 Stunden. (Ohne Rücksicht auf den Schalttag.)

Wie viel Jahre, Monate, Tage und Stunden sind seit Christi Geburt verflossen:

1) am 14. August 1834 Abends 6 Uhr?
2) am 4. December 1840 Morgens 8 Uhr?
3) am 27. Oktober 940 Nachts halb 11 Uhr?
4) am 1. Februar 1837 Morgens $\frac{1}{4}$ auf 8 Uhr?
5) am 1. Januar 1842 Nachts halb 12 Uhr? (Mit und ohne Rücksicht auf den Schalttag.)

Welches Datum schrieb man, als nach Christi Geburt verflossen waren:

1) 1810 Jahre, 9 Monate, 14 Tage und 19 Stunden?
2) 1693 Jahre, 10 Monate, 10 Tage und 15 Minuten?
3) 1700 Jahre, 5 Monate, 9 Tage, 13 Stunden und 30 Minuten?
4) 920 Jahre, 8 Monate, 24 Tage, 9 Stunden und 45 Minuten?
5) 777 Jahre, 17 Stunden und 51 Minuten?
6) 1093 Jahre, 4 Monate, 18 Stunden und 42 Minuten?

---

1) Jemand wurde geboren am 26. August 1711 und starb in einem Alter von 69 Jahren, 10 Monaten und 18 Tagen; wann starb er?

Auflösung. Geburtszeit = 1710 Jahre, 7 Monate, 25 Tage
Alter = 69 „ 10 „ 18 „
Sterbezeit = 1780 Jahre, 6 Monate, 13 Tage

Er starb also am 14. Juli 1781. Mit Rücksicht auf das Schaltjahr am 13. Juli.

2) Von zwei Brüdern starb der eine am 14. Juli 1840 Abends halb 9 Uhr; 2 Jahre, 9 Monate, 10 Tage und 10 Stunden später starb auch der andere; wann war dieses?

Auflösung.

Sterbezeit des einen Brud. = 1839 Jr., 6 M., 13 T., 20 St., 30 M.
dazu gezählt 2 „ 9 „ 10 „ 10 „
Sterbezeit des andern Brud. = 1842 Jr., 3 M., 24 T., 6 St., 30 M.

Der andere Bruder starb also am 25. April 1843 früh halb 7 Uhr.

3) Am 7. Mai Abends 7 Uhr 40 Minuten 45 Sekunden war Vollmond; am wie vielten Juni war wieder Vollmond, wenn die Zeit von einem Vollmond zum andern 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Sekunden beträgt?

Auflösung.

Zeit des Vollmonds = 4 Mon., 6 T., 19 St., 40 Min., 45 Sek.
dazu gezählt 29 „ 12 „ 44 „ 3 „
Zeit des nächsten Vollm. = 5 Mon., 5 T., 8 St., 24 Min., 48 Sek.;

also am 6. Juni Morgens 8 Uhr, 24 Minuten und 48 Sekunden.

4) In der Stadt A geht die Uhr 40 Minuten und 35 Sekunden früher als in der weiter westlich gelegenen Stadt B. Wie viel Uhr ist es in A, wenn man in B Nachmittags 4 Uhr, 30 Minuten und 45 Sekunden hat?

Auflösung. Zeit in B = 16 St., 30 Min., 45 Sek.
dazu gezählt 40 „ 35 „
Zeit in A = 17 St., 11 Min., 20 Sek.;

also 5 Uhr, 11 Minuten und 20 Sekunden.

5) Jemand trat am 10. April 1825 eine Reise an, auf welcher er 2 Jahre, 5 Monate und 7 Tage zubrachte; wann kam er wieder heim?

6) Jemand wurde geboren am 15. September 1760 und starb in einem Alter von 59 Jahren, 4 Monaten und 15 Tagen; wann starb er?

7) Wenn es in der Stadt A 11 Uhr, 42 Minuten und 35 Sekunden Mittags ist, wie viel Uhr ist es in der weiter östlich gelegenen Stadt B, wo die Uhr um 38 Minuten und 48 Sekunden früher geht?

8) Jemand trat sein Amt am 29. März 1817 an und verwaltete es 20 Jahre, 10 Monate und 20 Tage; wann legte er es nieder?

Subtraktion.

§. 90.

Aufgabe. Benannte Zahlen mit Einheiten verschiedener Ordnung von einander zu subtrahiren.

Auflösung. Man subtrahire, bei den Einheiten niedrigster Ordnung anfangend, die gleichnamigen Einheiten von einander. Enthält der Minuend nicht immer so viele Einheiten, als abgezogen werden sollen, so leihe man eine Einheit höherer Ordnung und löse sie auf in Einheiten niedrigerer Ordnung.

Beispiele.

1)

220 fl.	36 kr.	3 Pf.
60 „	42 „	2 „
159 fl.	54 kr.	1 Pf.

2) 180° Kreistheilung

180°		
57°	34′	16″
122°	25′	44″.

3)

5 Ctr			
3 Ctr	58 ℔	23 Lth	3 Qu.
1 Ctr	41 ℔	8 Lth	1 Qu.

4)

140□°	47□′	109□″	88□‴ dd.
75 „	132 „	132 „	50 „
28□°	58□′	121□″	38□‴ dd.

5)

4 Ballen	5 Ries (Schreibpapier)		
1 „	4 „	12 Buch	15 Bogen
3 Ballen		7 Buch	9 Bogen.

6)

3 Fuder	4 Ohm	1 Eimer	
1 „	5 „	— „	44 Maß
1 Fuder	5 Ohm	— Eimer	16 Maß.

Mehrere Beispiele zur Berechnung zwischen Körpereinheiten, Flächeneinheiten, Längeneinheiten, Flüssigkeitsmaßen ꝛc. wird sich der Lernende leicht selbst stellen.

Zeitberechnung.

§. 91.

1) Jemand wurde geboren am 22. August 1811 und starb am 26. November 1839; wie alt ist er geworden?

Auflösung.

Sterbezeit =	1838 Jahre,	10 Monate,	25 Tage
Geburtszeit =	1810 „	7 „	21 „
Alter =	28 Jahre,	3 Monate,	4 Tage

2) Jemand starb am 4. Mai 1850 in einem Alter von 38 Jahren, 5 Monaten und 14 Tagen; wann wurde er geboren?

Auflösung: Sterbezeit	= 1849 Jahre,	4 Monate,	3 Tage
abgezogen	38 „	5 „	14 „
Geburtszeit	= 1810 Jahre,	10 Mon.,	19 Tage;

also wurde er geboren am 20. November 1811.

3) Ein Kapital wurde im Jahre 1830 am 10. Mai auf Zinsen ausgeliehen und am 24. Februar 1854 wieder zurückbezahlt; wie lange stand es auf Zinsen?

Auflösung.

Zeit der Zurückbezahlung	= 1853 Jahre,	1 Monat,	23 Tage
Zeit des Ausleihens	= 1829 „	4 „	9 „
Das Kapital stand also	23 Jahre,	9 Monate,	14 Tage

4) Jemand ist geboren am 17. Dezember 1804, wie alt ist er am 12. November 1862?

5) Jemand legte sein Amt in einem Alter von 57 Jahren, 6 Monaten und 20 Tagen nieder, nachdem er es 20 Jahre, 4 Monate und 16 Tage verwaltet hatte; in welchem Lebensalter trat er es an?

6) Ein Wanderer kam im Jahre 1832 am 7. August in einem Alter von 25 Jahren, 8 Monaten und 14 Tagen von der Wanderschaft nach Hause, nachdem er 4 Jahre, 4 Monate und 20 Tage in der Fremde zugebracht hatte. Wann und in welchem Lebensalter trat er die Wanderschaft an und wann wurde er geboren?

7) Wenn man in der Stadt A 12 Uhr, 38 Minuten und 40 Sekunden hat; wie viel Uhr hat man in der weiter westlich gelegenen Stadt B, wo die Uhr 42 Minuten und 35 Sekunden nachgeht?

8) Am 6. November Abends 6 Uhr, 24 Minuten und 40 Sekunden war Vollmond, wann war das letzte Mal Vollmond, wenn die Zeit von einem Vollmond zum andern 29 Tage, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Sekunden beträgt?

9) Ein Kapital wurde am 12. August 1849 zurückbezahlt, nachdem es 15 Jahre, 7 Monate und 25 Tage draußen stand; wann wurde es ausgeliehen?

Multiplikation.

§. 92.

Beim Multipliziren benannter Zahlen ist blos der Multiplikand und das Produkt benannt, der Multiplikator aber kann gemäß seiner Bedeutung (§. 6.) keine benannte Zahl sein, z. B. 4 fl. × 5 oder 5 × 4 fl. = 20 fl.; dagegen hat 4 fl. × 5 fl. keinen Sinn. Ist in einer Aufgabe auch der Multiplikator eine benannte Zahl, so muß man von der Benennung desselben ganz absehen, z. B. wenn 1 ℔ 2 fl. kostet, so kosten 5 ℔ nicht 2 fl. × 5 ℔, sondern sie kosten 5 mal so viel als 1 ℔, also 2 fl. × 5 = 10 fl. Wenn ferner 1 Lth 3 kr kostet, so kosten 2 Ctr 22 ℔ 10 Lth so viel mal

3 kr als Lothe in den 2 Ctr 22 ℔ 10 Lth enthalten sind, also 7114 × 3 kr = 21342 kr = 355 fl 42 kr.

§. 93.

Aufgabe. Benannte Zahlen von Einheiten verschiedener Ordnung zu multipliziren.

Auflösung. Man multiplizire die Einheiten jeder Ordnung besonders, enthalten die einzelnen Produkte Einheiten höherer Ordnung, so nehme man aus ihnen durch Reduktion diese Einheiten höherer Ordnung heraus und zähle sie zu den gleichnamigen Einheiten hinüber.

Beispiele,
bei welchen der Multiplikator aus einer einzigen Zahl besteht und zuvor keiner Reduktion oder Resolution bedarf.

1) Ein Pfund kostet 2 fl 48 kr 3 Pf. Was kosten 7 ℔?

2 fl 48 kr 3 Pf
× 7
= 14 fl 336 kr 21 Pf oder
= 19 „ 41 „ 1 „

2) In eine Kanzlei kamen 8 Lieferungen Schreibpapier, jede zu 2 Ballen 5 Ries 14 Buch und 15 Bogen. Welches ist der Gesammtbetrag dieser 8 Lieferungen?

2 Ballen 5 Ries 14 Buch 15 Bogen
× 8
= 16 Ballen 40 Ries 112 Buch 120 Bogen oder
= 20 „ 5 „ 17 „

3) Zu einer Dachbedeckung braucht man 228□' Kupferblech, wie schwer wird das Dach an Kupfer wenn 1□' Kupferblech 1 ℔ 5 Lth 3 Qu. wiegt?

1 ℔ 5 Lth 3 Qu.
× 228
228 ℔ 1140 Lth 684 Qu. oder
= 2 Ctr 68 ℔ 31 Lth.

4) Wenn die Maß Wasser 1 ℔ 29 Lth 1 Qu. wiegt, was wiegt ein Schenkeimer?

5) Ein Familienvater verdient täglich einen Preußenthaler, von seinen zwei Söhnen jeder 1 fl 12 kr und von seinen 2 Töchtern jede 34 kr. Welches ist der Verdienst Aller in 20 Arbeitstagen?

6) Eine Rechnung von 475 fl 32 kr wurde mit 41 Kronenthalern, 61 Preußenthalern, 29 Fünffrankenthalern, 27 Guldenstücken ö. W. und das Uebrige mit anderen Münzen bezahlt, wie viel betragen letztere?

7) Die Breite eines Fensters beträgt 3' 4" 8'''dd.; welche Breite nehmen a) 4, b) 7, c) 10 solcher Fenster ein?

8) Ein Platz wird mit 128 Steinplatten belegt. Wie groß ist dieser Platz, wenn jede Platte eine Fläche von 4□′ 40□″dd. hat?

9) Eine Fensterscheibe hat 1□′ 75□″ 80□‴dd. Fläche; welche Glasfläche hat ein Fenster von a) 8 b) 10 solcher Scheiben?

10) In einem Armenhause kostet die monatliche Verpflegung eines Armen 8 fl 36 kr 3 Pf. Wie viel kostet die Verpflegung von a) 12 b) 27 c) 120 Armen?

11) Ein großes Faß Wein wurde unter einige Theilnehmer gleichheitlich vertheilt, so daß jeder 1 Fuder, 4 Ohm, 1 Eimer, 34 Maß und 3 Schoppen erhielt. Welches war der Inhalt des Fasses, wenn es a) 4 b) 7 c) 8 d) 11 Theilnehmer waren?

12) Multiplizire 4□′ 47□″ 84□‴dd. mit a) 17 b) $23\frac{3}{8}$ c) 130 d) 0,234 e) 0,00138!

13) Multiplizire 14° 37′ 44,8″ Kreistheilung mit a) 8 b) $15\frac{4}{15}$ c) 1,14, d) 12,8!

14) Multiplizire 5 Tage, 17 Stunden, 40 Minuten, 28 Sekunden mit a) 7 b) 4,7 c) 120 d) 14,4!

15) Multiplizire 4^{km} 117^{kdm} 540^{kcm} 375^{kmm} mit a) 5 b) 1,5 c) 32 d) 60 e) 18,4!

16) Multiplizire 6 Ctr 42 ℔ 23 Lth 1 Qu. mit a) 9 b) 12 c) 3,4 d) 0,146!

Beispiele,
bei welchen der Multiplikator in der Aufgabe aus mehreren Zahlen besteht und zuvor noch einer Reduktion oder Resolution bedarf.

§. 94.

1) Das Loth kostet 2 kr 3 Pf. Was kosten 2 Ctr 14 ℔ 9 Lth?

Antwort. 2 Ctr 14 ℔ 9 Lth = 6857 Lth., also

2 kr 3 Pf
× 6857

= 13714 kr 20571 Pf oder
= 314 fl 16 kr 3 Pf.

2) Das Pfund kostet 4 fl 18 kr 2 Pf. Was kosten 3 Ctr 12 ℔ 27 Lth und 3 Qu.?

Antwort. 3 Ctr 12 ℔ 27 Lth 3 Qu. = $312\frac{111}{128}$ ℔., also

4 fl 18 kr 2 Pf
× $312\frac{111}{128}$

= $1248\frac{444}{128}$ fl $5616\frac{1998}{128}$ kr $624\frac{222}{128}$ Pf

oder wenn die Brüche resolvirt und aus ihnen dann die Ganzen bestimmt:

= 1248 fl 5839 kr $628\frac{86}{128}$ Pf. Oder:
= 1347 fl 56 kr $\frac{43}{64}$ Pf.

Oder:

4 fl 18 kr 2 Pf = $4\frac{37}{120}$ fl, also kostet das Ganze
$4\frac{37}{120}$ fl × $312\frac{111}{128}$ = $\frac{517}{120}$ fl × $\frac{40047}{128}$ = 1347 fl 56 kr $\frac{43}{64}$ Pf.

3) Die wöchentliche Besoldung eines Mannes beträgt 1 fl 6 kr 3 Pf. Wie viel beträgt die Besoldung von 20 Mann auf 1 Jahr 10 Wochen und 5 Tage?

Antwort. 1 Jahr 10 Wochen 5 Tage = 62 Wochen 6 Tage = $62\frac{6}{7}$ Wochen.

20 Mann auf $62\frac{6}{7}$ Wochen erhalten so viel als 20 × $62\frac{6}{7}$ Mann = $1257\frac{1}{7}$ Mann auf 1 Woche, also

	1 fl	46 kr	3 Pf
		× $1257\frac{1}{7}$	
=	$1257\frac{1}{7}$ fl	$57822\frac{46}{7}$ kr	$3771\frac{3}{7}$ Pf oder nach Beispiel Nro. 2:
=	1257 "	57837 "	3772 "
=	2236 "	40 "	

Oder:

1 fl 46 kr 3 Pf = $1\frac{187}{240}$ fl, also die Gesammtbesoldung $1\frac{187}{240}$ fl × $1257\frac{1}{7}$ = $\frac{427}{240}$ fl × $\frac{8800}{7}$ = 2236 fl 40,23 kr.

4) Die Bearbeitung eines Quadratdecimeters Fläche kostet 4 kr 2 Pf. Was kostet die Bearbeitung einer Fläche von $6^{\square m}$ $48^{\square dm}$ $49^{\square cm}$?

Antwort. $6^{\square m}$ $48^{\square dm}$ $94^{\square cm}$ = $648{,}94^{\square dm}$.
4 kr 2 Pf = 4,5 kr, also kostet das Ganze 648,94 × 4,5 kr = 2920,23 kr = 48 fl 40,23 kr.

5) Ein Bauer brachte 24 Säcke Korn, wovon jeder 4 Metzen faßte, zur Schranne und verkaufte den Metzen um 2 fl 45 kr. Wie viel nahm er im Ganzen ein? Wie schwer war das Getreide, wenn der Metzen 54 ℔ wog?

6) Der Kubikdecimeter Marmor wiegt 5 ℔ 14 Lth 3 Qu. Wie schwer wiegt eine Marmorsäule von a) 1^{km} 146^{kdm} 840^{kcm}. b) 2^{km} 145^{kcm}. c) 70^{kdm} 745^{kcm}?

7) Der Bogen Schreibpapier kostet 2 Pf. Was kosten a) 1 Ballen, 9 Buch, 10 Bogen. b) 3 Ries, 14 Buch, 18 Bogen. c) 7 Ries, 4 Buch, 20 Bogen?

8) Der Quadratfuß Fläche zu bearbeiten kostet $8\frac{1}{2}$ kr. Was kostet die Bearbeitung einer Fläche von a) 8□' 47□''dec. b) 4□' 85□'' 75□'''dd. c) 2□° 19□' 85□''dec. d) 1□° 48□' 80□''dd.?

Flächen- und Körperberechnungen.

§. 95.

Ein Viereck, worin je 2 gegenüberliegende Seiten parallel sind, d. h. nach einer und derselben Richtung liegen, heißt **Parallelogramm**. Das Parallelogramm kann sein ein **Quadrat** (Fig. 4.), ein **Rhombus** oder eine **Raute** (Fig. 5.), ein **Rechteck** (Fig. 6.) und ein **Rhomboid** (Fig. 7.). Ein Viereck, worin nur 1 Paar paralleler Seiten ist, heißt **Trapez** (Fig. 8.). Wodurch unterscheiden sich diese 5 Vierecke von einander?

Diejenige gerade Linie, welche die Breite des Parallelogramms so wie die des Trapezes angibt und demnach auf 2 Seiten zugleich senkrecht steht (Fig. 5., 7. und 8.), heißt die **Breite** oder **Höhe** desselben; im Dreieck (Fig. 9.) geht die Höhe von einem Eck aus senkrecht auf die gegenüberliegende Seite, welche letztere, wie auch beim Parallelogramm, die **Länge** oder **Grundlinie** heißt.

§. 96.

Wird die Länge und Breite eines Rechtecks (Fig. 10.) gemessen, indem z. B. vom Eck A aus gegen B und dann gegen C hin ein beliebiger Maßstab, so oft es angeht, nach einander hingelegt wird, und denkt man sich dabei immer am Ende des Stabes eine Linie parallel zu 2 gegenüberliegenden Seiten des Rechtecks gezogen, so wird letzteres in mehrere Quadrate zerlegt, wovon jedes ein Quadratfuß oder Quadratzoll oder Quadratmeter oder Quadratdecimeter rc. ist, je nachdem man die Länge und Breite des Rechtecks mit einem Fuß- oder Zoll- oder Metermaßstab rc. gemessen und darnach angegeben hat. In den meisten Fällen aber wird der gewählte Maßstab nicht ohne Rest in der Länge und Breite des Rechtecks enthalten sein, sondern es werden im Allgemeinen außer dem Rechteckchen x noch 2 Streifen übrig bleiben, wovon jeder aus gleichen Rechteckchen wie z und y besteht, und welche zusammen noch einige solcher Quadrate wie q ausmachen können.

Ist das Rechteck z. B. $5\frac{3}{4}$ Fuß lang, so erhält man längs AB auch $5\frac{3}{4}$ solcher Quadrate wie q, welche zusammen eine Reihe bilden, und ist das Rechteck z. B. $3\frac{1}{2}$ Fuß breit, so erhält man längs AC auch $3\frac{1}{2}$ solcher Reihen neben einander, also zusammen $5\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} = 20\frac{1}{8}$ solcher Quadratfuße, welche den Flächenraum des ganzen Rechtecks ausmachen.

Um also die Fläche eines Rechtecks zu berechnen, muß man die gleichbenannten 2 Zahlen, welche die Länge und Breite desselben angeben, mit einander multipliziren (Länge und Breite mit einander multipliziren) und das Produkt erhält als Benennung Quadratfuß oder Quadratzoll oder Quadratmeter rc., je nachdem die Länge und Breite des Rechtecks in Fuß oder Zoll oder Meter rc. angegeben ist.

Bei der Flächenberechnung eines Quadrates darf man nur eine Seite quadriren, d. h. mit sich selbst multipliziren, weil hier Länge und Breite einander gleich sind.

§. 97.

Denkt man sich irgend ein Parallelogramm auf ein Rechteck von eben so großer Grundlinie und Höhe (Fig. 7. und 6.) so gelegt, daß seine Grundlinie die des Rechtecks ganz genau deckt, so wird auf der einen Seite das Rechteck über das schiefe Parallelogramm, dafür aber auf der anderen Seite das schiefe Parallelogramm über das Rechteck und zwar immer um ein gleich großes dreieckiges Stück hervorragen, wo-

raus also folgt, daß jedes schiefe Parallelogramm gerade so viel Flächenraum enthält als ein Rechteck von ebenso großer Grundlinie und Höhe, daß man also auch den Flächenraum irgend eines Parallelogramms erhält, wenn man Grundlinie und Höhe mit einander multiplizirt.

Jedes Dreieck läßt sich zu einem Parallelogromm von derselben Grundlinie und Höhe ergänzen (Fig. 9.) und hat dann halb so viel Flächenraum als das Parallelogramm. Man findet daher den Flächenraum eines Dreiecks, indem man Grundlinie mit Höhe multiplizirt und dieses Produkt halbirt.

§. 98.

In der Geometrie wird gezeigt, daß man den Flächenraum eines Trapezes erhält, wenn man die Summe der 2 parallelen Seiten mit ihrem gegenseitigen Abstand multiplizirt und das Produkt halbirt.

§. 99.

In jedem Kreis beträgt der Flächenraum nur 3,1415 . . . solcher Quadrate wie das über den Halbmesser CA construirte (Fig. 11.). Man findet also den Flächenraum eines Kreises, indem man den Halbmesser desselben quadrirt und dann mit 3,1415 . . . multiplizirt.

§. 100.

Ein von lauter Parallelogrammen begrenzter Körper oder Raum heißt **Parallelopipedum** oder **parallelopipedischer Raum**. Stoßen die Parallelogramme überall senkrecht an einander, so daß sämmtliche Begrenzungsfiguren Rechtecke sind, so nennt man das Parallelopipedum r e c h t w i n k e l i g, außerdem aber s c h i e f w i n k e l i g. Dasjenige Parallelogramm, auf welches man sich den Körper aufgestellt denkt und das ihm gegenüberliegende ganz gleich beschaffene nennt man die beiden **Grundflächen**, und diejenige gerade Linie, welche von einem beliebigen Punkt der einen Grundfläche senkrecht auf die andere gezogen ist, heißt die **Höhe** des Parallelopipedums.

§. 101.

Wird nach der Länge eines rechtwinkeligen Parallelopipedums (Fig. 12.) z. B. vom Eck A gegen B hin ein beliebiger Maßstab, so oft es angeht, nach einander hingelegt (d. h. wird die Länge gemessen) und denkt man sich dabei immer am Ende des Stabes den Körper durchschnitten, so daß er in gleich dicke (hier aufrecht stehende) Platten zerfällt; wird dann derselbe Maßstab von A aus auch nach der Breite gegen D hin, so oft es angeht, nach einander hingelegt (d. h. wird die Breite gemessen) und denkt man sich dabei immer am Ende desselben den Körper durchschnitten, so daß die genannten Platten in gleich dicke vierkantige (hier aufrecht stehende) Stäbe oder Balken zerfallen, und wird endlich der nämliche Maßstab von A aus auch nach der Höhe gegen C hin, so oft es angeht, nach einander hingelegt (d. h. wird die Höhe gemessen) und denkt man sich dabei immer am Ende desselben

sämmtliche Stäbe oder Balken senkrecht durchschnitten: so zerfällt zuletzt das ganze Parallelopipedum in gleiche Würfel, wovon jeder ein Kubikfuß oder Kubikzoll oder Kubikmeter ꝛc. ist, je nachdem die Länge, Breite und Höhe des Körpers mit einem Fuß- oder Zoll- oder Metermaßstabe ꝛc. gemessen und darnach angegeben wurde. In den meisten Fällen aber wird der gewählte Maßstab nicht ohne Rest in der Länge, Breite und Höhe des Parallelopipedums zugleich enthalten sein, sondern es kann an 1 oder 2 oder 3 Seiten (hier an der linken und hinteren Seite und oben) noch eine dünnere Platte übrig bleiben, wovon jede aus mehreren kleineren unter sich gleichen Parallelopipeden besteht, welche zusammen noch einige solcher Würfel, wie der bei A ist, ausmachen können.

Ist der Körper z. B. $5\frac{3}{4}$ Fuß lang, so erhält man längs AB auch $5\frac{3}{4}$ solcher Kubikfuße wie der bei A, welche zusammen eine Reihe bilden; ist der Körper z. B. $3\frac{1}{4}$ Fuß breit oder dick, so erhält man längs AD auch $3\frac{1}{4}$ solcher Reihen von Kubikfußen neben einander, also zusammen $5\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{4}$ solcher Kubikfuße, welche zusammen eine Schicht bilden; ist der Körper z. B. noch $4\frac{1}{2}$ Fuß hoch, so erhält man auch $4\frac{1}{2}$ Fuß solcher Schichten von Würfeln über einander, welche zusammen $5\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{2} = 84\frac{3}{32}$ solcher Kubikfuße und den Kubikinhalt des ganzen Körpers ausmachen.

Um also den Inhalt eines parallelopipedischen Raumes zu berechnen, muß man die gleichbenannten 3 Zahlen, welche die Länge, Breite und Höhe desselben angeben, mit einander multipliziren d. h. Länge, Breite und Höhe (oder was dasselbe ist, Grundfläche und Höhe) mit einander multipliziren und das Produkt erhält als Benennung Kubikfuß oder Kubikzoll oder Kubikmeter ꝛc., je nachdem die Länge, Breite und Höhe des Raumes in Fußen oder Zollen oder Metern ꝛc. angegeben ist.

Bei der Berechnung eines würfelförmigen Raumes darf man nur eine Kante kubiren, d. h. 3 mal als Faktor nehmen, weil hier Länge, Breite und Höhe einander gleich sind.

§. 102.

In der Geometrie wird gezeigt, daß der Kubikinhalt eines schiefen Parallelopipedums gleich ist dem eines rechtwinkeligen mit der nämlichen Länge, Breite und Höhe. Man findet also auch den Kubikinhalt irgend eines parallelopipedischen Raumes, wenn man Länge, Breite und Höhe desselben mit einander multiplizirt.*)

§. 103.

Den Kubikinhalt eines kreisrunden Körpers (Cylinders) findet man, indem man den Flächenraum der kreisförmigen Grundfläche (§. 99.) mit der Länge (Höhe) dieses Körpers multiplizirt.

---

*) Flächen- und Körperberechnungen sind Ausnahmsfälle, wo jeder Faktor des Produktes eine benannte Zahl ist.

Beispiele.

§. 104.

1) Wie groß ist die Fläche, auf welchem ein Gebäude von $20{,}8^m$ Länge und $12{,}4^m$ Breite steht?

Fläche $= 20{,}8^m \times 12{,}4^m = 257{,}92^{\square m}$.

2) Wie groß ist die Fläche eines Quadrates, dessen Seite $0{,}74^m$ beträgt?

Fläche $= 0{,}74^m \cdot 0{,}74^m = 0{,}5436^{\square m} = 54{,}36^{\square dm}$.

3) Wie groß ist die Fläche einer trapezförmigen $6{,}78^m$ breiten Wiese, deren beide parallele Seiten 60^m und $58{,}4^m$ lang sind?

Fläche $= (60^m + 58{,}4^m) \times \frac{6{,}78^m}{2} = 401{,}376^{\square m}$.

4) Wie viel Kubikfuß enthält eine Grube von 6,4 Fuß Länge, Breite und Höhe?

Inhalt der Grube $= 6{,}4' \times 6{,}4' \times 6{,}4' = 262{,}144^{c'}$.

5) Welchen Raum hat ein Zimmer von 26′ Länge, 14,8′ Breite und 12,4′ Höhe?

Inhalt des Zimmers $= 26' \times 14{,}8' \times 12{,}4' = 4771{,}52^{c'}$.

6) Wenn der Liter atmosphärischer Luft 1,0336 Gramm wiegt, wie schwer ist die Luftmasse in einem Saale von 19^m Länge, $10{,}4^m$ Breite und $6{,}44^m$ Höhe?

Kubikinhalt des Saales $= 19^m \times 10{,}4^m \times 6{,}44^m = 1272{,}544^{km} = 1272543^{kdm}$ oder Liter.

Gewicht dieser Luft $= 1272544 \times 1{,}0336$ Gramm $= 1315301{,}4784$ Gramm $= 1315{,}301\ldots$ Kilogramm oder $= 2 \times 1315{,}301 = 2630{,}602$ Zollpfund.

7) Wie viel Kilogramm oder Zollpfund wiegt ein marmorner Würfel, dessen Kante 38^{cm} lang ist, wenn der Marmor 2,73 mal so schwer ist als Wasser?

Kubikinhalt des Würfels $= 38^{cm} \times 38^{cm} \times 38^{cm} = 54872^{kcm} = 54{,}872^{kdm}$ und ebenso viel Kilogramm würde auch der Würfel wiegen, wenn er von Wasser wäre, also ist das Gewicht des Würfels aus Marmor $= 2{,}73 \times 54{,}872 = 149{,}8$ Kilogramm oder $= 2 \times 149{,}8 = 299{,}6$ Zollpfund.

8) Wie viel Fuß sind a) $4\frac{1}{2}^m$.*) b) $0{,}49^m$. c) $48{,}33^m$. d) $48{,}7^{cm}$?

9) Wie viel □ Fuß enthält eine Fläche von a) $41{,}7^m$ Länge und $18{,}4^m$ Breite. b) $4{,}52^m$ Länge und $0{,}59^m$ Breite. c) $0{,}94^m$ Länge und $0{,}45^m$ Breite. d) $59{,}7^{cm}$ Länge und $28{,}4^{cm}$ Breite? (1 □ Meter = 11,74 □ Fuß. Oder auch nach der Bemerkung in Nro. 8 zu berechnen).

10) Wie viel Kubikfuß enthält ein Raum von a) $4{,}6^m$ Länge, $1{,}8^m$ Breite und $0{,}84^m$ Höhe. b) $0{,}74^m$ Länge, $0{,}45^m$ Breite und $0{,}4^m$ Höhe. c) $0{,}948^m$ Länge, $0{,}09^m$ Breite und $0{,}084^m$ Höhe. (1 Kubikmeter = 40,224 Kubikfuß. Oder auch nach der Bemerkung in Nro. 8 zu berechnen.)

*) $1^m = 3{,}4263$ Fuß.

11) Ein Sandsteinblock von 1,57^{m} Länge, 80^{cm} Breite und 74^{cm} Höhe soll zu einem Trog ausgehöhlt werden, so daß jede Seitenwand 1^{dm} und der Boden 15^{cm} dick wird. Wie viel Liter faßt dieser Trog und welches ist der Kubikinhalt und das Gewicht seiner eigenen Masse, wenn Sandstein 3,4 mal so schwer ist als Wasser?

12) Wie schwer wird ein Balken von 18^{m} Länge, 25^{cm} Breite und Dicke sein, wenn das Holz dieses Balkens 0,55 mal so schwer ist als Wasser?

13) Auf einem viereckigen Platze von 158′ Länge und 65′ Breite soll ein Wohnhaus von 60′ Länge und 42′ Breite, ein Nebengebäude von 75′ Länge und 20′ Breite, für Stallung, Holzlege, Waschhaus rc., eine Scheuer von 65′ Länge und 40′ Breite, eine Dunggrube von 20′ Länge und 8′ Breite kommen. Wie groß wird der übrige Raum, der für den Hof übrig bleibt?

14) Welches ist der Flächenraum einer Wiese von a) 5^{m} Breite und 14,7^{m} Länge. b) 7,5^{m} Breite und 22,7^{m} Länge. c) 12,4′ Breite und 39,8′ Länge?

15) Welches ist der Kubikinhalt eines Raumes von a) 5^{m} Länge, 87^{cm} Breite und 1,72^{m} Höhe? b) 48^{cm} Länge, 8^{cm} Breite und 75^{cm} Höhe? c) 17^{m} Länge, 8,27^{m} Breite und 85,7^{cm} Höhe?

16) Welchen Raum nehmen 8 Kisten ein, wenn jede 1,2^{m} Länge, 75^{cm} Breite und 80,7^{cm} Höhe hat?

17) Wie groß ist der Flächenraum eines Kreises, dessen Halbmesser a) 5,77^{m}. b) 60,4^{cm}. c) 4′ 5″duod. d) 8′ 6″ 7‴dec. lang ist?

Gemischte Beispiele über die Multiplikation.

§. 105.

1) 1 Meister, 10 Gesellen und 5 Handlanger haben 20 Tage lang gearbeitet. Welches ist der Gesammtverdienst, wenn der Meister täglich 1 fl 42 kr, von 4 Gesellen jeder 1 fl und jeder von den 6 übrigen 52 kr, jeder Handlanger 30 kr verdiente?

2) Wenn für 1 einjähriges Kalb täglich 7 ℔, für 1 zweijähriges 10 ℔ und für 1 Kuh 18 ℔ Heu bestimmt sind, wie viel Ctr Heu braucht man für 4 einjährige, 3 zweijährige Kälber und 8 Kühe in der Zeit von Weihnachten bis Ende April?

3) Ein Schöpfrad hat 22 Wassereimer, wovon jeder a) 250$^{c''}$ 740$^{c'''}$dd. b) 4½ Liter. c) 438$^{c''}$ 800$^{c'''}$d. d) 3½ Maß à 43$^{c''}$d. Wasser faßt. Wie viel Wasser liefert dieses Rad in 3½ Stunden, wenn es in 1 Stunde 155 Umdrehungen macht?

4) Wenn Quecksilber 13,553 mal, Weingeist 0,79 mal und Schwefelsäure 1,9 mal so schwer ist als Wasser; wie schwer sind von jeder Flüssigkeit a) 2 Maß, b) 1 Schoppen, c) 1½ Liter, wenn die Maß Wasser 1,9 ℔ und der Liter Wasser 2 Zll.-℔ wiegt?

5) Was wiegt und kostet 1 Dutzend silberner Löffel, wenn jeder 2½ Loth schwer ist und das Loth 1 fl 40 kr kostet?

6) Wenn der Quadratfuß Bauplatz 6 kr kostet, was kostet ein Bauplatz von a) 80′ Länge und $42\frac{1}{2}$′ Breite. b) 100′ Länge und 51′ Breite. c) 48′ Länge und $30\frac{1}{2}$′ Breite?

7) Wie viel Ziegel liegen auf beiden Seiten eines Daches, wenn auf jeder Seite desselben 64 Reihen und in jeder Reihe 212 Ziegel sind?

8) Wie viel Quadratfuß Bretter braucht man zu 4 Kisten sammt Deckel wenn jede a) 4′ 7″ lang, 3′ 4″ breit und 3′ 2″dec. hoch. b) 5′ 5″ lang, 4′ breit und 4,3″dd. hoch werden soll?

9) Wenn der Luftdruck auf einen Quadratzoll dec. 15,7 ℔ beträgt, wie groß ist der Luftdruck auf einen Menschen von 14□′ Oberfläche?

10) Eine Hausfrau findet Gelegenheit $\frac{1}{4}$ Ctr Kaffee um 15 fl zu bekommen, während sie bisher das Pfund von demselben Kaffee mit 40 kr bezahlen mußte. Wo wird sie besser einkaufen und wie viel beträgt der Gewinn beim vortheilhafteren Einkauf?

11) Ein Oekonom erntet 26 Malter Reps à 19 fl im Preis. Wird er besser den Reps frisch verkaufen oder später, wenn das Malter 1 fl mehr kostet, der Reps aber um $1\frac{1}{4}$ Malter eingetrocknet ist? Wie viel beträgt der Unterschied?

12) 5 fl 48 kr 3 Pf zu multipliziren mit a) $3\frac{1}{6}$. b) $7\frac{7}{12}$. c) $11\frac{13}{15}$. d) 0,723. e) 0,974.

13) 4 Ctr 28 ℔ 10 Lth zu multipliziren mit a) $\frac{7}{15}$. b) $4\frac{1}{9}$. c) $12\frac{4}{15}$. d) $1\frac{14}{145}$. e) 0,058.

14) 4□′ 28□″ 90□‴dd. zu multipliziren mit a) 0,973. b) $1\frac{4}{13}$. c) $7\frac{41}{52}$. d) 4,605.

15) 15c′ 38c″ 880c‴dec. zu multipliziren mit a) 0,923. b) $1\frac{4}{9}$. c) $5\frac{10}{17}$. d) $10\frac{15}{82}$. e) 9,053. f) 0,0057.

16) Welches ist der Kubikinhalt eines kreisrunden 35,5^{cm} hohen Gefäßes, dessen Boden im Innern einen Durchmesser von a) 22^{cm}. b) 4,15^{dm}. c) 2,4^{cm} hat?

Division.

§. 106.

Bei benannten Zahlen ist das Dividiren entweder ein **Theilen** oder ein **Messen**. Beim Dividiren als Theilen wird eine Größe in so viele gleiche Theile getheilt, als eine gegebene Zahl (der Divisor) anzeigt, und einer von den gleichen Theilen, den man den Quotient nennt, wird genommen. In diesem Falle ist der Dividend eine benannte Zahl, der Divisor drückt blos den Befehl aus, in wie viele gleiche Theile der Dividend getheilt werden soll und ist demnach unbenannt, der Quotient ist benannt z. B. 24 ℔ : 4 = 6 ℔; 60 fl : 12 = 5. fl.

§. 107.

Beim Dividiren als Messen wird untersucht, wie oft eine bekannte Größe in einer anderen gleichartigen bekannten Größe enthal-

ten ist, oder auch wie oft man eine bekannte Größe von einer anderen gleichartigen bekannten Größe hinwegnehmen kann. In diesem Falle sind Dividend und Divisor benannte Zahlen, der Quotient aber ist unbenannt. Der Divisor ist das Maß oder die Maßeinheit, der Dividend ist die zu messende Größe und der Quotient drückt aus, wie oft die Maßeinheit in der zu messenden Größe enthalten ist, z. B. 24 ℔ : 4 ℔ = 6; 60 fl : 12 fl = 5.

§. 108.

Aufgabe. Benannte Zahlen zu dividiren.

Auflösung. Ist das Dividiren ein Theilen, so dividire man, wenn der Dividend Einheiten verschiedener Ordnung enthält, zuerst in die Einheiten höchster Ordnung; bleibt ein Rest, so löse man ihn auf in Einheiten niedrigerer Ordnung, zähle diese zu den gleichnamigen Einheiten niedrigerer Ordnung hinüber und dividire die erhaltene Summe; bleibt wieder ein Rest, so verfahre man wieder auf gleiche Weise u. s. f. Ist das Dividiren aber ein Messen und haben Dividend und Divisor verschiedene Benennungen, so bringe man sie zuerst auf eine und dieselbe Benennung.

Beispiele über die Division als Theilung.

§. 109.

Da der Divisor in den Theilungsaufgaben öfters eine Benennung hat, während er bei der Ausrechnung seiner Grundbedeutung nach nur als unbenannte Zahl betrachtet werden muß, so muß man in solchen Fällen von der Benennung desselben absehen, z. B. Wenn 5 ℔ 9 fl kosten, was kostet 1 ℔? Antwort: den 5ten Theil von 9 fl; also $\frac{9\ \text{fl}}{5} = 1\frac{4}{5}$ fl; aber nicht $= \frac{9\ \text{fl}}{5\ ℔}$, welches letztere keinen Sinn hat.

1) 20 Ballen, 7 Ries, 12 Buch und 18 Bogen sollen unter 8 Personen gleichheitlich vertheilt werden, wie viel erhält jede?

$x = \frac{20}{8}$ Ballen $+ \frac{7}{8}$ Ries $+ \frac{12}{8}$ Buch $+ \frac{18}{8}$ Bogen.

Oder wenn man, vom ersten Bruch $\frac{20}{8}$ anfangend, die Ganzen herausnimmt, den jedesmaligen Rest zu den Einheiten nächst niedrigerer Ordnung hinüberzählt und dann weiter dividirt,

$x = 2$ Ballen 5 Ries 19 Buch $2\frac{1}{4}$ Bogen.

2) Ein Arbeiter verdiente sich in 3 Wochen und 4 Tagen 16 fl 30 kr, was verdiente er täglich? (Die Woche zu 6 Tagen gerechnet).

Antwort. 3 Wochen 4 Tage = 22 Tage; also ist der tägliche Verdienst $= \frac{16\ \text{fl}\ 30\ \text{kr}}{22} = \frac{990\ \text{kr}}{22} = 45$ kr.

3) Jemand hat eine jährliche Besoldung von 1590 fl 48 kr; wie viel kommt auf den Monat, auf die Woche und auf den Tag?

Antwort. Monatliche Besoldung $= \frac{1590 \text{ fl } 48 \text{ kr}}{12} =$ 132 fl 34 kr.

Wöchentliche Besoldung $= \frac{1590 \text{ fl } 48 \text{ kr}}{52} = 30 \text{ fl } 35\frac{7}{13} \text{ kr}$.

Tägliche Besoldung $= \frac{1590 \text{ fl } 48 \text{ kr}}{365} = 4 \text{ fl } 21\frac{183}{365} \text{ kr}$.

4) Zu einer 18500 Fuß langen Allee sind 2000 Bäumchen bestimmt. In welchem Abstand müssen auf jeder Seite der Allee die Bäumchen gesetzt werden?

$x = \frac{18500}{1000} = 18{,}5$ Fuß.

5) $2\frac{1}{4}$ ℔ kosten 6 fl 45 kr. Was kostet 1 ℔?

Antwort. Den $2\frac{1}{4}$ten Theil von 6 fl 45 kr; also

$$x = \frac{6 \text{ fl } 45 \text{ kr}}{2\frac{1}{4}} = \frac{6\frac{3}{4} \text{ fl}}{2\frac{1}{4}} = 3 \text{ fl}.$$

6) Ein Kaufmann erhielt aus Hamburg für 128 Bankomark Waare. Wie hoch wurde eine Bankomark nach südd. W. gerechnet, wenn die Waare 113 fl 4 kr südd. W. kostete?

7) Wenn ein Körper in $39\frac{1}{2}$ Minuten mit immer gleicher Schnelligkeit einen Weg von 28400 Fuß zurücklegt, wie groß ist seine Geschwindigkeit, d. h. der in 1 Sekunde zurückgelegte Weg?

8) 40 Jahre, 4 Monate, 11 Tage und 10 Stunden zu theilen durch a) 6 b) 0,9 c) 12.

9) 140 fl 48 kr 3 Pf gleichheitlich zu vertheilen unter a) 7 b) 11 c) 14 Personen.

10) 4 Ctr 58 ℔ 28 Lth 3 Qu. in a) 3 b) 7 c) 14 gleiche Theile zu theilen.

11) In einer Rechnung sind 20 ℔ Zucker zu 6 fl 40 kr, 12 ℔ Kaffee zu 7 fl 24 kr und $\frac{1}{4}$ Ctr Reis zu 4 fl 35 kr angesetzt, der Preis per Pfund ist aber jedesmal hinweggelassen. Was kostet das Pfund von jeder Waare?

12) Ein Vorrath von 9,6 Ctr Haber und 8 Ctr Heu soll auf 40 Tage ausreichen, wie viel darf täglich verfüttert werden?

Beispiele über die Division als Messung.

§. 110.

Der Quotient, welcher beim Messen seiner Grundbedeutung nach nur eine unbenannte Zahl ist, erhält öfters dennoch eine Benennung, je nach der in der Aufgabe gestellten Frage, z. B. Auf wie viel Tage reicht ein Vorrath von 1 Ctr 48 ℔ 24 Lth aus, wenn täglich 4 ℔ 20 Lth 2 Qu. davon verbraucht werden?

Antwort. So oft 4 ℔ 20 Lth 2 Qu. in 1 Ctr 48 ℔ 24 Lth enthalten sind, auf eben so viel Tage reicht der Vorrath aus. Nun sind 1 Ctr 48 ℔ 24 Lth = 1940 Qu. und 4 ℔ 20 Lth 2 Qu. = 594 Qu.; also

$$x = \frac{19040 \text{ Qu.}}{594 \text{ Qu.}} = 32\tfrac{16}{297} \text{ mal, also } = 32\tfrac{16}{297} \text{ Tage,}$$

d. h. man kann 32 Tage lang täglich 4 ℔ 20 Lth 2 Qu. von dem Vorrath hinwegnehmen und für den 33. Tag bleiben nur noch $\frac{16}{297}$ vom täglichen Verbrauch, also $\frac{16}{297} \times 594$ Qu. = 8 Lth übrig.

Oder:

1 Ctr 48 ℔ 24 Lth = 4760 Lth,
4 ℔ 20 Lth 2 Qu. = 148½ Lth, also

$$x = \frac{4760 \text{ Lth}}{148\frac{1}{2} \text{ Lth}} = 32\tfrac{16}{297} \text{ Tage.}$$

Oder:

1 Ctr 48 ℔ 24 Lth = 148¾ ℔,
4 ℔ 20 Lth 2 Qu. = $4\frac{41}{64}$ ℔, also

$$x = \frac{148\frac{3}{4} \text{ ℔}}{4\frac{41}{64} \text{ ℔}} = 32\tfrac{16}{297} \text{ Tage.}$$

Oder:

1 Ctr 48 ℔ 24 Lth = $1\frac{1560}{3200}$ Ctr
4 ℔ 20 Lth 2 Qu. = $\frac{594}{12800}$ Ctr, also

$$x = \frac{1\frac{1560}{3200} \text{ Ctr}}{\frac{594}{12800} \text{ Ctr}} = 32\tfrac{16}{297} \text{ Tage.}$$

Ebenso lassen sich die folgenden Beispiele auf mehrfache Art berechnen.

1) Wie oft muß man 4 fl 30 kr zurücklegen, bis man eine Summe von 128 fl 36 kr beisammen hat?

$$x = \frac{128 \text{ fl } 36 \text{ kr}}{4 \text{ fl } 30 \text{ kr}} = \frac{128\frac{3}{5} \text{ fl}}{4\frac{1}{2} \text{ fl}} = 28\tfrac{26}{45} \text{ mal.}$$

Das 29te Mal braucht man blos $\frac{26}{45}$ von 4 fl 30 kr also $\frac{26}{45} \times 4\frac{1}{2}$ fl = 2 fl 36 kr zurückzulegen.

2) Es wurde ein Stück Tuch um 137 fl 30 kr verkauft, jede Elle kostete 4 fl 24 kr; wie viel Ellen enthielt das Stück?

Antwort. So oft als die 4 fl 24 kr in den 137 fl 30 kr enthalten sind, ebenso viel Ellen; also

$$x = \frac{137\frac{1}{2} \text{ fl}}{4\frac{2}{5} \text{ fl}} = 31\tfrac{1}{4} \text{ Ellen.}$$

3) Wie viele Preußenthaler erhält man für a) 119 fl. b) 70 Kronenthaler. c) 60 Franken? Wie viel Dukaten (5 fl 30 kr) für a) 121 fl. b) 165 Franken. c) 55 Kronenthaler? Wie viele 20-Frankenstücke (9 fl 18 kr) für a) 372 fl. b) 186 Preußenthaler?

Antwort. Immer so viele Stück, als der Werth 1 Stückes in der betreffenden Summe enthalten ist. Der Werth des jedesmaligen Stückes und die betreffende Summe sind dabei immer auf eine und dieselbe Benennung zu bringen.

4) Bei einer gleichheitlichen Vertheilung von a) 40 fl 41 kr 1 Pf.

b) 139 fl. 30 kr. c) 215 fl. 3 kr. 3 Pf. kommen jedesmal auf eine Person 5 fl. 48 kr. 3 Pf. Wie viel Personen waren es in jedem einzelnen Falle?

5) Wenn bei der täglichen Umdrehung unserer Erde um ihre Axe ein Punkt des Aequators in der Sekunde 1586 bayerische Fuß zurücklegt, wie viel Meilen legt er in $\frac{1}{2}$ Stunde zurück, wenn man 25460 Fuß auf eine Meile rechnet?

6) Von 2 in einander greifenden Zahnrädern hat das größere 5 mal so viel Zähne als das kleinere, so daß also das kleinere sich 5 mal herumdrehen muß, bis das größere sich nur 1 mal herumdreht. Wie viel Umdrehungen muß das kleinere Rad gemacht haben, wenn das größere a) 40 b) 128 c) $114\frac{1}{2}$ d) $18\frac{3}{4}$ Umdrehungen gemacht hat? Wie viel Umdrehungen muß aber das größere Rad gemacht haben, wenn das kleinere a) 140 b) 2000 c) 550 Umdrehungen gemacht hat?

7) Ein Maurermeister zahlte jedem Arbeiter wöchentlich 4 fl. 48 kr. Wenn er nun in der 1ten Woche 33 fl. 36 kr., in der 2ten 48 fl., in der 3ten 67 fl. 12 kr. an die Arbeiter auszahlte, wie viel Arbeiter hatte er in jeder Woche?

8) Zu 1000 Exemplaren eines Buches brauchte man 4 Ballen 5 Ries Papier. Wie viel Bogen stark ist jedes Exemplar?

9) Jemand braucht wöchentlich 6 fl. 40 kr. Wie lange reicht er aus mit a) 53 fl. 20 kr. b) 46 fl. 40 kr. c) 70 fl.?

10) 1 Ctr. 28 ℔ 18 Lth. sollen in Packeten, jedes zu 1 ℔ 14 Lth. oder in Doppelpacketen oder in Halbpacketen verpackt werden. Wie viel solcher erhält man jedesmal?

11) Die Elle Tuch kostete a) 4 fl. 12 kr. b) 3 fl. 48 kr. c) 3 fl. 15 kr. Wenn nun das ganze Stück 140 fl. 48 kr. kostete; wie viel Ellen enthielt es in jedem einzelnen Falle?

12) Von 3 Sorten Lichter brennt jedes von der 1. Sorte 4 Stunden 20 Minuten; jedes von der 2. Sorte 5 Stunden 48 Minuten; jedes von der 3. Sorte 2 Stunden 24 Minuten lang. Wie viel Lichter von jeder einzelnen Sorte braucht man zu einer 72stündigen Beleuchtung?

13) Wie lange reichen 20 ℔ Kaffee aus, wenn täglich a) 2 Lth., b) $3\frac{1}{2}$ Lth., c) $\frac{1}{4}$ ℔ verbraucht werden?

14) Wenn das Pfund Eisen 12 kr. kostet, wie viel Pfund beträgt eine Sendung, die a) 20 fl. 48 kr., b) 40 fl., c) 8 fl. 48 kr. kostet?

Geometrische Aufgaben.

§. 111.

1) Wie viel Decimalen hat eine Fläche von 210′ 7″d. Länge und 79′ $8\frac{1}{2}$″d. Breite, wenn man die Decimale zu 400□′ rechnet?

Antwort. Flächeninhalt = 210,7 × 79,85□′ also

$$x = \frac{210,7 \times 79,85^{\square'}}{400^{\square'}} = 42,0609 \ldots \text{ Decimalen.}$$

2) Wie viel Klafter Holz kann man in eine Holzhalle von $9\frac{1}{2}$ Fuß Länge, $7\frac{1}{2}$ Fuß Breite und 10 Fuß Höhe unterbringen, wenn die Klafter 6 Fuß lang 6 Fuß hoch und das Holz $3\frac{1}{2}$ Fuß lang ist?

Antwort. Inhalt der Halle = $9\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2} \times 10^{c'}$
Inhalt einer Klafter = $6 \times 6 \times 3\frac{1}{2}^{c'}$, also

$$x = \frac{9\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2} \times 10^{c'}}{6 \times 6 \times 3\frac{1}{2}^{c'}} = 5,65 \ldots \text{ Klafter.}$$

3) Wie viel Schenkeimer oder Fuder oder Metzen oder Schäffel sind a) $4447^{c'}$, b) $1000^{c'}$, c) $49385^{c'}$, wenn 1 Metzen = $34\frac{2}{3}$ Maß à $43^{c''}$dec. oder $74,3^{c''}$duod.; wenn ferner 6 Metzen = 1 Schäffel sind?

4) Wie viel Schäffel Getreide gehen in einen Kasten von 5′ 7″ 8‴ Länge, 3′ 4″ 7‴ Breite und 2′ 8″dd. Höhe, wenn $8,94^{c'}$ ein Schäffel sind?

Antwort. Inhalt des Kastens = $5\frac{92}{144} \cdot 3\frac{55}{144} \cdot 2\frac{2}{3}^{c'}$ also

$$\text{Anzahl der Schäffel} = \frac{5\frac{92}{144} \cdot 3\frac{55}{144} \cdot 2\frac{2}{3}^{c'}}{8,94^{c'}}$$
$= 5,688 \ldots$

5) Eine Wiese enthält 65 Decimalen (à $400^{\square'}$) und eine Breite von $18\frac{1}{2}'$; wie lang ist sie?

Antwort. Setzt man die Länge = x Fuß, so ist der Flächeninhalt der Wiese = $18\frac{1}{2} \cdot x^{\square'}$, und da dieses Produkt = 65 Decimalen oder = $65 \cdot 400^{\square'}$, so hat man die Gleichung
$18\frac{1}{2} \cdot x^{\square'} = 65 \cdot 400^{\square'}$; also ist x der $18\frac{1}{2}$te Theil von 65 $\cdot$ 400, d. h. $x = \frac{65 \cdot 400^{\square'}}{18\frac{1}{2}'} = 1405,4' \ldots$ Länge.*)

6) Ein Kasten soll $5\frac{1}{2}$ Schäffel (à 222,36 Liter) fassen; im Innern soll er $1,4^{m}$ lang und $0,68^{m}$ hoch werden, welche Breite muß er bekommen?

Antwort. Setzt man die Breite = x^{dm}, so ist der Inhalt des Kastens = $14 \cdot 6,8 \cdot x^{kdm}$ oder Liter. Da nun dieser Inhalt = $5\frac{1}{2}$ Schäffel oder = $5\frac{1}{2} \cdot 222,36^{kdm}$ sein soll, so hat man die Gleichung

$14 \cdot 6,8 \cdot x^{kdm} = 5\frac{1}{2} \cdot 222,36^{kdm}$, also ist x der $14 \cdot 6,8$te Theil von $5\frac{1}{2} \cdot 222,36$, d. h.

$$x = \frac{5\frac{1}{2} \cdot 222,36^{kdm}}{14 \cdot 6,8^{\square km}} = 1,284^{m} \ldots \text{ Breite.**)}$$

*) Kommt der Faktor $18\frac{1}{2}'$, der eine Länge bedeutet, von x hinweg und als Divisor zu dem Produkte $65 \cdot 400^{\square'}$, so kann der Werth für x, also der Quotient 1405,4 ... nur noch eine Länge bedeuten. Eine ähnliche Bemerkung gilt für alle ähnliche Beispiele.

**) Kommt der Faktor $14 \cdot 6,8^{\square km}$, der eine Fläche bedeutet, von x hinweg und als Divisor zu dem Produkte $5\frac{1}{2} \cdot 222,36^{kdm}$, so kann der Werth für x, also der Quotient 1,384 ... nur noch eine Länge bedeuten. Eine ähnliche Bedeutung gilt für alle ähnliche Beispiele.

7) Zu einem gewissen Zwecke sind 158 Ellen $\frac{6}{4}$ breites Tuch erforderlich. Wenn aber nur noch 70 Ellen von diesem Tuche zu haben sind und außerdem noch $1\frac{7}{8}$ Ellen breites von derselben Qualität vorhanden ist, wie viel Ellen von letzterem müssen noch dazu gekauft werden? Oder wie viel Ellen von letzterem allein sind zu demselben Zwecke hinreichend?

Antwort. Fläche des nöthigen $\frac{6}{4}$ Ellen breiten Tuches = 158 · $\frac{6}{4}$ □ Ellen = 237 □ Ellen.

Fläche der vorhandenen 70 Ellen = 70 × $\frac{6}{4}$ □ Ellen = 150 □ Ellen.

Fehlender Rest = 237 □ Ellen — 105 □ Ellen = 132 □ Ellen.

Setzt man die Länge des $1\frac{7}{8}$ Ellen breiten Tuches = x Ellen, so ist die noch fehlende Tuchfläche = $1\frac{7}{8}$ · x □ Ellen und da diese Fläche = 132 □ Ellen sein soll, so hat man die Gleichung

$1\frac{7}{8} \cdot x$ □ Ellen = 132 □ Ellen, also ist

$$x = \frac{132 \,\square\, \text{Ellen}}{1\frac{7}{8}\ \text{Ellen}} = 70\tfrac{2}{5}\ \text{Ellen vom } 1\tfrac{7}{8}\ \text{Ellen breiten Tuche.}$$

Will man aber lauter $1\frac{7}{8}$ Ellen breites Tuch verwenden, so setze man:

Anzahl der Ellen = x, also ist

Fläche dieser x Ellen = $1\frac{7}{8}$ · x □ Ellen; und da diese Tuchfläche = 237 □ Ellen sein soll, so hat man die Gleichung

$1\frac{7}{8} \cdot x$ □ Ellen = 237 □ Ellen, also

$$x = \frac{237 \,\square\, \text{Ellen}}{1\frac{7}{8}\ \text{Ellen}} = 126\tfrac{2}{5}\ \text{Ellen.}$$

8) Jemand will eine Wiese von 170^m Länge und 9^m Breite ohne Nachtheil vertauschen gegen eine andere von gleicher Güte und 140^m Länge, wie breit muß letztere sein?

Antwort. Breite der letzteren Wiese x^m, also Fläche derselben = $140 \times x^{\square m}$. Fläche der ersten Wiese = $170 \times 9^{\square m}$, und da beide Wiesen gleiche Flächen haben sollen, so hat man die Gleichung

$140 \times x^{\square m} = 170 \times 9^{\square m}$; also

$$x = \frac{170 \times 9^{\square m}}{140^m} = 10\tfrac{13}{14}{}^m\ \text{Breite.}$$

Wenn aber die einzutauschende Wiese in der That $14\frac{1}{2}{}^m$ oder nur 9^m breit ist, wie viel muß im ersten Falle dem Besitzer dieser Wiese noch darauf gezahlt werden, oder wie viel muß im anderen Falle der Besitzer darauf zahlen, wenn die Are ($100^{\square m}$) zu 35 ℔ veranschlagt wird?

9) Der volle Inhalt eines Kastens von 6′ 5″ Länge, 3′ 2″ Breite und 3′ 4″dec. Höhe (im Innern) soll in einen anderen von 6′ 8″ Länge, 4′ 2″ Breite kommen. a) Bis zu welcher Höhe wird letzterer gefüllt werden? b) Wie viel Schäffel oder Metzen sind es? (§. 68.)

Antwort zu a. Setzt man die Höhe = x′, so ist der angefüllte Raum des letzteren Kastens = 6,8 × 4,2 × x^c′ und der volle Inhalt des ersten Kastens = 6,5 × 3,2 × 3,4^c′ und da beide Räume einander gleich sind, so hat man die Gleichung

$$6{,}8 \times 4{,}2 \times x^{c\prime} = 6{,}5 \times 3{,}2 \times 3{,}4^{c\prime} \text{ also}$$

$$x = \frac{6{,}5 \times 3{,}2 \times 3{,}4^{c\prime}}{6{,}8 \times 4{,}2^{\square\prime}} = 2' \; 4'' \; 7''' \text{ Höhe.}$$

10) A vertauscht eine Wiese von 387′ Länge und 28′ Breite an B gegen eine andere von gleicher Güte, von 420′ Länge und 22′ Breite. Wenn nun Keiner von beiden in Nachtheil kommen soll, wer muß dem Andern noch herauszahlen und wie viel, wenn die Decimale (400□′) zu 10 fl 30 xr veranschlagt wird?

11) 60 Ruthen 8 Fuß 9 Zoll in 5 gleiche Theile zu theilen.

12) Eine Landstraße von 8000 Ruthen dec. Länge und 26 Fuß Breite soll über Ackerland angelegt werden. Wie viel Morgen Land fallen in diese Straße, und wie viel beträgt die Entschädigung, wenn der Morgen zu 670 fl veranschlagt wird?

13) Wie viel Morgen enthält ein Wald von 2½ Stunden Länge und ¾ Stund Breite, wenn auf eine Wegstunde 24500′ und auf den Morgen 40000□′ gerechnet werden?

14) Von 2 Schnüren ist die eine 4′ 7″, die andere 38′ 11″dec. lang; wie viele solcher kleinerer Schnüre kann man von der größeren abschneiden

15) Um einen runden Platz, dessen Umfang 85′ beträgt, sollen Bäumchen jedesmal 3′ 4″dec. weit von einander gesetzt werden; wie viel Bäumchen sind nöthig?

16) Ein Gang von 96′ Länge und 8′ Breite soll geplattet werden; wie viel Platten sind nothwendig, wenn jede 1½′ breit und 2′ lang ist?

17) Ein viereckiger Platz soll mit Latten eingezäunt werden; was kostet die laufende Decimalruthe, wenn die eine Seite 7° 4′ 8″, die zweite 6° 8′, die dritte 5° 8′ 5″ und die vierte 5° 3′dec. mißt und der ganze Zaun 75 fl 50 xr kostet?

18) Jemand ließ ein 20′ langes Zimmer mit 10′ langen und 1′ 4″dec. breiten Brettern dielen und brauchte dazu 20 Bretter; wie breit ist das Zimmer?

19) Ein Kasten mit Deckel soll im Innern mit Papier überkleidet werden; wie viel Bogen Papier sind dazu nöthig, wenn der Kasten 5′ 2″ lang, 2′ 4″ breit und 1′ 8″dec. hoch ist und jeder Bogen Papier 1′ 6″ lang und 1′ 2″ breit ist?

20) Eine Wand von 10^m 70^cm Länge und 3^m Höhe soll mit 50^cm breiter Tapete tapezirt werden; wie viel Meter Tapete sind nothwendig?

21) Wie viel Maß gehen in ein parallelopipedisches Gefäß von 2′ 3″

Länge, 1′ 7″ Breite und 2′ 5″ 6‴dec. Tiefe, wenn eine Maß = $43^{c''}$dec.?

22) In einem kreisrunden Bassin, dessen Halbmesser = $5{,}16^{m}$, steht das Wasser $0{,}87^{m}$ hoch; wie viel (metrische) Fuder Wasser sind es? Wie viel bayerische Fuder sind es? (Siehe §. 67.).

23) Wie lang muß ein Kühlschiff werden, wenn es 15 Visireimer fassen, (im Innern) $9\frac{1}{2}'$ bereit werden und die Bierwürze darin 3″dd. hoch stehen soll?

Gemischte Beispiele.

§. 112.

1) Von einer Waare wurden $2\frac{1}{2}$ Ctr. gekauft und zwar je 5 ℔ um $6\frac{1}{2}$ fl.; beim Verkauf kosteten je 3 ℔ 4 fl. Wie viel wurde an jedem Pfund und wie viel am Ganzen gewonnen?

2) Ein Kaufmann kaufte mehrere Ellen Tuch, je 4 Ellen um 17 fl.; beim Verkauf kosteten je 5 Ellen 29 fl. und es wurden am Ganzen 100 fl. gewonnen; wie viel Ellen hatte er gekauft?

3) Ein Bote wird an einen 18 Stunden entfernten Ort geschickt, wann wird er zurückkommen, wenn er täglich 9 Stunden zurücklegt und sich an seinem Bestimmungsort einen vollen Tag aufhält?

4) Ein Weinbergsbesitzer verkaufte einige Fuder Wein, das Fuder zu 128 fl.; hätte er den Wein 5 Monate später verkauft, so hätte er, da unterdessen der Preis des Fuders auf 140 fl. 30 kr. stieg, gerade 100 fl. mehr bekommen. Wie viel Fuder wurden verkauft?

5) Unter wie viel Personen kann man 24 fl. 36 kr. so vertheilen, daß jede 36 kr. erhält?

6) 4 Nachbarn pachten ein Gut von 100 Morgen um 1800 fl. jährlich. Wenn nun das Pachtgeld vierteljährlich entrichtet wird, wie viel trifft immer jeden?

7) Zu 1 Hemd braucht man 5 Ellen Leinwand. Was kostet das Dutzend Hemden, wenn die Elle Leinwand 28 kr. und das Zugehör zu 1 Hemd 30 kr. kostet, wenn ferner die Näherin in $1\frac{1}{2}$ Tagen 1 Hemd verfertigt, jeden Tag 18 kr. Lohn erhält und die tägliche Kost zu 21 kr. veranschlagt wird?

8) Jemand hat eine wöchentliche Besoldung von 20 fl. 15 kr. Wie viel erspart er sich in jeder Woche und im ganzen Jahr, wenn seine jährlichen Ausgaben sich auf 860 fl. belaufen?

9) Wie viele deutsche Meilen legt eine Lokomotive in 1 Stunde und 20 Minuten zurück, wenn sie in jeder Sekunde einen Weg von a) 12^{m}, b) 15^{m}, c) 9^{m} zurücklegt und 7400^{m} eine deutsche Meile sind?

10) Der Blitz wird im Augenblicke seines Entstehens gesehen, der gleichzeitig mit ihm entstandene Schall des Donners aber legt, in einer Sekunde einen Weg von etwa 334^{m} zurück. Wie viel Stunden Weges ist nun ein Gewitter entfernt, wenn der Donner a) 10 Sekunden, b) $8\frac{1}{2}$ Sekunden, c) 16 Sekunden nach dem Blitze gehört wird und 3700^{m} eine Wegstunde sind?

11) Wie lange haben 1 Meister, 4 Gesellen und 2 Lehrjungen zusammengearbeitet, wenn sie zusammen 70 fl 28 kr verdienten und der Meister für sich täglich 1 fl 20 kr, für jeden Gesellen 48 kr und für jeden Lehrjungen 15 kr anrechnete?

12) Ein Arbeiter verdiente sich täglich 1 fl 12 kr, brauchte aber wöchentlich 4 fl 40 kr und ersparte sich auf diese Weise 101 fl 20 kr. Wie viele Wochen stand er in Arbeit?

13) Es wurden für 10 fl Lichter, wovon 8 auf 1 ℔ gehen, gekauft, wie viel Lichter waren es, wenn das Pfund 24 kr kostete?

14) Es wurden 140 Bretter, Stück für Stück um 28 kr, gekauft. Es fanden sich aber darunter 22 Stück Ausschuß, wovon jedes durchschnittlich 18 kr Werth hatte; was kostete demnach das Stück von den guten Brettern?

15) Ein Spion verdiente sich durch viertelstündiges Spähen in einem feindlichen Lager die versprochene Summe von 5000 fl; wie viele Jahre (à 320 Arbeitstagen) hätte er darum arbeiten müssen, wenn er täglich 1 fl 12 kr hätte verdienen können?

16) Jemand gewöhnte sich in seinem 18. Lebensjahre das Rauchen und 8 Jahre darauf das Schnupfen an. Welche Summe hatte er in seinem 60. Lebensjahre für beide Gewohnheiten ausgegeben, wenn man annimmt, daß er täglich für 3 Pf Schnupftabak und für 3 kr Rauchtabak verbrauchte?

17) Von 2 Brüdern hat der eine in seiner Sparkasse $\frac{1}{4}$ vom dritten Theile des anderen, welcher 36 fl 48 kr hat, wie viel hat der erste?

18) Jemand verdiente sich durch tägliche Arbeit nach und nach 88 fl; hätte er noch 9 Tage länger gearbeitet, so hätte er sich gerade 100 fl verdient. Wie viele Tage arbeitete er für die 88 fl? Wie viel verdiente er täglich?

19) Ein Bauer verkauft, um eine Schuld von 99 fl abzutragen, 10 Ctr Korn à 3 fl 48 kr, 9 Ctr Waizen à 4 fl 10 kr und den Rest der Schuld will er durch den Verkauf von Haber decken. Wie viel Ctr Haber à 3 fl 40 kr muß er verkaufen?

20) Jemand verdient sich durch Abschreiben an jedem Bogen 8 kr und schreibt täglich 6 Bogen. Wie lange muß er schreiben, um sich einen Rock für 16 fl 48 kr zu verdienen und wie viel Bogen Papier muß er verschreiben?

21) Ein Kaufmann verkaufte 120 Ellen, je 4 Ellen um 20 fl 12 kr; beim Ankaufe kosteten je 6 Ellen 30 fl 10 kr. Wie viel gewann oder verlor er an jeder Elle und wie viel am Ganzen?

22) 24 fl 15 kr sollen dividirt werden durch a) $8\frac{3}{4}$ b) $5\frac{1}{12}$ c) 6,17 d) 0,47 e) 9,12.

23) 18 Rth. 22 Sgr 5 Pf sollen dividirt werden durch a) $9\frac{1}{4}$ b) $4\frac{3}{5}$ c) 7,14 d) 0,97.

24) 40 □m 85 □dm 79 □cm sollen dividirt werden durch a) $14\frac{1}{5}$ b) $9\frac{3}{4}$ c) 3,75 d) 0,72.

25) 28^{m} 7^{dm} 9^{cm} 4^{mm} sollen dividirt werden durch a) $12\frac{4}{5}$ b) $6\frac{3}{8}$ c) 4,95 d) 0,93.

26) 8 Ctr 30 ℔ 22 Lth sollen dividirt werden durch a) $2\frac{5}{8}$ b) $\frac{13}{40}$ c) 5,35 d) 0,58.

27) Ein Wasserbehälter wird durch eine Röhre in 2 Stunden 28 Minuten, durch eine zweite in 3 Stunden 54 Minuten gefüllt. Wenn nun die erste Röhre in jeder Minute $6\frac{1}{2}$ Liter liefert, wie viel liefert die zweite in jeder Minute? Wie viel faßt der Wasserbehälter?

28) Von 2 cylinderförmigen Gefäßen hat das erste einen Halbmesser von 12^{cm} und eine Höhe von 82^{cm}, das zweite einen Halbmesser von 18^{cm} und eine Höhe von nur 55^{cm}. Wie viel Liter gehen in jedes? Welches faßt das Meiste und wie viel beträgt der Unterschied?

Die Regel de Tri oder der Dreisatz überhaupt.

§. 113.

Die Regel de Tri ist das Verfahren, aus drei bekannten Zahlen einer Aufgabe den Werth einer unbekannten zu berechnen. Den Werth der unbekannten Zahl, die man gewöhnlich mit x oder y oder z bezeichnet, findet man durch einfache Schlüsse mittels der bereits bekannten Multiplikation oder Division oder mittelst beider zugleich, und deshalb nennt man die Regel de Tri auch Schlußrechnung z. B.

Wenn 1 ℔ 1 fl 48 kr kostet, was kosten 5 ℔?

Antwort. 5 mal so viel als 1 ℔, also ist $x = (1$ fl 48 kr$) \times 5 = 9$ fl. Hier wurde von der Einheit auf die Mehrheit geschlossen durch Multiplikation mit 5, weßhalb wir ein solches Verfahren Multiplikations-Regel de Tri nennen wollen.

Ferner: Wenn von einer Waare das Dutzend 4 fl 24 kr kostet, was kostet 1 Stück?

Antwort. Den 12ten Theil von 4 fl 24 kr, also ist $x = \frac{4 \text{ fl } 24 \text{ kr}}{12} = 22$ kr. Hier wurde von der Mehrheit auf die Einheit geschlossen durch Division mit 12, weßhalb wir ein solches Verfahren Divisions-Regel de Tri nennen wollen.

Ferner: Was kosten 7 ℔, wenn 15 ℔ 17 fl 30 kr kosten?

Antwort: Kosten 15 ℔ 17 fl 30 kr, so kostet 1 ℔ den 15ten Theil von 17 fl 30 kr also $\frac{17 \text{ fl } 30 \text{ kr}}{15}$, mithin kosten 7 ℔ auch 7 mal so viel als 1 ℔; also ist $x = \frac{17 \text{ fl } 30 \text{ kr}}{15} \times 7 =$ 8 fl 10 kr. Hier wurde zuerst von der Mehrheit auf die Einheit geschlossen durch Division mit 15, dann von der Einheit wieder auf eine andere Mehrheit durch Multiplikation mit 7, weßhalb wir ein solches Verfahren Multiplikations- und Divisions-Regel de Tri nennen wollen.

Beispiele über die Multiplikations-Regel de Tri.

§. 114.

Die Rechnung kann vereinfacht werden, indem man die Kreuzer nach §. 87. Aufgabe Nro. 1. auf einen Bruchgulden reducirt z. B. Wenn das Pfund einer Waare a) 12 kr b) 45 kr c) 1 fl 15 kr d) 2 fl 24 kr kostet, was kosten 18 ℔?

Antwort zu a) $18 \times \frac{1}{5}$ fl = $3\frac{3}{5}$ fl = 3 fl 36 kr,
" " b) $18 \times \frac{3}{4}$ fl = $13\frac{1}{2}$ fl = 13 fl 30 kr,
" " c) $18 \times 1\frac{1}{4}$ fl = $22\frac{1}{2}$ fl = 22 fl 30 kr,
" " d) $18 \times 2\frac{2}{5}$ fl = $43\frac{1}{5}$ fl = 43 fl 12 kr,

Lassen sich die Kreuzer nicht auf einen vortheilhaften Bruchgulden reduciren, so zerlege man sie, z. B.:

Wenn das Stück einer Waare a) 17 kr b) 23 kr c) 49 kr d) 1 fl 19 kr e) 3 fl 46 kr kostet, was kosten 19 Stück?

Antwort zu a) $19 \times (\frac{3}{10}$ fl $- 1$ kr$) = 5\frac{7}{10}$ fl $- 19$ kr = 5 fl 23 kr,
" " b) $19 \times (\frac{2}{5}$ fl $- 1$ kr$) = 7\frac{3}{5}$ fl $- 19$ kr = 7 fl 17 kr,
" " c) $19 \times (\frac{4}{5}$ fl $+ 1$ kr$) = 15\frac{1}{5}$ fl $+ 19$ kr = 15 fl 31 kr,
" " d) $19 \times (1\frac{1}{3}$ fl $- 1$ kr$) = 25\frac{1}{3}$ fl $- 19$ kr = 25 fl 1 kr,
" " e) $19 \times (3\frac{3}{4}$ fl $+ 1$ kr$) = 71\frac{1}{4}$ fl $+ 19$ kr = 71 fl 34 kr.

Zuweilen ist es vortheilhaft, die Benennung der Faktoren zu vertauschen, z. B.

Wenn das Stück 17 kr kostet, was kosten a) 15 b) 20 c) 30 d) 45 e) 60 f) 84 g) 100 Stück?

Antwort zu a) 15×17 kr $= 17 \times 15$ kr $= 17 \times \frac{1}{4}$ fl = $4\frac{1}{4}$ fl = 4 fl 15 kr,
" " b) 20×17 kr $= 17 \times 20$ kr $= 17 \times \frac{1}{3}$ fl = $5\frac{2}{3}$ fl = 5 fl 40 kr,
" " c) 30×17 kr $= 17 \times 30$ kr $= 17 \times \frac{1}{2}$ fl = $8\frac{1}{2}$ fl = 8 fl 30 kr,
" " d) 45×17 kr $= 17 \times 45$ kr $= 17 \times \frac{3}{4}$ fl = $12\frac{3}{4}$ fl = 12 fl 45 kr,
" " e) 60×17 kr $= 17 \times 60$ kr $= 17 \times 1$ fl = 17 fl,
" " f) 84×17 kr $= 17 \times 84$ kr $= 17 \times 1\frac{2}{5}$ fl = $23\frac{4}{5}$ fl = 23 fl 48 kr,
" " g) 100×17 kr $= 17 \times 100$ kr $= 17 \times 1\frac{2}{3}$ fl = $28\frac{1}{3}$ fl = 28 fl 20 kr.

1) Für 1 Neukreuzer bekommt man in Wien 3 Lth, wie viel bekommt man für 50 fl ö. W.?

Antwort. 50 fl = 50 × 100 Nkr., also x = 50 × 100 × 3 Lth = 15000 Lth = 4 Ctr 68 ℔ 24 Lth.

2) 1 ℔ kostet 1 Rth. 5 Sgr, was kosten 2 Ctr 48 ℔?

Antwort. x 248 × $1\frac{1}{6}$ Rth. = $289\frac{1}{3}$ Rth..

3) Wenn der Schall in 1 Sekunde einen Weg von 334^{m} zurücklegt, wie weit ist eine losgefeuerte Kanone entfernt, wenn zwischen dem Blitze (der im Augenblicke seines Entstehens auch aus der Ferne gesehen wird), und dem Donner derselben $8\frac{1}{2}$ Sekunden verstrichen sind?

4) 1 Mann erhält täglich 2 ℔ 8 Lth Brod, wie viel macht dieses für a) 6 Mann in 1 Jahr, 4 Monaten und 20 Tagen. b) 12 Mann in 2 Jahren und 2 Monaten?

5) Wenn 1 ℔ 1 fl 40 kr kostet, was kosten a) 9 ℔ b) 14 ℔ 20 Lth c) 2 Ctr 54 ℔?

6) Wenn man 21 ℔ für 1 fl erhält, wie viel erhält man für a) 2 fl 20 kr b) 3 fl 15 kr c) 1 fl 26 kr?

7) Wenn 1 Lth 4 kr kostet, was kosten a) 9 ℔ 14 Lth b) $\frac{1}{2}$ Ctr c) 4 Ctr 3 ℔ 10 Lth?

8) Wenn 1 Ctr 1 Meile weit zu fahren 4 kr kostet, was kosten a) 24 Ctr auf 30 Meilen b) 140 Ctr auf 15 Meilen?

9) 100 Stück kosten 12 fl 27 kr, was kosten 15000 Stück?

10) Wenn der Liter Alkohol 1,6 ℔, der Liter Terpentinöl 1,74 ℔ wiegt, wie schwer ist a) der Hektoliter b) der Dekaliter von jeder Sorte?

11) Wenn man zu 1 Hemd $4\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand à 28 kr braucht, was kostet die Leinwand zu 1 Dutzend Hemden?

12) Welches ist der Ertrag von 20 Bienenstöcken, wenn jeder durchschnittlich 20 ℔ Honig liefert und das ℔ mit 20 kr bezahlt wird?

Beispiele über die Divisions-Regel de Tri.

§. 115.

1) $3\frac{3}{4}$ ℔ kosten $1\frac{1}{2}$ fl, was kostet 1 ℔?

Antwort. Den $3\frac{3}{4}$ten Theil von $1\frac{1}{2}$ fl, also ist $x = \frac{1\frac{1}{2}\ \text{fl}}{3\frac{3}{4}}$ = 24 kr.

2) $\frac{3}{4}$ Ellen kosten $1\frac{1}{4}$ fl, was kostet 1 Elle?

Antwort. Aehnlich wie in Nro. 1., ist $x = \frac{1\frac{1}{4}\ \text{fl}}{\frac{3}{4}} = 1$ fl 40 kr.

3) 0,785 Ctr kosten 4 fl 48 kr, was kostet 1 Ctr?

Antwort. Aehnlich wie in Nro. 1., ist $x = \frac{4\ \text{fl}\ 48\ \text{kr}}{0{,}785} = \frac{4{,}8\ \text{fl}}{0{,}785} = 6$ fl 6 kr $3\frac{81}{157}$ Pf.

4) 4 ℔ 8 Lth kosten 7 fl 20 kr, was kostet 1 ℔?

Antwort. $x = \frac{7\frac{1}{3}\ \text{fl}}{4\frac{1}{4}} = 1$ fl $43\frac{9}{17}$ kr.

5) 8 Schenkeimer und 50 Maß kosten 78 fl 45 kr, was kostet die Maß?

6) Für $20\frac{1}{2}$ Ellen wurden 38 fl 36 kr bezahlt, was kostet 1 Elle?

7) Für a) 2 fl 10 kr b) 36 kr c) 1 fl 48 kr d) 4 fl 50 kr bekam man 5 ℔, wie viel erhält man für 1 fl?

8) 480 fl waren durch glückliche Spekulation zu 1058 fl angewachsen, wie viel wurde mit jedem Gulden gewonnen?

9) Für 16 fl 30 kr bekommt man 85 ℔ 20 Lth, wie viel bekommt man für a) 1 fl b) 15 kr?

10) 2 Ballen und 4 Ries Schreibpapier kosten 48 fl, was kostet der Bogen?

Beispiele über die Multiplikations- und Divisions-Regel de Tri.

§. 116.

1) 14 ℔ 21 Lth kosten 7 fl 36 kr, was kosten 25 ℔ 12 Lth?

Antwort. 14 ℔ 21 Lth $= 14\frac{21}{32}$ ℔; 7 fl 36 kr $= 7\frac{3}{5}$ fl; 25 ℔ 12 Lth $= 25\frac{3}{8}$ ℔. Wenn nun $14\frac{21}{32}$ ℔ $7\frac{3}{5}$ fl kosten, so kostet 1 ℔ $= \frac{7\frac{3}{5}\text{ fl}}{14\frac{21}{32}}$, mithin kosten $25\frac{3}{8}$ ℔ auch $25\frac{3}{8}$ mal so viel als 1 ℔, also ist $x = \frac{25\frac{3}{8} \times 7\frac{3}{5}\text{ fl}}{14\frac{21}{32}} = 13$ fl $9\frac{231}{469}$ kr.

2) Wenn man für 7 fl 56 kr $17\frac{1}{2}$ Ellen erhält, wie viel erhält man für 25 fl 40 kr?

Antwort. $x = \frac{17\frac{1}{2}\text{. Ellen}}{7\frac{56}{60}} \times 25\frac{2}{3} = 56{,}61\ \ldots$ Ellen.

3) $\frac{3}{4}$ ℔ kosten 35 kr, was kosten $\frac{5}{8}$ ℔?

Antwort. $x = \frac{35\text{ kr}}{\frac{3}{4}} \times \frac{5}{8} = 29\frac{1}{6}$ kr.

4) 4 Studenten, welche bei einem Wirth übernachteten und nach ihrer gemeinschaftlichen Rechnung fragten, erhielten zur Antwort: „Wenn Ihr um Einen mehr wäret, so würde die Zeche gerade 7 fl machen.“ Was waren demnach die 4 Studenten zusammen schuldig?

5) Wenn man für 2 Rth. 20 Sgr 1 Ctr 20 ℔ erhält, wie viel erhält man für a) $\frac{1}{6}$ Rth. b) 7 Rth.?

6) Wenn ein Körper bei immer gleicher Geschwindigkeit in 5 Minuten 10 Sekunden einen Weg von $105{,}7^{m}$ zurücklegt, wie groß ist der in einer halben Stunde zurückgelegte Weg?

7) Wie viel Fünffrankenthaler erhält man für a) 100 Kronenthaler b) 35 fl ö. W. c) 40 Preußenthaler?

8) Was kostet das Ries Schreibpapier, wenn $\frac{1}{4}$ Buch a) $3\frac{3}{4}$ kr b) $5\frac{1}{2}$ kr c) $6\frac{1}{4}$ kr kostet?

9) Wenn ein Rad in 5 Minuten $300\frac{1}{2}$ Umdrehungen macht, wie viele Umdrehungen macht es in a) 8 Minuten b) 10 Minuten und 40 Sekunden c) 1 Stunde und 12 Minuten?

10) In wie viel Minuten macht ein Rad 3500 Umdrehungen, wenn es in a) 5 Minuten und 15 Sekunden b) 10 Minuten c) 1 Stunde und 20 Minuten 360 Umdrehungen macht?

11) $14{,}6708^{\square m}$ zu bearbeiten kosten 16 fl 20 kr, was kostet die Bearbeitung von a) $5{,}58^{\square m}$ b) $0{,}37^{\square m}$ c) $58^{\square dm}$ d) $85^{\square cm}$ e) $20^{\square m}$ $90^{\square cm}$?

12) 70^{kdm} kosten 34 kr, was kosten a) 548^{kdm} b) 4^{km} 340^{kdm} c) 550^{kcm} d) 150^{kdm} 400^{kcm}.

13) 5 Arbeiter kosten täglich 4 fl, wie lange kann man diese Arbeiter für a) 65 fl b) 30 Rth. halten?

14) Ein Oekonom erndete 4050 Garben Waizen wie viel sind diese an Getreide werth, wenn 8 Garben 1 Ctr Getreide liefern und der Ctr 4 fl 54 kr kostet?

15) $\frac{3}{4}$ ℔ kosten 35 kr, was kosten a) $5\frac{1}{2}$ ℔ b) $1\frac{1}{4}$ ℔ c) 24 Lth d) 1,458 Ctr e) 5,487 ℔ f) 0,924 Ctr g) 0,734 ℔?

16) Für $2\frac{1}{2}$ kr erhält man 4 Bogen Schreibpapier, wie viel erhält man für a) 5 fl 12 kr b) 0,94 fl c) 48 kr?

17) 5 Lth kosten 10 kr 3 Pf, was kosten a) 24 Lth b) 1 ℔ 7 Lth c) 1 Ctr 40 ℔ 20 Lth d) 4,72 ℔ e) 0,58 ℔ f) 0,172 Ctr?

18) An 5 Ctr 30 ℔ werden 4 fl 12 kr gewonnen, wie viel an a) 2 Ctr b) 40 ℔ c) 24 Lth?

Beispiele über die Regel de Tri mit umgekehrten Verhältnissen.

§. 117.

In den vorausgehenden Beispielen (§. 114. bis §. 116.) fanden zwischen den 3 bekannten Zahlen und der gesuchten x immer gerade Verhältnisse Statt, so daß immer der Schluß galt: **Je mehr, desto mehr**, oder auch: **Je weniger, desto weniger.** Es gibt jedoch auch Beispiele, in welchen zwischen den 3 gegebenen Zahlen und der gesuchten x umgekehrte Verhältnisse Statt finden, in welchen also der Schluß gilt: **Je mehr, desto weniger**, oder auch: **Je weniger, desto mehr**, z. B. 1 Arbeiter wird in 6 Tagen mit einer gewissen Arbeit fertig, wann werden 3 Arbeiter mit der nämlichen Arbeit fertig?

Antwort. Nicht in 3×6 Tagen, sondern schon in $\frac{6}{3} = 2$ Tagen.

Wenn ferner z. B. 4 Pferde mit einem gewissen Vorrath Futter 7 Wochen lang gehalten werden können, wie lange kann man 1 Pferd mit dem nämlichen Vorrath halten?

Antwort. Nicht den 4ten Theil von 7 Wochen, sondern 4×7 Wochen $= 28$ Wochen.

Solche umgekehrte Verhältnisse finden Statt:

1) Zwischen der Anzahl der Arbeiter und der Arbeitszeit.
2) Zwischen der Anzahl der Verzehrer und der Zeit der Aufzehrung.
3) Zwischen der Länge und Breite eines Parallelogramms.

4) Zwischen der Länge, Breite und Höhe eines parallelopipedischen Raumes.

5) Zwischen der Schnelligkeit der Bewegung und der Zeit, die zur Zurücklegung eines Weges nöthig ist.

6) Zwischen Schwere der Fracht und der Strecke des Weges 2c. 2c.

---

§. 118.

1) 4 Arbeiter werden in 35 Tagen mit einer gewissen Arbeit fertig; in welcher Zeit werden 9 Arbeiter damit fertig?

Antwort. 1 Mann braucht 4×35 Tage zu dieser Arbeit, und 9 Mann brauchen dazu nur $\frac{4 \times 35}{9} = 15\frac{5}{9}$ Tage.

2) 5 Mann sind in 16 Tagen mit einer gewissen Arbeit fertig; wie viel Mann muß man anstellen, wenn sie schon in 11 Tagen mit dieser Arbeit fertig werden sollen?

Antwort. Sind auf 16 Tage 5 Mann nöthig, so sind auf 1 Tag 16×5 Mann, also auf 11 Tage blos $\frac{16 \times 5}{11} = 7\frac{3}{11}$ Mann nöthig, d. h. es bleiben täglich noch $\frac{3}{11}$ vom ganzen Arbeitsantheil eines 8. Mannes übrig. Um diesen Unterschied auszugleichen, muß jeder von den 7 Mann seinen Fleiß täglich so vergrößern, daß er außer seinem täglichen Arbeitsantheil noch die fehlenden $\frac{3}{11}$ vom Arbeitsantheil eines 8. Mannes ersetzen hilft, und dieses beträgt für jeden $\frac{3}{11} : 7$ oder $\frac{3}{77}$. Es muß also jeder von den 7 Mann täglich noch $\frac{3}{77}$ seines täglichen Arbeitsantheiles mehr leisten. Da dieser Unterschied für alle 7 Arbeiter während der 11 Tage zusammen $\frac{3}{77} \times 7 \times 11 = 3$ ganze Arbeitsantheile eines einzigen Mannes ausmacht, so kann man auch diesen Unterschied (die $\frac{3}{11}$ Mann) dadurch ausgleichen, daß man am 12. Tage nur noch 3 Mann oder an irgend einem der 11 Tage 3 Mann mehr anstellt.

3) 3000 Mann haben auf 7 Monate Vorrath, wenn aber 550 Mann davon abmarschiren, wie lange reicht der nämliche Vorrath für die noch übrigen 2450 Mann aus?

Antwort. 3000 Mann auf 7 Monate verzehren so viel als 1 Mann in 3000×7 Monaten, mithin reichen 2450 Mann blos den 2450ten Theil von den 3000×7 Monaten aus, also

$$x = \frac{3000 \times 7}{2450} \text{ Monate} = 8 \text{ Monate } 18 \text{ Tage nahezu.}$$

4) Zu einem Kleide braucht man $5\frac{1}{4}$ Ellen $\frac{7}{4}$ breites Tuch, wie viel Ellen braucht man zu demselben Kleide, wenn das Tuch nur $1\frac{1}{2}$ Ellen breit ist?

Antwort. Ist das Tuch nur 1 Elle breit, so braucht man $\frac{7}{4}$ mal mehr Ellen nämlich $\frac{7}{4} \times 5\frac{1}{4}$ Ellen; ist es aber $1\frac{1}{2}$ Ellen breit, so braucht man blos den $1\frac{1}{2}$ten Theil von den $\frac{7}{4} \times 5\frac{1}{4}$ Ellen, also

$$x = \frac{\frac{7}{4} \times 5\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2}} = 6\frac{1}{8} \text{ Ellen.}$$

5) Ein Graben wurde von 10 Arbeitern in 11 Tagen bis zur Hälfte fertig; wie viel Arbeiter muß man noch anstellen, wenn die zweite Hälfte des Grabens in 5 Tagen schon fertig sein soll?

Antwort. 10 Arbeiter in 11 Tagen schaffen so viel als 11 $\times$ 10 Arbeiter in einem Tag, mithin braucht man auf 5 Tage blos den 5ten Theil von den 11 $\times$ 10 Arbeitern, also ist $x = \frac{11 \times 10}{5}$ = 22 Arbeiter. Da aber schon 10 Arbeiter beschäftigt sind, so müssen noch 12 andere dazu kommen.

6) Für einen gewissen Preis führt man 140 Ctr 10 Meilen weit, wie weit können um den nämlichen Preis 580 Ctr transportirt werden?

7) 7000 Mann sind auf $4\frac{3}{5}$ Monate mit Proviant versehen. Wenn nun vor einem halben Jahre keine Zufuhren mehr zu erwarten sind, der wie vielte Theil der täglichen Ration muß bei jedem Mann abgebrochen werden, damit man noch das halbe Jahr ausreicht?

8) Wie viel Mann müssen aufgestellt werden, um eine Arbeit, mit welcher 20 Arbeiter in 44 Tagen fertig waren, in 30 Tagen zu vollenden?

9) Eine gewisse Anzahl Arbeiter wird in 20 Tagen mit einer Arbeit fertig, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten. Wie viele Stunden muß dieselbe Anzahl Arbeiter an der nämlichen Arbeit täglich arbeiten, wenn man in 15 Tagen schon fertig sein will?

10) Ein Reisender zu Fuß muß täglich 8 Stunden zurücklegen, um seinen Bestimmungsort in 7 Tagen zu erreichen. Wie viele Stunden muß er täglich machen, wenn er in a) 6 b) 10 Tagen seinen Bestimmungsort erreichen will?

11) Ein Feld ist 180 Ruthen lang und $4\frac{1}{2}$ Ruthen breit, wie lang muß ein anderes Feld von gleichem Flächenraum sein, wenn es nur $3\frac{1}{5}$ Ruthen breit ist?

12) 4 Arbeiter verdienen sich in 13 Wochen 225 fl 36 kr; wie lange müssen 7 Arbeiter für diese Summe arbeiten?

Durchschnittsrechnung.

§. 119.

Die Durchschnittsrechnung hat zur Aufgabe, zu zwei oder mehreren gegebenen Zahlen die arithmetische Mittlere oder die sogenannte Durchschnittszahl zu finden, und man findet diese, indem man mit der Anzahl der Zahlen in die Summe derselben dividirt.

Beispiele.

1) Auf einem Wochenmarkte war der höchste Preis des Kornes per Ctr 5 fl 22 kr, der niedrigste 4 fl 50 kr, welches war der Mittelpreis?

$$x = \frac{5 \text{ fl } 22 \text{ kr} + 4 \text{ fl } 50 \text{ kr}}{2} = 5 \text{ fl } 6 \text{ kr}.$$

2) Ein Gut warf in 5 auf einander folgenden Jahren nachstehende Renten ab: Im 1. Jahre 1400 fl.,

„ 2. „ 1854 „
„ 3. „ 2000 „
„ 4. „ 1758 „
„ 5. „ 2255 „

also im Ganzen 9267 fl., mithin ist der mittlere jährliche Ertrag $= \frac{9267 \text{ fl.}}{5} = 1853$ fl. 24 kr.

3) Die Tagestemperatur war Morgens 6 Uhr $= 12\frac{1}{2}^0$, um 9 Uhr $= 14\frac{1}{2}^0$, um 12 Uhr $= 14^0$, um 3 Uhr $= 13\frac{1}{2}^0$ und Abends 6 Uhr $= 10\frac{1}{2}^0$; welches war die mittlere Tagestemperatur?

Antwort. $x = \frac{12\frac{1}{2}^0 + 14\frac{1}{2}^0 + 14^0 + 13\frac{1}{2}^0 + 10\frac{1}{2}^0}{5}$ $= 13^0$.

4) Eine Entfernung wurde 3 mal gemessen. Das 1. Mal fand man 2330′, das 2. Mal 2333′ und das 3. Mal 2334′; welche Zahl wird man als die zuverlässigere annehmen dürfen?

5) Jemand nahm während der Woche in seinem Laden Sonntags 29 fl. 15 kr., Montags 20 fl. 18 kr., Dienstags 18 fl. 12 kr., Mittwochs 12 fl. 51 kr., Donnerstags 11 fl. 40 kr., Freitags 12 fl. 48 kr. und Samstags 24 fl. ein. Wie viel nahm er durchschnittlich des Tages ein?

§. 120.

Bei Aufgaben dieser Art ist auch auf die einzelnen Mengen zu sehen, um das arithmetische Mittel richtig zu bestimmen, z. B. 5 Maß Wein à 1 fl., 4 Maß à 1 fl. 12 kr. und 3 Maß à 1 fl. 30 kr. werden gemischt; was ist die Maß von dieser Mischung werth?

Antwort:

5 Maß à 1 fl. kosten 5×1 fl. $= 5$ fl.,
4 „ à 1 fl. 12 kr. kosten $4 \times 1\frac{1}{5}$ fl. $= 4\frac{4}{5}$ fl.,
3 „ „ 1 fl. 30 kr. kosten $3 \times 1\frac{1}{2}$ fl. $\times 4\frac{1}{2}$ fl.,

12 Maß kosten also zusammen 14,3 fl. = 14 fl. 18 kr.

also kostet 1 Maß $\frac{14 \text{ fl. } 18 \text{ kr.}}{12} = 1$ fl. $11\frac{1}{2}$ kr.

6) Ein Silberarbeiter schmelzt 12 Mark (à 16 Lth) 13-löthiges,*) 7 Mark 11 löthiges und 5 Mark 10 löthiges Silber zusammen; wie viellöthig wird die Mischung?

Antwort:

12 Mark 13 löthiges Silber geben $12 \cdot 13 = 156$ Lth feines Silber,
7 „ 11 „ „ „ $7 \cdot 11 = 77$ „ „ „
5 „ 10 „ „ „ $5 \cdot 10 = 50$ „ „ „

24 Mark geben zusammen 283 Lth feines Silber,

*) Siehe §. 162.

also hat 1 Mark $\frac{283}{24} = 11\frac{19}{24}$ Lth feines Silber, d. h. die Mischung wird $11\frac{19}{24}$ löthig.

7) Ein Wirth mischt 30 Liter Wein à 18 kr, 20 Liter à 24 kr, 10 Liter à 20 kr und gießt noch 2 Liter Wasser dazu, was ist der Liter dieser Mischung werth?

8) Ein Krämer mischt 10 ℔ Tabak à 50 kr, mit 8 ℔ à 40 kr; was kostet das Pfund dieser Mischung?

9) Ein Wirth kauft dreierlei Wein, nämlich 5 Eimer (à 60 Maß) à 15 fl 48 kr, 8 Eimer à 20 fl 30 kr, und 6 Eimer 40 Maß à 14 fl 45 kr, für Fracht und andere Ausgaben zahlt er 20 fl 40 kr. Wenn er nun diese 3 Weine zusammenschüttet und am Ganzen 5 Kronenthaler gewinnen will, wie theuer muß er die Maß verkaufen?

10) Es werden 2 Schenkeimer und 39 Maß Wein, wovon die Maß 20 kr kostet, gemischt, dazu noch $3\frac{1}{2}$ Maß Wasser gegossen. Was kostet die Maß dieser Mischung, wenn noch 4 fl 40 kr Auslagen dazu kommen und beim Verzapfen 10 Preußenthaler gewonnen werden sollen?

11) Die mittlere Tagestemperatur während eines Monates war folgende: 6 Tage $23\frac{1}{2}^0$; 4 Tage 22^0; 5 Tage 20^0; 7 Tage $18\frac{1}{2}^0$ und 8 Tage $17\frac{1}{4}^0$. In demselben Monate des vorhergehenden Jahres war sie folgende: 2 Tage $22\frac{1}{2}^0$; 3 Tage $20\frac{1}{2}^0$; 2 Tage 19^0; 7 Tage 18^0; 2 Tage $17\frac{3}{4}^0$; 5 Tage 16^0 und 9 Tage $15\frac{1}{2}^0$. Welches war die mittlere Monatstemperatur in jedem der beiden Jahre?

IV. Von den geometrischen Verhältnissen und Proportionen überhaupt.

§. 121.

Wenn man zwei Zahlen mit einander vergleicht und dabei untersucht, wie oft die eine in der anderen enthalten ist, so findet man das geometrische Verhältniß dieser zwei Zahlen. Die beiden Zahlen, welche man mit einander vergleicht, heißen die **Glieder**, und der Quotient, welcher angibt, wie oft die eine in der andern enthalten ist, heißt hier der **Exponent** des Verhältnisses. Man schreibt das geometrische Verhältniß zweier Zahlen, indem man das Divisions-Zeichen (:) oder den Bruchstrich dazwischen setzt, z. B.

$24 : 6 = 4$ oder auch $\frac{24}{6} = 4$.

Verbindet man zwei geometrische Verhältnisse, die den nämlichen Exponenten haben und deshalb einander gleich sind, durch das Gleichheitszeichen mit einander, so erhält man eine geometrische Proportion.

Eine geometrische Proportion ist daher eine Verbindung zweier gleicher geometrischer Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen.

Z. B. aus $30 : 5 = 6$ und $18 : 3 = 6$ folgt die geometrische Proportion.

$30 : 5 = 18 : 3$ oder $\frac{30}{5} = \frac{18}{3}$ *) (Sprich: 30 verhält sich zu 5 wie 18 zu 3).

Erstes, zweites, drittes, viertes Glied der Proportion? Aeußere Glieder? Innere oder mittlere Glieder?

Allgemeine Eigenschaften der geometrischen Proportionen.

§. 122.

In jeder geometrischen Proportion ist das Produkt der beiden äußeren Glieder gleich dem der beiden inneren.

Beweis. Ist z. B. gegeben die geometrische Proportion
a) $30 : 5 = 18 : 3$ so folgt hieraus
b) $\frac{30}{5} = \frac{18}{3}$.

Multiplizirt man nun beide Brüche mit dem Nenner 5, dann mit dem Nenner 3, so wird jeder zuerst 5 mal, dann 3 mal größer und die zwei gleichen Brüche müssen dann wieder gleiche Werthe angenommen haben. Denn Gleiches, mit Gleichem multiplizirt, gibt wieder Gleiches. Bei diesem Verfahren aber fällt der Nenner jedes Bruches hinweg und kommt als Faktor zum Zähler des anderen. Man erhält demnach in der Proportion b) durch Multiplikation mit dem Nenner 5 zuerst:

$$\frac{30}{5} \times 5 = \frac{18}{3} \times 5, \text{ also}$$

$$30 = \frac{18}{3} \times 5, \text{ endlich durch Multiplikation mit dem Nenner 3:}$$

$$30 \times 3 = \frac{18}{3} \times 5 \times 3, \text{ also}$$

$30 \times 3 = 18 \times 5$, was zu beweisen war und zu vergleichen ist mit der gegebenen Proportion in a. Ganz auf dieselbe Art läßt sich dieser Beweis führen an jeder anderen Proportion.

§. 123.

Und umgekehrt: Sind 2 gleiche Produkte, wovon jedes aus 2 Faktoren besteht, durch das Gleichheitszeichen mit einander verbunden, so kann man daraus wieder eine geometrische Proportion bilden, indem man die Faktoren des einen Produkts zu den beiden äußeren und die des anderen Produkts zu den beiden inneren Gliedern der Proportion macht, z. B. aus

$3 \times 8 = 4 \times 6$ folgt:
1) $3 : 4 = 6 : 8$ oder
2) $3 : 6 = 4 : 8$ oder
3) $8 : 4 = 6 : 3$ oder

---

*) Die Verbindung zweier gleicher Differenzen durch das Gleichheitszeichen ist eine arithmetische Proportion, welche aber weniger Anwendung findet, z. B. $10 - 7 = 8 - 5$.

4) 8 : 6 = 4 : 3 oder wenn man 4 u. 6 zu den äußeren Gliedern macht,
5) 4 : 3 = 8 : 6 oder
6) 4 : 8 = 3 : 6 oder
7) 6 : 3 = 8 : 4 oder
8) 6 : 8 = 3 : 4.

1. Anm. Aus Nro. 1. bis 8. erkennt man, daß man jede geometrische Proportion 8 mal anders anschreiben kann.

2. Anm. Aus Nro. 1. und 2., Nro. 3. und 4., Nro. 5. und 6., Nro. 7. und 8. erkennt man, daß sich in jeder geometrischer Proportion auch das 1. Glied zum 3. verhält, wie das 2. zum 4.

3. Anm. Das 1. Glied und das 2., das 3. und das 4., das 1. und das 3., so wie das 2. und das 4. Glied nennt man Paare von verhältnißmäßigen Gliedern, weil je zwei solcher Glieder ein Verhältniß in der Proportion bilden, wie man aus Nro. 1. bis 8. ersieht. Ueberhaupt sind je 2 Glieder der Proportion verhältnißmäßig, nur die beiden äußeren und die beiden inneren nicht.

§. 124.

In jeder geometrischen Proportion darf man 2 verhältnißmäßige Glieder mit einer und derselben beliebigen Zahl n multiplizieren oder dividiren und die Proportion bleibt richtig.

Beweis. Wird das 1. und 2., oder auch das 3. und 4. Glied mit einer und derselben Zahl n multiplizirt oder dividirt, so wird dadurch eigentlich der Zähler und Nenner eines Bruches (sieh §. 122. Proportion a und b) mit einer und derselben Zahl n multiplizirt oder dividirt und der Werth des Bruches bleibt unverändert, mithin auch die Proportion richtig. Wird das 1. und 3., oder auch das 2. und 4. Glied mit einer und derselben Zahl n multiplizirt oder dividirt, so gilt wieder derselbe Grund, denn nach §. 123. verhält sich ja das 1. Glied auch zum 3., wie das 2. zum 4.

§. 125.

In einer geometrischen Proportion kann auch eines der 4 Glieder unbekannt sein und der Werth desselben aus den 3 übrigen, bekannten Gliedern gefunden werden. Man findet ein äußeres Glied, indem man das Produkt der beiden mittleren durch das bekannte äußere dividirt; ein inneres Glied findet man, indem man das Produkt der beiden äußeren Glieder durch das bekannte innere dividirt, z. B.

Aus 3 : 5 = 9 : x folgt nach §. 122.:

$$3\,x = 5 \cdot 9, \text{ also ist } x = \frac{5 \cdot 9}{3} \text{ oder } = 15. \text{ Probe?}$$

Aus 4 : 7 = x : 21 folgt nach §. 122.:

$$7\,x = 4 \cdot 21, \text{ also ist } x = \frac{4 \cdot 21}{7} \text{ oder } = 12. \text{ Probe?}$$

Aus 3 : x = 12 : 20 folgt

$12\,x = 3 \cdot 20$, also ist $x = \frac{3 \cdot 20}{12}$ oder $= 5$. Probe?

Aus $x : 27 = 8 : 9$ folgt

$9\,x = 27 \cdot 8$, also ist $x = \frac{27 \cdot 8}{9}$ oder $= 24$. Probe?

Es kann auch ein Glied aus 2 Theilen bestehen und dadurch die Proportion 2 unbekannte Glieder enthalten, z. B.

$15 : 4 = (132 + x) : x$ und hieraus folgt nach §. 122.:

$15\,x = 4\,(132 + x)$ oder wenn man mit 4 ausmultiplizirt

$15\,x = 528 + 4\,x$.

Subtrahirt man nun auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens die Größe $4\,x$, so wird von beiden Gleichungstheilen Gleiches subtrahirt und es muß auf beiden Seiten wieder Gleiches übrig bleiben; man erhält demnach

$11\,x = 528$ also ist $x = \frac{528}{11} = 48$. Probe?

Uebungsbeispiele.

1) $20\frac{1}{4} : 4\frac{1}{2} = 3\frac{3}{5} : x$; $x = \frac{4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{5}}{20\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$.

2) $0{,}57 : x = 4{,}32 : 17{,}16$; $x = \frac{0{,}57 \cdot 17{,}16}{4{,}32} = 2{,}264\ldots$

3) $0{,}74 : 0{,}0057 = x : 0{,}949$; $x = \frac{0{,}74 \cdot 0{,}949}{0{,}0057} = 123{,}203\ldots$

4) $2\frac{1}{3} : 3\frac{4}{15} = \frac{5}{7} : x$.

5) $3\frac{1}{9} : x = 6\frac{1}{3} : \frac{3}{4}$.

6) $x : 1\frac{1}{11} = 7\frac{9}{16} : 4\frac{1}{3}$.

7) $x : 0{,}37 = 11{,}72 : 2{,}28$.

8) $0{,}09 : x = 0{,}004 : 0{,}19$.

9) $4{,}78 : 7 = 6{,}14 : x$.

10) $0{,}54 : 3{,}47 = x : 140{,}17$.

11) $7 : 4 = (3 + x) : x$.

12) $(4 + x) : 12 = 1 : 2$.

13) $14 : 5 = (27 + x) : x$.

Anwendung der geometrischen Proportion auf die Auflösung von Aufgaben. (Regel de Tri).

§. 126.

Bei der Anwendung der geometrischen Proportionen auf die Auflösung von Aufgaben werden die Glieder benannte Zahlen und lassen sich auf die ganz allgemeine Benennung von **Ursache** und **Wirkung** bringen. Ursache wollen wir dasjenige nennen, wodurch etwas verursacht wird, das Verursachte selbst ist dann die Wirkung der Ursache. So z. B. sind Arbeiter, welche ein Werk vollenden, die Ursache und das vollendete Werk ist die Wirkung. Empfangene Waaren sind die Ursache und das dafür zu zahlende Geld ist die Wirkung. Oder umgekehrt: das Zahlen des Geldes hat zur Folge, daß man Waare bekommt; es ist also jetzt das Zahlen des Geldes die Ursache und das Empfangen der Waare ist die Wirkung, u. s. w.

Ist die Ursache 2, 3, 4, 5 ... n mal größer oder kleiner geworden, so muß auch ihre Wirkung der Ordnung nach 2, 3, 4 ... n mal größer oder kleiner werden, z. B. wenn 1 ℔ 3 ₰ kostet, so kosten 2, 3, 4 ... n Pfunde der Ordnung nach auch 2 · 3 ₰, 3 · 3 ₰, 4 · 3 ₰ ... n · 3 ₰, d. h. die Wirkungen der Ursache verhalten sich zueinander wie die Ursachen selbst, so daß zwischen den Ursachen und ihren Wirkungen der Schluß gilt: **Je mehr, desto mehr** oder auch: **Je weniger, desto weniger.**

Das Verhältniß zwischen Ursache und Wirkung ist ein umgekehrtes, wenn mit der Zu- oder Abnahme der Ursache die Wirkung im umgekehrten Sinne zu oder abnimmt, so daß der Schluß gilt: **Je mehr, desto weniger** oder auch: **Je weniger, desto mehr.** Beispiele hievon sieh in §. 117. und 118.

§. 127.

Bei der Anwendung der geometrischen Proportionen auf die Regel de Tri sind folgende 3 Punkte zu bemerken:

1) Der Ansatz der Proportion. Ist das Verhältniß zwischen Ursache und Wirkung ein gerades, so verhalten sich in der gegebenen Aufgabe die Wirkungen zu einander wie ihre Ursachen. Ist nämlich ganz allgemein: U_1 = irgend eine Ursache,
W_1 = Wirkung dieser Ursache,
U_2 = zweite Ursache in der Aufgabe,
W_2 = Wirkung dieser zweiten Ursache, so verhält sich
$U_1 : U_2 = W_1 : W_2$ oder nach §. 123. Anmerkung 2.:
$U_1 : W_1 = U_2 : W_2$.

Ist aber das Verhältniß zwischen Ursache und Wirkung ein umgekehrtes, so verhalten sich die beiden Wirkungen umgekehrt wie ihre Ursachen, d. h. es verhält sich jetzt
$U_1 : U_2 = W_2 : W_1$ oder nach §. 123. Anmerkung 2.:
$U_1 : W_2 = U_2 : W_1$.

Wenn z. B. 2 Arbeiter in 15 Tagen ein gewisses Werk zu Stande bringen, so bringen 3 · 2 Arbeiter das nämliche Werk schon in $\frac{15}{3}$ oder 5 Tagen fertig. Hier ist
U_1 = 2 Arbeiter
W_1 = 15 Tage
U_2 = 3 · 2 oder 6 Arbeiter
W_2 = 5 Tage, und es verhalten sich hier

$$\underset{2\ \text{Arbeiter}}{U_1} : \underset{6\ \text{Arbeiter}}{U_2} = \underset{5\ \text{Tage}}{W_2} : \underset{15\ \text{Tagen}}{W_1}$$ oder auch:

$$\underset{2\ \text{Arb.}}{U_1} : \underset{5\ \text{Tagen}}{W_2} = \underset{6\ \text{Arb.}}{U_2} : \underset{15\ \text{Tagen.}}{W_1}$$

2) Das Reduciren und Resolviren, welches darin besteht, daß man die Glieder der Proportion, welche die beiden Ursachen U_1 und U_2 vorstellen, auf eine und dieselbe Benennung bringt.

3) Das Auflösen der Proportion, d. h. die Bestimmung des Werthes des unbekannten Gliedes.

Beispiele mit geraden Verhältnissen.*)

§. 128.

Außer den Beispielen in §. 114. bis §. 116., die zugleich auch hierher dienen, seien noch folgende gegeben:

1) $8\frac{1}{4}$ ℔ kosten 4 fl 57 kr, was kosten 3 ℔?

Auflösung. $\overset{U_1}{8\frac{1}{4}}$ ℔ : $\overset{U_2}{3}$ ℔ = $\overset{W_1}{4\frac{19}{20}}$ fl : $\overset{W_2}{x}$ fl, also

$$x = \frac{3 \times 4\frac{19}{20} \text{ fl}^{**)}}{8\frac{1}{4}} = \frac{5}{9} \text{ fl} = 1 \text{ fl } 48 \text{ kr}.$$

> $8\frac{1}{4}$ ℔ kosten $4\frac{19}{20}$ fl
> 3 ℔ " x fl

2) Wenn ein Körper bei immer gleicher Geschwindigkeit in $\frac{1}{4}$ Stunde einen Weg von 7400^m zurücklegt; wie viel Zeit braucht er, wenn er bei derselben Geschwindigkeit 18470^m zurücklegen soll?

Auflösung.

$\overset{W_1}{15}$ Min. : $\overset{U_1}{7400^m}$ = $\overset{W_2}{x}$ Min. : $\overset{U_2}{18470^m}$;

$$\text{also } x = \frac{18470 \times 15 \text{ Min.}}{7400} = 37 \text{ Min. } 26\frac{13}{37} \text{ Sek.}$$

> 7400^m in 15 Min.
> 18470^m " x Min.

3) 18 ℔ kosten 7 Preußenthaler; wie viel Gulden und Kreuzer kosten 2 Ctr 40 ℔

Auflösung. $\overset{U_1}{18}$ ℔ : $\overset{W_1}{12\frac{1}{4}}$ fl = $\overset{U_2}{240}$ ℔ : $\overset{W_2}{x}$ fl,

$$\text{also } x = \frac{240 \times 12\frac{1}{4} \text{ fl}}{18} = 163 \text{ fl } 20 \text{ kr}.$$

> 18 ℔ kosten $12\frac{1}{5}$ fl
> 240 ℔ " x fl

4) Für $3\frac{2}{3}$ Rthl. erhält man 10 ℔; wie viel erhält man für a) $18\frac{1}{6}$ Rthl.? b) 4 Kronenthaler? c) 14 fl 50 kr? d) 40 Franken?

5) Die Klafter Holz kostet 18 fl 40 kr, wenn die Scheiter 4′ lang sind, was kostet sie bei $3\frac{1}{2}$′ langen Scheitern?

6) Eine Lokomotive durchläuft in $3\frac{1}{4}$ Stunden eine Strecke von 17 deutschen Meilen, wie viele Meilen durchläuft sie in $5\frac{5}{6}$ Stunden?

7) Für 1 fl 34 kr erhält man 3 ℔, wie viel für a) 17 fl 30 kr b) 1 fl c) 26 kr d) 4 kr?

8) Für 7 Sgr erhält man 4 Ellen, wie viel für $6\frac{1}{3}$ Rthl.?

Beispiele mit umgekehrten Verhältnissen.

§. 129.

Außer den Beispielen in §. 118. mögen hierher noch folgende dienen:

---

*) In den Beispielen dieses und des folgenden §. kann man den gefundenen Werth der in der Aufgabe vorkommenden Unbekannten als bekannt ansehen und daraus jede andere in der Aufgabe vorkommende Größe, die man sodann als unbekannt annimmt, berechnen — ein Verfahren, welches ein und dasselbe Beispiel vervielfältigt und zur Probe dient.

**) Ueber die hinweggefallene Benennung von 3 und $8\frac{1}{4}$ siehe §. 92. und 109. oder §. 116. Beispiel Nro. 1.

1) 24 Arbeiter bringen in 69 Tagen eine gewisse Arbeit fertig; wie viel Arbeiter bringen die nämliche Arbeit schon in 36 Tagen fertig?

$$\text{Auflösung.}\quad \overset{U_1}{69\ \text{Tg.}} : \overset{U_2}{36\ \text{Tg.}} = \overset{W_2}{x\ \text{Arb.}} : \overset{W_1}{24\ \text{Arb.}}$$

$$\text{also } x = \frac{69 \times 24\ \text{Arb.}}{36} = 46\ \text{Arbeiter.}$$

60 Tage	24 Arb.
36 „	x „

2) 1800 Mann sind auf 7 Wochen mit Proviant versehen. Wenn nun nach 1 Woche noch 600 Mann dazu kommen; wie lange reicht der Vorrath für die 2400 Mann noch aus?

Auflösung.

$$1800\ \text{Mann} : 2400\ \text{Mann} = x\ \text{Wochen} : 6\ \text{Wochen},$$

$$\text{also } x = \frac{1800 \times 6\ \text{Woch.}}{2400} = 4\tfrac{1}{2}\ \text{Wochen.}$$

1800 M.	auf 6 W.
2400 „	x „

3) Für 12 Pferde ist auf 8 Monate Futter vorhanden. Wenn nun nach $3\frac{1}{2}$ Monaten von den Pferden 3 abgeschafft werden; wie lang reicht der Vorrath für die 9 übrigen Pferde aus?

4) Jemand will 60 Flaschen Wein à 36 xr vertauschen gegen eine andere Sorte, wovon die Flasche a) 1 fl 48 xr b) 48 xr c) 24 xr kostet; wie viel Flaschen wird er erhalten?

5) In 15 Tagen kommt man an seinen Bestimmungsort, wenn man täglich 8 Wegstunden zurücklegt, wann wird man sein Ziel erreichen, wenn man täglich a) 7 b) 10 Wegstunden zurücklegt?

6) Wie weit können 18 Ctr für denselben Preis gefahren werden, für welchen 40 Ctr 15 Meilen weit gefahren wurden?

7) Aus einer gewissen Anzahl Strähnen Garns kann der Weber 86 Ellen $\frac{7}{6}$ breites Tuch verfertigen; wenn aber das Tuch nur a) $\frac{6}{4}$ b) $\frac{5}{4}$ breit werden soll, wie viel Ellen wird er aus demselben Garn verfertigen?

8) Zu einem Kleidungsstücke sind 8 Ellen $\frac{7}{4}$ breiter Stoff nöthig; wie viel Ellen muß man zu demselben Kleidungsstücke nehmen, wenn der Stoff a) $1\frac{1}{2}$ b) 2 c) $2\frac{1}{8}$ Ellen breit ist?

9) Zur Tapezirung eines Zimmers braucht man 18 Rollen 21 Zoll breite Tapeten; wie viele Rollen braucht man, wenn die Tapete a) 18 b) 26 Zoll breit ist?

10) Es sind 80 Klafter Holz von 4′ Scheitlänge zu liefern; wie viele Klafter von $3\frac{1}{2}$′ Scheitlänge könnte man für diese 80 Klafter liefern?

11) In eine Fabrik wurden 15 Fuhren Torf à 4000 Stück geliefert. Wie viele Fuhren würde es gegeben haben, wenn jede nur a) 2500 b) 1800 Stück enthielte?

12) Eine gewisse Summe wurde unter 4 Personen vertheilt, so daß jede 14 fl 30 xr erhielt. Wenn nun 6 Personen mehr daran Theil zu nehmen haben, wie viel erhält jede?

13) Wie viel Mann werden in 25 Tagen so viel aufzehren, als 100 Mann in 3 Wochen?

14) Bei täglich 8-stündiger Arbeit wird man mit einem gewissen Werk in 20 Tagen fertig. Wenn aber dieses Werk in a) 14 b) 30 Tagen fertig werden soll, wie lange muß täglich gearbeitet werden?

15) Das Hinterrad eines Wagens mußte bei der Zurücklegung einer gewissen Strecke 6550 Umdrehungen machen; wie viel Umdrehungen hat das Vorderrad dabei gemacht, wenn dieses $12\frac{1}{4}'$, das Hinterrad aber $15\frac{3}{4}'$ im Umfang hat?

16) Zu beiden Seiten einer Landstraße sollten zusammen 3000 junge Bäume gesetzt werden in einem Abstande von je 12′. Wenn aber nur mit 2500 Bäumen diese Anpflanzung gemacht werden soll, wie weit müssen je 2 auseinander gesetzt werden?

17) Eine Arbeit wäre von 18 Arbeitern in 20 Tagen vollendet worden. Wenn aber mit Beginn des 9ten Tages 7 Arbeiter ganz hinweg bleiben; wann werden die 11 übrigen Arbeiter diese Arbeit vollenden?

Anwendung der geometrischen Proportion auf die gegenseitige Reduktion verschiedener Münzen, Maße, Gewichte 2c.

§. 130.

Aufgabe. Das Verhältniß zweier Münzsorten in ganzen Zahlen und in der kleinsten Form aufzufinden, d. h. die kleinste ganze Anzahl von Münzen der einen Sorte aufzufinden, welche eine ganze Anzahl von Münzen einer zweiten Sorte gibt.

Auflösung. Man vergleiche beide Münzsorten mit einer und derselben (dritten) Münzsorte, setze mit den betreffenden Verhältnißzahlen und den beiden Münzsorten eine geometrische Proportion an und reducire diese nach §. 124. so weit als möglich.

Beispiele. Das Verhältniß zwischen Kronenthalern, Preußenthalern, Gulden, Franken, Rubeln 2c. in der kleinsten Form und in ganzen Zahlen aufzufinden.

Auflösung.

a) Zwischen Kronenthalern und Preußenthalern.

1 Kronenthaler = $\frac{27}{10}$ fl; 1 Preußenthaler = $\frac{7}{4}$ fl, also verhält sich
1 Kronenth. : 1 Preußenth. = $\frac{27}{10} : \frac{7}{4}$ = 108 : 70 = 54 : 35, also
1 Kronenth. : 1 Preußenth. = 54 : 35, also nach §. 122.
35 Kronenth. = 54 Preußenth.

b) Zwischen Kronenthalern und Gulden.

1 Kronenth. = $\frac{27}{10}$ fl; 1 Gulden = 1 fl, also verhält sich
1 Kronenth. : 1 Guld. = $\frac{27}{10}$: 1 oder
1 Kronenth. : 1 Guld. = 27 : 10, also nach §. 122.
10 Kronenth. = 27 Gulden.

c) Zwischen Kronenthalern und Franken.

1 Kronenth. = $\frac{27}{10}$ fl; 1 Frank $\frac{7}{15}$ fl, also verhält sich

1 Kronenth. : 1 Frank = $\frac{27}{10}$: $\frac{7}{15}$ oder
1 Kronenth. : 1 Frank = 81 : 14, also
14 Kronenth. = 81 Franken.

d) Zwischen Kronenthalern und Rubeln.

1 Kronenth. = $\frac{27}{10}$ fl; 1 Rubel = $1\frac{53}{60}$ fl, also verhält sich
1 Kronenth. : 1 Rub. = $\frac{27}{10}$: $1\frac{53}{60}$ oder
1 Kronenth. : 1 Rub. = 162 : 113; also
113 Kronenth. = 162 Rubel.

Ebenso lassen sich die einfachsten Verhältnisse auffinden zwischen Preußenthalern und Gulden, zwischen Preußenthalern und Franken, zwischen Preußenthalern und Rubeln, zwischen Gulden und Franken, zwischen Gulden und Rubeln, zwischen Franken und Rubeln ꝛc.

§. 131.

Aufgabe. Das Längenmaß, Flächenmaß, Hohlmaß, Gewicht ꝛc. eines Staates zu reduciren auf das eines anderen.

Auflösung. Man vergleiche die Maße beider Staaten mit der gleichartigen Maßeinheit eines u. desselben (dritten) Staates, (sieh die Vergleichungstabellen über die Maße und Gewichte verschiedener Staaten) bilde mit den Vergleichungszahlen und den beiden Maßen eine geometrische Proportion, aus welcher sich sofort die Frage beantworten läßt.

Beispiele für Längenmaße.

1) 70 badische Fuß, wie viel sind es a) bayerische b) Pariser Fuß?

Auflösung zu a. 1 bad. Fuß = 300^{mm}; 1 bayer. Fuß = 291,859^{mm}; also verhält sich

1′ bad. : 1′ bayer. = 300 : 291,859; also ist nach §. 125.
1′ bad. = $\frac{300}{291,859}$ Fuß bayer.; mithin

70′ bad. = 70 · $\frac{300}{291,859}$ = 71,952′ . . . bayerisch.

Auflösung zu b?

2) 10″ 8‴ Pariser Maß, wie viel nach a) preußischem b) bayerischem Duodecimalmaß? (Sieh Tab. 1.)

Auflösung. 1″ Par. = $\frac{324,839}{12}$^{mm} = 27,0699 . . .^{mm}; 1″ preuß. = $\frac{313,853}{12}$^{mm} = 26,1544 . . .^{mm}; also verhält sich

1″ Par. : 1″ preuß. = 27,0699 : 26,1644 und hieraus folgt nach §. 125.

1″ Par. = $\frac{27,0699}{26,1544}$″ preuß.; also

10″ 8″ Par. = $10\frac{8}{12}$″ · $\frac{27,0699}{26,1544}$″ = 11″ 0,48 . . .‴ preußisch.

Auflösung zu b?

3) 30 Bremer Ellen, wie viel a) würtembergische b) bayerische Ellen c) Frankfurter Stab d) Meter? (Sieh Tab. 2.)

Auflösung zu a. 1 Br. Elle : 1 würt. Elle = 578,7^{mm} : 614,2^{mm}; also

1 Br. Elle = $\frac{578,7}{614,2}$ würt. Ellen; also 30 Br. Ellen = 30 $\frac{578,7}{614,2}$ = 28,26 .... würt. Ellen.

Auflösung zu b, c und d?

4) 60 engl. Seemeilen, wie viel a) russische Wersten b) deutsche Meilen c) türkische Agatsch d) preußische Meilen? (Sieh Tab. 3.)

Auflösung zu a. 1 engl. Seem. : 1 russ. W. = $1854,9^{m}$: $1066,78^{m}$; also

1 engl. Seem. = $\frac{1854,9}{1066,78}$ russ. W.; mithin 60 engl. Seem. = 60 · $\frac{1854,9}{1066,78}$ = 104,32 ... russ. W.

Auflösung zu b, c und d?

5) Wie viel Centimeter sind a) 9″ 8‴dd. Hannoveraner b) 8″ 4‴ dec. badisches c) 7″ 9‴ 8⁗dd. bayerisches Maß?

6) 40 Frankfurter Fuß wie viel a) dänische b) Wiener c) Gothaer Fuß d) Meter?

7) 4′ 5″ 7‴dd. Wiener Maß, wie viel a) Pariser b) Braunschweiger c) Schweizer Maß?

8) 1 Meter wie viel a) bayerische b) würtembergische c) Pariser d) Frankfurter Fuß, Zoll und Linien dd.?

9) $18\frac{1}{2}$ deutsche Meilen, wie viele a) österreichische Postmeilen b) türkische Agatsch c) russische Wersten d) badische Meilen e) englische Seemeilen?

10) 80 Frankf. Ellen, wie viel a) bayerische b) schweizerische c) niederländische Ellen d) englische Yards?

11) Eine bayer. Elle, wie viel bayer. Fuß, Zoll und Linien Decimal- oder Duodecimalmaß? — Dieselbe Aufgabe zwischen Ellen- und Fußmaß anderer Länder.

Beispiele für Flächenmaße.

1) 28□′ 40□″ 87□‴d. badisches Maß, wie viel nach a) englischem Duodecimalmaß b) preußischem Duodecimalmaß c) würtembergischem Decimalmaß d) nach dem Metermaß?

Auflösung zu a. 1′ bad. = 300^{mm}, also 1□′ bad. = 300 · $300^{□mm}$ = $90000^{□mm}$; 1′ engl. = $304,794^{mm}$, also 1□′ engl. = 304,794 × $304,794^{□mm}$ $92899,38 \ldots^{□mm}$ also verhält sich

1□′ bad. : 1□′ engl. = 90000 : 92899,38 ... und hieraus

1□′ bad. = $\frac{90000□'}{92899,38}$ englisch; mithin

28□′ 40□″ 87□‴ bad. oder 28,4087□′ bad. = 28,4087 × $\frac{90000□'}{92899,38}$ = 27□′ 75□″ 25,57 ... □‴dd. englisch.

Auflösung zu b, c und d?

2) 1□″ 7□‴dd. Pariser Maß, wie viel a) nach Frankfurter Decimalmaß b) nach bayerischem Duodecimalmaß c) nach badischem Decimalmaß?

Auflösung zu a. 1″dd. Par. = $\frac{324,839}{12}^{mm}$ = $27,0699 \ldots^{mm}$ also 1□″ Par. = 27,0699 × $27,0699^{□mm}$ = $732,779486 \ldots^{□mm}$

1‴d. Frankf. $= \frac{284{,}6^{mm}}{10} = 28{,}46^{mm}$, also

1□″ Frankf. $= 28{,}46 \times 28{,}46^{\square mm} = 809{,}9716^{\square mm}$; also verhält sich

1□″ Par. : 1□″ Frankf. = 732,7795 : 809,9716 und hieraus

1□″ Par. $= \frac{732{,}7795}{809{,}9716}$□″ Frankf., also

1□″ 7□‴dd. oder $1\frac{7}{144}$□″ Par. $= 1\frac{7}{144} \times \frac{732{,}7795}{809{,}9716}$□″ = 0,9486 . . .□″ = 94□″ 86□‴d. Frankfurter Maß.

Auflösung zu b und c?

3) 48 badische Morgen, wie viele a) würtembergische b) bayerische Tagwerk c) preußische Morgen d) Frankfurter Feldmorgen e) Hektaren?

Auflösung zu a. 1 bad. Morgen = 36 franz. Aren. (Sieh Tab. 4.); 1 würtemb. Morgen = 31,5174 franz. Aren; also verhält sich

1 bad. M. : 1 würt. M. = 36 : 31,5174, also

1 bad. M. $= \frac{36}{31{,}5174}$ würt. M.; mithin 48 bad. M. $= 48 \cdot \frac{36}{315{,}174} = 54{,}82 \ldots$ würt. Morgen.

Auflösung zu b, c und d?

4) 20 deutsche Quadratmeilen, wie viel a) schwedische b) preußische c) badische d) niederländische Quadratmeilen?

Auflösung zu a. 1 deutsche Meile = 7407,4ᵐ; 1 schwed. Meile = 10688,4ᵐ

1 deutsche □ Meile $= 7407{,}4 \times 7407{,}4^{\square m} = 54869574{,}76^{\square m}$ und

1 schw. □ Meile $= 10688{,}4 \times 10688{,}4^{\square m} = 114241894{,}56^{\square m}$ also verhält sich

1 d. □ M. : 1 schw. □ M. = 54869574,76 : 114241894,56 also

1 d. □ M. $= \frac{54869574{,}76}{114241894{,}56}$ schw. □ M., und

20 d. □ M. $= 20 \cdot \frac{54869574{,}76}{114241894{,}56} = 9{,}6 \ldots$ schw. □ M.

Auflösung zu b, c und d?

5) 1 □ Meter, wie viele a) bayerische b) würtembergische c) badische d) Frankfurter □ Fuß?

6) Die Seite eines Quadrats beträgt 25,8ᵐ. Wie groß ist der Flächeninhalt nach a) bayerischem Duodecimalmaß b) badischem Decimalmaß c) Wiener Decimalmaß?

7) Ein Feld hat eine Länge von 1360′ und eine Breite von 172′ hannoveraner Maß; wie viel a) bayerische Tagwerk b) Aren c) nassauer Morgen enthält dieses Feld?

8) 14□″ 130□‴dd. preußisch, wie viel ist dieses nach a) Pariser b) bayerischem c) englischem Duodecimalmaß d) nach dem Metermaß?

Beispiele für Kubikmaße.

1) 14ᶜ′ 48ᶜ″d. schwedisch, wie viel nach a) portugiesischem b) Wiener Duod.-Maß c) nach dem Metermaß?

Auflösung zu a. 1 schwed. = 296,86ᵐᵐ; 1′ portug. = 338,6ᵐᵐ, also

$1^{c'}$ schw. $= 296{,}86 \times 296{,}86 \times 296{,}86^{kmm} = 26152057{,}82\ldots^{kmm}$ u.
$1^{c'}$ port. $= 338{,}6 \times 338{,}6 \times 338{,}6^{kmm} = 38820476{,}45\ldots^{kmm}$, also
$1^{c'}$ schw. : $1^{c'}$ port. $= 26152057{,}72 : 38820476{,}45$, also
$1^{c'}$ schw. $= \frac{26152057{,}82}{38820476{,}45}{}^{c'}$ port., mithin
$14^{c'}\ 48^{c''}$d. oder $14{,}48^{c'}$d. schwed. $= 14{,}48 \times \frac{26152057{,}82}{38820476{,}45}{}^{c'}$ $= 9^{c'}\ 1301{,}53^{c''}\ldots$dd. portugiesisches Maß.

Auflösung zu b und c?

2) $1^{c''}\ 436^{c'''}$dd. Pariser Maß, wie viel nach a) würtembergischem Decimalmaß b) bayerischem Duodecimalmaß?

Auflösung zu a. $1''$ Par. $= \frac{324{,}839}{12}{}^{mm} = 27{,}07^{mm}$; $1''$ würt. $= \frac{286{,}49}{10} = 28{,}649^{mm}$

$1^{c''}$ Par. $= 27{,}07 \times 27{,}07 \times 27{,}07^{kmm} = 19836{,}487\ldots^{kmm}$ und
$1^{c''}$ würt. $= 28{,}649 \times 28{,}649 \times 28{,}649^{kmm} = 23514{,}1\ldots^{kmm}$; also verhält sich
$1^{c''}$ Par. : $1^{c''}$ würt. $= 19836{,}487 : 23514{,}1$, also
$1^{c''}$ Par. $= \frac{19836{,}487}{23514{,}1}{}^{c''}$ würt., mithin
$1^{c''}\ 436^{c'''}$ oder $1\frac{436}{1728}{}^{c''}$dd. Par. $= 1\frac{436}{1728} \times \frac{19836{,}487}{23514{,}1}$ würt. $= 1{,}0564^{c''}$d. $= 1^{c''}\ 564^{c''}$d. würtembergisch.

Auflösung zu b?

3) 1^{kcm}, wie viel nach a) Bremer b) englischem c) bayerischem Duodecimalmaß?

4) 1^{km}, wie viel nach a) Bremer b) Gothaer c) Nassauer d) bayerischem Decimalmaß?

Beispiele für Flüssigkeits-, Hohl- und Getreidemaße.

1) 1 badische Stütze, wie viel a) Bremer Stübchen b) Frankfurter Altmaß c) bayerische Maß d) hannoveraner Kannen? (Sieh Tab. 5.)

Auflösung zu a. 1 bad. Stütze = 15 Liter; 1 Bremer Stübchen = 3,221 Liter, also verhält sich
1 bad. Stütze : 1 Br. Stbch. = 15 : 3,221, also
1 bad. Stütze $= \frac{15}{3{,}221} = 4{,}65\ldots$ Br. Stbch.

Auflösung zu b, c und d?

2) 4 Fuder 3 Eimer würtembergische Helleich-Maß, wie viel a) schweizerische Ohm b) bayerische Fuder und Eimer c) badische Fuder d) Frankfurter Ohm?

Auflösung zu a. 1 würt. Fuder $= 6 \times 293{,}927$ Liter $= 1763{,}562$ Liter
1 schweiz. Ohm = 150 Liter, also verhält sich
1 würt. Fud. : 1 schweiz. Ohm = 1763,562 : 150, also
1 würt. Fud. $= \frac{1763{,}562}{150}$ schweiz. Ohm; mithin
4 Fud. 3 Eim. oder $4\frac{1}{2}$ würtemb. Fud. $= 4\frac{1}{2} \times \frac{1763{,}562}{150}$ $= 52{,}906\ldots$ schweiz. Ohm.

Auflösung zu b, c und d?

3) 1 Frankfurter Sechter, wie viel a) nassauer Mäßchen b) bayerische Maßl c) Hessen-Darmstadter Kumpfen d) schweizerische Immi?

Auflösung zu a. 1 Frankfurter Sechter $= \frac{114{,}729}{4 \cdot 4}$ Liter $= 7{,}17\ldots$ Liter (Sieh Tab. 6.)

1 nass. Mäßchen $= \frac{100}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}$ Liter $= 0{,}39\ldots$ Liter; also verhält sich

1 Frkf. Secht. : 1 nass. Mäßch. $= 7{,}17 : 0{,}39$; mithin

1 Frkf. Secht. $= \frac{7{,}17}{0{,}39} = 18{,}38\ldots$ nass. Mäßchen.

Auflösung zu b, c und d?

4) 10 römische Boccali (Weinmaß) wie viel a) Oldenburger Kannen b) bayerische Maß c) schweizerische Maß d) preußische Quart?

5) 40 russische Tschetwert, wie viel a) österreichische Metzen b) türkische Kilo c) preußische Schäffel?

6) 1 Hamburger Fuder wie viel a) bayerische Schenkeimer b) preußische Fuder c) Frankfurter Ohm?

7) 1 Hektoliter, wie viel a) würtembergische Simri b) bayerische Metzen c) nassauer Kumpfen d) Frankfurter Simmer?

8) 1 Hektoliter, wie viel a) bayerische b) badische Maß c) preußische Anker d) Frankfurter Altmaß?

Beispiele für Gewichte.

1) Wie viel Gramm sind a) 14 Lth 8 Qu. preußisch b) 1 Lth 3 Qu. bayerisch c) 1 ℥ d) 1 ʒ Apothekergewicht? (Sieh Tab. 7.)

Auflösung zu a. 1 Lth preuß. $= \frac{500}{30}$ Gr. $= 16{,}666\ldots$ Gr. also 14 Lth 8 Qu. oder 14,8 Lth $= 14{,}8 \times 16{,}666 = 246{,}65\ldots$ Gramm.

Auflösung zu b, c und d?

2) 1 Gramm, wie viel a) englische Grän b) griechische Obolen c) Grän der deutschen Vereinsmark?

Auflösung zu a. 1 engl. Grän $= \frac{373{,}241}{12 \cdot 20 \cdot 24}$ Gramm $= 0{,}0647\ldots$ Gramm, also

1 Gramm : 1 Grän $= 1 : 0{,}0647$ und hieraus

1 Gramm $= \frac{1}{0{,}0647} = 15{,}455\ldots$ engl. Grän.

Auflösung zu b und c?

3) 750 Kilogramm, wie viel nach a) bayerischem b) Frankfurter c) Hessen-Kasseler Gewicht d) englischem Handelsgewicht?

4) Eine Vereinsmark Silber, wie viel nach a) bayerischem Gewicht b) nach dem Zollgewicht, das Zollpfund zu 30 Lth à 10 Qu?

5) Wie viel Kilogramm sind a) 5 Ctr 40 ℔ würtembergisch b) 1 Ctr 58 ℔ österreichisch c) 1 Ctr englisch?

6) 1 russisches ℔, wie viel a) bayerische b) Frankfurter Lth und Qu.?

7) 100 Gramm, wie viel a) bayerische ℔ b) englische Handelspfund c) Lübische ℔?

Gemischte Beispiele.

§. 132.

1) Um wie viel ist der Pariser Fuß größer als a) der bayerische b) der würtembergische c) der Frankfurter d) der preußische?

Den Unterschied immer in bayerischem Duodecimalmaß anzugeben.

Auflösung zu a. 1 Pariser Fuß $= 324{,}839^{mm}$
1 bayer. Fuß $= 291{,}859^{mm}$

Unterschied $= 32{,}98^{mm}$; nun ist

1 bayerische Linie dd. $= \frac{291{,}859}{144}^{mm} = 2{,}026\ldots^{mm}$; also

$x = \frac{32{,}98^{mm}}{2{,}026^{mm}} = 16{,}2783\ldots'''$dd. $= 1''\ 4{,}2783\ldots'''$dd. bayerisch.

Auflösung zu b, c und d?

2) Um wie viel ist a) der badische □ Fuß größer als der Frankfurter b) der dänische □ Fuß größer als der hannoveraner c) der Wiener □ Fuß größer als der Berliner?

Den Unterschied immer in badischem Decimalmaß anzugeben.

Auflösung zu a.

1□' badisch. $= 300 \times 300^{\square mm} = 90000^{\square mm}$
1□' Frankf. $= 284{,}6 \times 284{,}6^{\square mm} = 80997{,}16^{\square mm}$

Unterschied $= 9002{,}84^{\square mm}$

1□'' bad. $= 30 \cdot 30^{\square mm} = 900^{\square mm}$; also

$x = \frac{9002{,}84^{\square mm}}{900^{\square mm}} = 10{,}00315\ldots\square'' = 10\square''\ 31{,}5\ldots\square'''$d. badisch.

Auflösung zu b und c?

3) Um wie viel ist a) der Koburger Kubikfuß größer als der Bremer b) der dänische größer als der Koburger c) der würtembergische kleiner als der englische?

Den Unterschied immer in Bremer Duodecimalmaß anzugeben?

Auflösung zu a.

1c' Kob. $= 303{,}97 \times 303{,}97 \times 303{,}97^{kmm} = 28086147,\ldots^{kmm}$
1c' Brem. $= 289{,}35 \times 289{,}35 \times 289{,}35^{kmm} = 24225430,\ldots^{kmm}$

Unterschied $= 3860717\ldots^{kmm}$

1c''dd. Brem. $= \frac{28086147,\ldots^{kmm}}{1728} = 16253{,}5\ldots^{kmm}$; also

$x = \frac{3860717,\ldots^{kmm}}{16253{,}5\ldots^{kmm}} = 237{,}53^{c''}$dd. Brem.

Auflösung zu b und c?

4) Um wie viel ist der bayerische Centner schwerer als a) der Lübische b) der Gothaer c) der Frankfurter?

Den Unterschied immer in bayerischem Gewichte anzugeben.

Auflösung zu a.

1 bayer. Ctr $= 100 \cdot 560$ Gramm $= 56000$ Gr.
1 Lüb. Ctr $= 112 \cdot 486{,}474$ Gr. $= 54485{,}08\ldots$ Gr.

Unterschied $= 1514{,}92$ Gr.

also $x = \frac{1514{,}92}{560} = 2$ ℔ 22 *Lt* 2,2 ... Qu. bayerisch.

Auflösung zu b und c?

5) Wenn der Luftdruck auf einen badischen □ Zoll 18,6 badische Pfund beträgt, wie groß ist er a) auf den preußischen □ Zoll dd. in preußischem Gewicht b) auf den bayerischen □ Zoll d. in bayerischem Gewicht c) auf den bayerischen □ Zoll dd. in bayerischem Gewicht d) auf den □ Centimeter in Grammgewicht?

Auflösung zu a. $1^{\square''}$ bad. $= 30 \cdot 30^{\square mm} = 900^{\square mm}$

$1^{\square''}$dd. preuß. $= \frac{313{,}853 \cdot 313{,}853^{\square mm}}{144}$

$= 684{,}053 \ldots^{\square mm}$, also verhält sich

$900^{\square mm} : 18{,}6$ ℔ bad. $= 684{,}053^{\square mm} : x$ ℔ bad., also

$x = 14{,}137 \ldots$ ℔ bad.

Da das badische Pfund dem preußischen gleich ist, so bedarf das Resultat keiner weiteren Reduktion und es ist der Luftdruck auf den preußischen □ Zoll auch = 14,137 ... ℔ preußisch.

Auflösung zu b, c und d?

6) Wie viel Apothekerpfund sind a) $43\frac{1}{2}$ Pfund bayerisch b) 40 Drachmen griechisch c) 564,7 Gramm?

7) Wie viel bayerische Fuß, Zoll und Linien dd. oder auch dec. hat die bayerische Elle. Wie viel würtembergische Fuß, Zoll und Linien dec. hat die würtembergische Elle?

8) Wie viel preußische oder auch bayerische Fuß hat a) eine russische Werste b) ein englisches Yard c) eine bayerische Meile?

9) Um wie viel Pariser Fuß ist die deutsche Meile größer oder kleiner als a) die österreichische Postmeile b) die russische Werste c) die belgische Meile?

10) Um wie viel ist die bayerische Elle größer oder kleiner als a) die rheinbayerische b) der Frankfurter Stab c) das englische Yard d) der Meter? Den Unterschied immer in bayerischem Decimalmaß anzugeben.

11) Um wie viel Quadratmeter ist der badische Morgen größer oder kleiner als a) der würtembergische b) der bayerische c) der Frankfurter Feldmorgen? Wie viel beträgt der jedesmalige Unterschied nach bayerischen Quadratfußen?

12) Um wie viel Wiener Loth ist das Wiener Pfund schwerer als a) das schwedische Schal-Pfund b) das Zollpfund?

13) Um wie viel ist die Nassauer Simmer größer oder kleiner als a) die Frankfurter b) der badische Sester c) der Dresdner Metzen? Den Unterschied jedesmal in bayerischen Maßeln anzugeben.

14) Wie groß ist der Unterschied zwischen a) einem preußischen Anker und einem bayerischen Schenkeimer b) einer preußischen Quart und einem bayerischen Schoppen c) einer würtembergischen Helleichmaß und einer bayerischen Maß d) einer Hamburger und einer Hannoveraner Ohm? Den Unterschied immer in bayerischen Maßkannen anzugeben.

15) Es wurden 15000 Stück Dachschiefer von je 9″ Breite und 14″ Länge nach englischem Maße bestellt. Dabei wurde Decimalmaß verstanden, aber bei der Bestellung nicht ausdrücklich bemerkt. Wenn nun die Bestellung nach dem Duodecimalmaße ausgeführt wurde, wie viel englische □ Fuß oder wie viel □ Meter beträgt der Unterschied an den 15000 Stück zusammen? Um wie viel der erwarteten Stücke macht die Gesammtfläche der gelieferten Stücke zu wenig aus?

16) Wie viele bayerische Cubikfuß hat der bayerische Schäffel, Schenkeimer, die Maßkanne, das Malter?

Dieselbe Aufgabe zwischen Kubikfuß und den verschiedenen Hohlmaßen in anderen Staaten.

§. 133.

Soll das Verhältniß zwischen den Maßen oder Gewichten zweier Staaten in der kleinsten Form und in ganzen Zahlen aufgefunden werden, so verfahre man auf ähnliche Weise wie in §. 130.

Beispiele.

Das gegenseitige Verhältniß in kleinster Form und in ganzen Zahlen aufzufinden:

1) Zwischen dem badischen Fuß und a) dem Frankfurter b) dem Meininger c) dem bayerischen.

Auflösung zu a. 1′ bad. : 1′ Frankf. $= 0{,}3 : 0{,}2846$ oder
$= 3000 : 2846$ oder
$= 1500 : 1423$,

also nach §. 122. 1423′ bad. = Frankf. 1500′ Frankf.

Will man aber nur ein annäherndes Verhältniß und in kleineren Zahlen, so bedient man sich der Kettenbrüche. Aus dem vorhergehenden Resultat folgt nämlich:

1′ bad. = $\frac{1500}{1423}$′ Frankf. Die Quotienten zu $\frac{1500}{1423}$ sind außer 1 Ganzen = 18, 2, 12 und 3; also ist

$$\frac{1500}{1423} = 1 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{3}}}}$$

und hieraus folgt

1. Näherungswerth $= 1$
2. " $= 1 + \frac{1}{18} = \frac{19}{18}$
3. " $= 1 + \cfrac{1}{18 + \frac{1}{2}} = \frac{39}{37}$
4. " $= 1 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{12}}} = \frac{487}{462}$ ꝛc.; also ist

entweder 1′ bad. = $\frac{19}{18}$′ Frankf., d. h. 18′ bad. = 19′ Frankf. /

oder 1′ bad. = $\frac{39}{37}$′ Frankf., d. h. 37′ bad. = 39′ Frankf., oder 1′ bad. = $\frac{487}{462}$′ Frankf., d. h. 462′ bad. = 487′ Frankf. ꝛc.
Auflösung zu b und c?

2) Zwischen der bayerischen Elle und a) der Frankfurter b) der Hamburger c) der schweizerischen d) dem Meter.

3) Zwischen dem badischen Morgen und a) dem würtembergischen b) dem preußischen c) dem sächsischen.

4) Zwischen der bayerischen Maßkanne und a) dem Liter b) der Frankfurter Jungmaß c) dem Hamburger Stübchen d) der preußischen Quart.

5) Zwischen der Frankfurter und a) der Hamburger b) der preußischen c) der schweizerischen Ohm.

6) Zwischen dem bayerischen Schäffel und a) dem Hektoliter b) dem Frankfurter Malter c) dem nassauer Malter d) dem würtembergischen Simri.

7) Zwischen dem bayerischen Pfund und a) dem Zollpfund b) dem Apothekerpfund c) dem englischen Handelspfund.

Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Längenmaßes.

§. 134.

Da die Länge des Fußes bei der Decimaleintheilung die nämliche ist wie bei der Duodecimaleintheilung, so sind:

10″d. = 12″dd.′ und hieraus folgt

$$\left.\begin{array}{l} 1''\text{d.} = \frac{12}{10}''\text{dd. oder auch} \\ 1''\text{dd.} = \frac{10}{12}''\text{d.} \end{array}\right\} \text{mithin sind}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } n''\text{d.} = n\frac{12}{10}''\text{dd. und} \\ \text{II. } n''\text{dd.} = n\frac{10}{12}''\text{d.} \end{array}\right\} \text{d. h.}$$

Man bringe die zu reducirende Längenangabe zuerst auf die Benennung von Zoll und setze die erhaltene Anzahl von Zollen statt n in die Gleichung (Formel) Nro. I. oder II., je nachdem man das Decimalmaß auf das Duodecimalmaß oder umgekehrt reduciren will.

Beispiele.

1) 3⁰ 4″ 6″ 8‴d., wie viel im Duodecimalmaß?

Antwort. 3⁰ 4′ 6″ 8‴d. = 346,8″d. = 346,8″ $\times \frac{12}{10}$dd. = 34,68′ = 2⁰ 10′ 8″ 1,92‴dd.

2) 8″ 7‴dd. wie viel im Decimalmaß?

Antwort. 8″ 7‴dd. = $8\frac{7}{12}$″dd. = $8\frac{7}{12}$″ $\times \frac{10}{12}$″d. = $\frac{515}{72}$″d. = 7″ 1‴ 5,2⁗d., wie viel im Duodecimalmaß?

3) 7″ 9‴ 8⁗d., wie viel im Duodecimalmaß?

Antwort. $7'' \ 9''' \ 8''''$d. $= 7{,}98''$d. $= 7{,}98 \times \frac{12}{10}''$dd. $= 9{,}576''$dd. $= 9'' \ 6''' \ 10{,}944''''$dd.

4) $21^0 \ 8' \ 7''$dd., wie viele im Decimalmaß?

Antwort. $21^0 \ 8' \ 7''$dd. $= 3127''$dd. $= 3127 \times \frac{10}{12}''$d. $= 2605{,}83\ldots''$d. $= 26^0 \ 5'' \ 8{,}3\ldots'''$d.

Ebenso findet man noch:

5) $3'' \ 6'''$d. $= 4'' \ 3''' \ 10{,}08''''$dd.

6) $5^0 \ 6' \ 5'' \ 6'''$dd. $= 6^0 \ 6' \ 4'' \ 5''' \ 8{,}3\ldots''''$d.

7) $26\frac{4}{5}''$dd. $= 2' \ 2'' \ 3''' \ 3{,}33\ldots''''$d.

8) $11'' \ 9''' \ 10''''$dd. $= 9'' \ 8''' \ 4{,}9''''$d.

9) 24^0dd. $= 28^0 \ 8'$d.

10) $9'' \ 4'''$d. $= 11'' \ 3''' \ 4{,}32''''$dd.

Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Flächenmaßes.

§. 135.

Da der Quadratfuß bei der Decimaleintheilung der nämliche ist wie bei der Duodecimaleintheilung, so sind

$100\square''$d. $= 144\square''$dd., hieraus folgt

$$\left.\begin{array}{l} 1\square''\text{d.} = \frac{144}{100}\square''\text{dd. oder auch} \\ 1\square''\text{dd.} = \frac{100}{144}\square''\text{d.} \end{array}\right\} \text{mithin sind}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } n\square''\text{d.} = n \cdot \frac{144}{100}\square''\text{dd. und} \\ \text{II. } n\square''\text{dd.} = n \cdot \frac{100}{144}\square''\text{d.} \end{array}\right\} \text{d. h.}$$

Man bringe die zu reducirende Flächenangabe auf die Benennung von □ Zoll und setze die erhaltene Anzahl von □ Zollen statt n in die Gleichung (Formel) Nr. I. oder Nr. II., je nachdem man das Decimalmaß auf das Duodecimalmaß oder umgekehrt reduciren will.

Beispiele.

1) $36\square^0 \ 26\square' \ 9\square''$d., wie viel im Duodecimalmaß?

Antwort. $36\square^0 \ 26\square' \ 9\square''$d. $= 362609\square''$d. $= 362609 \times \frac{144}{100}\square''$dd. $= \frac{362609}{144} \cdot \frac{144}{100}\square' = 3626{,}09\square' = 25\square^0 \ 26\square' \ 12\square'' \ 138{,}24\square'''$dd.

2) $2\square' \ 24\square'' \ 8\square'''$d., wie viel im Duodecimalmaß? (Die $2\square'$ bleiben unverändert.)

Antwort. $24\square'' \ 8\square'''$d. $= 24{,}08\square''$d. $= 24{,}08 \cdot \frac{144}{100}\square''$dd. $= 34{,}6752\square''$dd. $= 34\square'' \ 97{,}228\ldots\square'''$ also im Ganzen $= 2\square' \ 34\square'' \ 97{,}228\ldots\square'''$

3) $36\square^0 \ 26\square' \ 9\square''$dd., wie viel im Decimalmaß?

Antwort. 36□° 26□′ 9□″dd. = 750249□″dd. = 750249 × $\frac{100}{144}$□″d. = 7502,49 · $\frac{100}{144}$□′d. = 52□° 10□′ 6□″ 25□‴d.

4) 72□″ 36□‴dd., wie viel im Decimalmaß?

Antwort. 72□″ 36□‴dd. = 72,25□″dd. = 72,25 · $\frac{100}{144}$□″d. = 50,1736 . . .□″d. = 50□″ 17□‴ 36□⁗d.

Ebenso findet man noch:

5) 3□° 4□″ 8□⁗d. = 2□° 12□′ 41□″ 110□‴ 92,54 . . .□⁗dd.
6) 7□″ 36□⁗d. = 10□″ 12□‴ 38,37 . . .□⁗dd.
7) 0,000074□°d. = 1□″ 9□‴ 64,28 . . .□⁗dd.
8) 1□° 4□′ 19□‴dd. = 1□° 48□′ 9,162 . . .□‴d.
9) 1□′ 7□″dd. = 1□′ 4□″ 86,111 . . .□‴d.
10) 22330044,28□‴dd. = 10□° 76□′ 87□″ 13,4 . . . .□‴d.
11) 5□′ 60□″ 40□‴dd. = 5□′ 41□″ 85□‴ 95,6 . . .□⁗d.
12) 94$\frac{3}{4}$□″ 54,7□‴d. = 137□″ 32□‴ 113,17 . . .□⁗dd.
13) 5□° 2□′ 45□″d. = 3□° 70□′ 64□″ 115□‴ 28,8 . . .□⁗dd.
14) 2□″ 5□⁗dd. = 1□″ 38□‴ 90,6□⁗d.

Gegenseitige Reduktion des Decimal- und Duodecimal-Kubikmaßes.

§. 136.

Da der Kubikfuß bei der Decimaleintheilung der nämliche ist wie bei der Duodecimaleintheilung, so sind

1000^{c}″d. = 1728^{c}″dd., hieraus folgt

1^{c}″d. = $\frac{1728}{1000}$^{c}″dd. oder auch
1^{c}″dd. = $\frac{1000}{1728}$^{c}″d.
} mithin sind

I. n^{c}″d. = n · $\frac{1728}{1000}$^{c}″dd. und
II. n^{c}″dd. = n · $\frac{1000}{1728}$^{c}″d.
} d. h.

Man bringe die zu reducirende Kubikinhaltsangabe auf die Benennung von Kubikzoll und setze die erhaltene Anzahl von Kubikzollen statt n in die Gleichung (Formel) Nro. I. oder Nro. II., je nachdem man das Decimalmaß auf das Duodecimalmaß oder umgekehrt reduciren will.

Beispiele.

1) 5^{c}° 48^{c}″ 307^{c}‴d., wie viel im Duodecimalmaß?

Antwort. 5^{c}° 48^{c}″ 307^{c}‴d. = 5000048,307^{c}″d. = 5000048,307 · $\frac{1728}{1000}$^{c}″dd. = $\frac{5000048{,}307}{1728}$ · $\frac{1728}{1000}$^{c}″dd. = 5000,048307^{c}′dd. = $\frac{5000{,}048307}{1728}$^{c}°dd. = 2^{c}° 1544^{c}′ 83^{c}″ 837,209 . . .^{c}‴dd.

2) 6^{c}° 210^{c}′ 236^{c}″ 700^{c}‴dd., wie viel im Decimalmaß?

Antwort. $6^{c0}\ 210^{c'}\ 236^{c''}\ 700^{c'''}$dd. $= 18279020{,}405 \ldots {}^{c''}$dd. $= 18279020{,}405 \cdot \frac{1000}{1728}{}^{c'}$d. $= 10578136{,}808 \ldots {}^{c''}$d. $= 10^{c0}\ 578^{c'}\ 136^{c''}\ 808^{c'''}$d.

3) Die bayerische Maß enthält genau $43^{c''}$d., wie viel im Duodecimalmaß?

Antwort. $43_{c}{}''$d. $= 43 \cdot \frac{1728}{1000}{}^{c'}$dd. $= 74{,}304^{c''}$dd. $= 74^{c''}\ 525{,}312^{c'''}$dd.

Ebenso findet man noch:

4) $90^{c''}$dd. $= 52^{c''}\ 83^{c'''}\ 333{,}333 \ldots {}^{c'''}$d.

5) $9^{c'}\ 216^{c''}$dd. $= 9^{c'}\ 125^{c''}$d.

6) $3^{c0}\ 80^{c'}\ 1340^{c''}$dd. $= 5^{c0}\ 264^{c'}\ 775^{c''}\ 462{,}963^{c'''}$d.

7) $2^{c0}\ 8^{c'}\ 9^{c''}$d. $= 1^{c0}\ 280^{c'}\ 15^{c''}\ 953^{c'''}\ 1479{,}2^{c''''}$dd.

8) $150^{c''}\ 728^{c'''}$d. $= 260^{c''}\ 791^{c'''}\ 684{,}89 \ldots {}^{c''''}$dd.

9) 170^{c0}d. $= 98^{c0}\ 656^{c'}$dd.

Die zusammengesetzte Regel de Tri oder der Vielsatz.

§. 137.

Die Regel de Tri ist zusammengesetzt, wenn in ihr die beiden Ursachen zusammengesetzt sind aus 2 oder mehreren Faktoren. Wenn z. B. eine gewisse Last eine bestimmte Strecke Weges zu fahren 11 fl. kostet, so bildet das Produkt aus Last und Weg eine zusammengesetzte Ursache, deren Wirkung die 11 fl. sind. Aendert sich nun von dieser Ursache 1 Faktor, z. B. die Last, und soll demnach eine 2, 3, 4 . . . mal so große Last die nämliche Strecke Weges gefahren werden, so hat man auch 2, 3, 4 . . . mal 11 fl. zu zahlen. Oder bleibt die Last unverändert und soll diese 2, 3, 4 . . . mal so weit gefahren werden, so hat man ebenfalls 2, 3, 4 . . . mal 11 fl. zu zahlen. Aendern sich aber beide Faktoren, Last und Weg, zugleich, und soll z. B. eine 2 mal so große Last auch noch 5 mal so weit gefahren werden, so ist die Ursache zuerst wegen 2 facher Last verdoppelt, außerdem noch wegen 5 fachen Weges verfünffacht, also im Ganzen verzehnfacht worden und man hat jetzt auch 10 mal so viel zu zahlen als zuvor, nämlich 10×11 fl.

Aus dieser Betrachtung folgt, daß eine zusammengesetzte Ursache aus dem Produkt ihrer einzelnen Faktoren besteht und daß ihre Wirkung mit diesem Produkt verhältnißmäßig zunimmt, d. h. in demselben Maße zunimmt, als die zusammengesetzte Ursache sich vergrößert durch Aenderung eines oder mehrerer ihrer Faktoren.

Es kann jedoch eine zusammengesetzte Ursache auch Faktoren enthalten, durch deren Zu- oder Abnahme die Wirkung ab- oder zunimmt oder eigentlich im entgegengesetzten Sinne zu- oder abnimmt, so daß zwischen einigen Faktoren der Ursache und der Wirkung der Schluß gilt: Je mehr, desto weniger; oder auch: Je weniger, desto mehr. — Ein Beispiel: Wenn 7 Arbeiter täglich 10 Stunden arbei-

ten und in 12 Tagen 144 Klafter Holz fällen; in wie viel Tagen werden 15 Arbeiter, täglich 9 Stunden arbeitend, 486 Klafter Holz fällen können? In diesem Beispiele sind die 7 Arbeiter, die 10 Arbeitsstunden des Tages und die 144 Klafter Holz die Faktoren einer ersten Ursache und die 12 Tage Arbeitszeit sind die Wirkung dieser Ursache; die 15 Arbeiter, die 9 Arbeitsstunden des Tages und die 486 Klafter sind die Faktoren einer zweiten Ursache, deren Wirkung noch unbekannt ist, also x Arbeitstage sind. Es ist also in diesem Beispiele $U_1 = 7 \cdot 10 \cdot 144$ (Klafter)

$U_2 = 15 \cdot 9 \cdot 486$ (Klafter)

$W_1 = 12$ Tage

$W_2 = x$ Tage und die Proportion ist:

$$\text{a)}\quad \overset{U_1}{(7 \cdot 10 \cdot 144)} : \overset{U_2}{(15 \cdot 9 \cdot 486)} = \overset{W_1}{12 \text{ Tage}} : \overset{W_2}{x \text{ Tage}}.$$

Aber in der Ursache U_1 stehen die Faktoren 7 Arbeiter und 10 Arbeitsstunden, ebenso in der Ursache U_2 die 15 Arbeiter und 9 Arbeitsstunden mit den beiden Wirkungen, nämlich 12 Tagen und x Tagen, in umgekehrten Verhältnissen; denn 7 Arbeiter und 15 Arbeiter brauchen nicht 7 mal und nicht 15 mal so viel Arbeitstage als ein einziger, um bei übrigens gleichen Umständen mit der ganzen Arbeit fertig zu werden, sondern blos $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{15}$ der Arbeitstage: ferner sind bei 10 Arbeitsstunden und 9 Arbeitsstunden des Tages nicht 10 mal und nicht 9 mal so viel Arbeitstage nöthig als bei einer einzigen Arbeitsstunde des Tages sondern blos $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{9}$ der Arbeitstage. Man hat daher in der vorhergehenden Proportion a) statt der ganzen Faktoren 7, 10, 15 und 9 der Ordnung nach die Brüche $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$ und $\frac{1}{9}$ zu setzen und die richtige Proportion ist jetzt folgende:

$$\overset{U_1}{(\tfrac{1}{7} \cdot \tfrac{1}{10} \cdot 144)} : \overset{U_2}{(\tfrac{1}{15} \cdot \tfrac{1}{9} \cdot 486)} = \overset{W_1}{12 \text{ Tage}} : \overset{W_2}{x \text{ Tage}}$$

Oder wenn man jeden Nenner hinwegschaft, indem man ihn zu einem anderen verhältnißmäßigen Glied als Faktor setzt und dadurch 2 verhältnißmäßige Glieder mit einer und derselben Zahl multiplicirt, (§. 124.) so erhält man:

$$\text{b)}\quad (15 \cdot 9 \cdot 144) : (7 \cdot 10 \cdot 486) = 12 \text{ Tg.} : x \text{ Tg. und hieraus}$$

$$\text{c)}\quad x = \frac{7 \cdot 10 \cdot 486}{15 \cdot 9 \cdot 144} \times 12 \text{ Tage} = 21 \text{ Tage.}$$

Statt die Ursachen U_1 und U_2 in der Form von Produkten zu einem einzigen Verhältniß der Proportion zusammenzustellen, kann man zwischen den gleichnamigen Faktoren der beiden Ursachen auch einzelne Verhältnisse bilden und diese unter einander setzen; die unter einander stehenden Glieder werden dann beim Auflösen der Proportion mit einander multiplizirt, nachdem man zuvor je 2 verhältnißmäßige Glieder mit einer und derselben Zahl dividirt und dadurch die Rechnung abgekürzt hat. Die Proportion b) erhält demnach folgende Form:

d) 15 : 7 = 12 : x
9 : 10
144 : 486

und wenn man nach §. 124. erst abkürzt und dann die unter einander stehenden Glieder mit einander multiplizirt, so erhält man die einfache Proportion:

1 : 21 = 1 : x und hieraus
x = 21 Tage.

Die Faktoren der 1. Ursache mit ihrer bekannten Wirkung bilden in der Aufgabe den Bedingungssatz, die Faktoren der 2. Ursache mit ihrer unbekannten Wirkung x bilden den Fragesatz.

Bei solchen Aufgaben, deren Auflösung auf eine zusammengesetzte Regel de Tri führt, setze man der leichteren Uebersicht wegen die Faktoren des Bedingungssatzes in eine horizontale Reihe, unter den Bedingungssatz setze man den Fragesatz, so daß die gleichbenannten Faktoren unter einander zu stehen kommen. Beim Ansatze der zusammengesetzten Proportion nehme man aus dem Bedingungssatze und Fragesatze immer 2 gleichbenannte Faktoren heraus, setze sie mit der bekannten und unbekannten Wirkung zusammen zu einer einfachen Proportion nach dem Ansatze:

$$U_1 : U_2 = W_1 : W_2$$

Stehen aber einige der Faktoren mit den beiden Wirkungen in umgekehrtem Verhältnisse, so setze man diese Faktoren mit den beiden Wirkungen zusammen zu einer einfachen Proportion nach dem Ansatze:

$$U_2 : U_1 = W_1 : W_2$$

Vergleiche hiermit den Ansatz in d, der nach dieser Regel gebildet ist.

Man kann den Ansatz auch nach der Multiplikations- und Divisions-Regel de Tri bilden, indem man diejenigen Faktoren des Fragesatzes, welche mit der unbekannten Wirkung im geraden Verhältnisse stehen, als Faktoren in den Zähler und diejenigen Faktoren des Fragesatzes, welche mit der unbekannten Wirkung im umgekehrten Verhältnisse stehen, als Faktoren in den Nenner desjenigen Bruches setzt, mit welchem man die bekannte Wirkung der Aufgabe multipliziren muß, um die unbekannte x zu erhalten. Vergleiche hiermit den Ansatz in c.

Uebungsbeispiele.*)

1) 18 Ctr würden für 20 fl 10 Meilen weit gefahren. Wenn aber noch 6 Ctr dazukommen und verlangt wird, daß das Ganze blos 8 Meilen weit gefahren werde, wie viel hat man jetzt mehr oder weniger zu bezahlen?

Auflösung: 18 Ctr kosten auf 10 Meilen 20 fl
24 „ „ „ 8 „ x? „

*) Auch zu diesen Beispielen gilt die Bemerkung wie in §. 128.

$$\begin{array}{ccccccc} 18 & : & 24 & = & 20 & : & x \\ 10 & : & 8 & & 2 & & \\ 3 & & 4 & & & & \\ \hline 3 & : & 32 & = & 2 & : & x \end{array}$$

also $x = \frac{32 \cdot 2}{3} = 21\frac{1}{3}$ fl kosten die 24 Ctr auf 8 Meilen Weges, also um $1\frac{1}{3}$ fl mehr als die 18 Ctr auf 10 Meilen.

2) 21 Ctr sollen für 50 fl 37 Meilen weit gefahren werden. Nachdem sie bereits 9 Meilen weit gefahren worden sind, werden noch $5\frac{1}{2}$ Ctr dazu geladen; was kostet das Ganze bis an den Bestimmungsort?

Auflösung. 21 Ctr kosten auf 37 Meilen 50 fl
$5\frac{1}{2}$ „ „ (37—9) Meilen x? fl

$$\begin{array}{ccccccc} 21 & : & 5\frac{1}{2} & = & 50 & : & x \\ 37 & : & 28 & & & & \\ 3 & & 4 & & & & \\ \hline 3 \cdot 37 & : & 4 \cdot 5\frac{1}{2} & = & 50 & : & x \end{array}$$

also $x = \frac{4 \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 50}{3 \cdot 37} = 9\frac{101}{111}$ fl kosten die $5\frac{1}{2}$ Ctr auf 28 Meilen, also kostet das Ganze $59\frac{101}{111}$ fl.

3) 20 Ctr sollen für 180 fl 36 Meilen weit gefahren werden. Nachdem sie bereits 8 Meilen weit gefahren worden sind, werden 5 Ctr abgeladen; wie weit kann man den Rest der Fracht über die 36 Meilen weiter fahren?

Auflösung.

20 Ctr kosten auf (36—8) Meilen einen Rest von den 180 fl
15 „ „ „ x denselben Rest von den 180 fl?

$$\begin{array}{ccccccc} 15 & : & 20 & = & 28 & : & x \\ 3 & & 4 & & & & \\ \hline 3 & : & 4 & = & 28 & : & x \end{array}$$

$x = \frac{4 \cdot 28}{3} = 37\frac{1}{3}$ Meilen weit, nachdem die 5 Ctr abgeladen sind; also können die 15 Ctr Rest noch ($37\frac{1}{3} + 8 - 36$) Meilen d. h. $9\frac{1}{3}$ Meilen über den ursprünglichen Bestimmungsort weiter gefahren werden.

4) 60 Ctr 21 Stunden weit zu fahren kosten 72 fl
10 „ x „ „ „ „ „ 12 „ ?

5) Ein Vorrath Haber reicht für 7 Pferde auf 20 Tage, wenn jedes täglich 8 Liter bekommt; auf wie lange reicht derselbe Vorrath, wenn 12 Pferde daran haben sollen und jedes täglich nur 6 Liter bekommt?

6) Ein Fuhrmann verlangt für 30 Ctr 20 Meilen weit zu fahren 100 fl. Ein anderes Mal sollte er 70 Ctr 30 Meilen weit fahren, verlangte aber wegen mühsameren Weges von jedem Ctr den 4ten Theil mehr als vorher; wie viel verlangte er?

7) Ein Bote braucht zur Erreichung seines Bestimmungsortes 8 Tage, wenn er täglich 10 Stunden Weges zurücklegt. Wie viel Tage würde er für den Hin- und Herweg brauchen, wenn er täglich 12 Stunden Weges zurücklegen würde?

8) 6760 Mann sind auf 1 Jahr u. 8 Monate mit Proviant versehen, so daß jeder täglich $2\frac{1}{4}$ ℔ erhält. Wenn nun nach 4 Monaten 1200 Mann weniger werden, wie lange haben die übrigen an dem Reste, wenn nun jeder täglich 3 ℔ erhält?

9) Ein Kasten soll 4′ lang, $1\frac{1}{4}$′ breit werden und so viel fassen als ein anderer von $4\frac{1}{2}$′ Länge, $1\frac{3}{4}$′ Breite und $1\frac{1}{2}$′ Höhe; wie hoch muß er werden?

10) Wenn ein Grundstück von 460′ Länge und 228′ Breite 1070 ℳ kostete, wie theuer ist ein Grundstück von derselben Güte, von 200′ Länge und 110′ Breite?

11) 30 ℔ Garn geben 80 Ellen $1\frac{1}{2}$ Ellen breites Tuch
24 ℔ „ „ x „ 2 „ „ „

12) 15 Lampen, täglich 8 Stunden brennend, können mit einem gewissen Vorrath Oel 30 Tage lang unterhalten werden. Wie lange reichen 22 Lampen, täglich 6 Stunden brennend, mit demselben Vorrath aus?

13) Wenn 12 Mann, täglich 10 Stunden arbeitend, in 10 Tagen 25 Klafter Holz machen können; wie viel Mann können in 15 Tagen, täglich 8 Stunden arbeitend, 45 Klafter Holz machen?

14) 7 Arbeiter, täglich 9 Stunden arbeitend, haben in 27 Tagen 48 Klafter Tannenholz gemacht. Wie viel Arbeiter werden in 14 Tagen, täglich 10 Stunden arbeitend, 100 Klafter Buchenholz machen, wenn man zu 4 Klafter Buchenholz ebenso viel Arbeitszeit braucht als zu 5 Klafter Tannenholz?

15) Es haben 14 Arbeiter in 4 Wochen bei täglich 8 stündiger Arbeit einen 120′ langen, 6′ breiten und $3\frac{1}{2}$′ tiefen Graben gegraben. Wie viele Arbeiter sind nöthig für einen Graben von 105′ Länge, 9′ Breite und $4\frac{1}{2}$′ Tiefe in einem anderen Boden, welcher den Arbeitskräften $\frac{1}{3}$ mehr Widerstand bietet als der erste, und wenn dieser Graben bei täglich 10 stündiger Arbeit in 12 Wochen fertig sein soll?

16) Ein Getreideboden von 48′ Länge und 30′ Breite faßt 153 Schäffel Getreide, wenn dieses 1′ hoch aufgeschüttet ist. Wie viele Schäffel faßt ein anderer Boden von 52′ Länge und 36′ Breite, wenn das Getreide $1\frac{1}{2}$′ hoch aufgeschüttet ist?

17) 12 Arbeiter bringen in 6 Tagen bei täglich 9 stündiger Arbeit 50 Stück einer Waare fertig. Wie viele Arbeiter sind nöthig, wenn sie in 18 Tagen bei täglich 10 stündiger Arbeit 1000 Stück verfertigen sollen, welche umständlichere Arbeit erfordern, so daß ein Arbeiter innerhalb der Zeit nur 4 Stück fertig bringt, während welcher er von der ersten Sorte 5 fertig bringt?

18) Zu einer Mauer von 200′ Länge, 15′ Höhe und $3\frac{1}{2}$′ Dicke werden mit 5 Wägen 63 Tage lang Backsteine gefahren, wenn der

Ziegelofen 3 Stunden weit entfernt ist und auf jede Fuhr 380 Backsteine gehen. Wie viele Tage hat man zu fahren für eine Mauer 160′ Länge, 12′ Höhe und 3′ Dicke, wenn der Ziegelofen $1\frac{1}{2}$ Stunden weit entfernt ist und mit 3 Wägen gefahren wird und auf jede Fuhre 350 Backsteine gehen?

Die Kettenregel.

§. 138.

Zur zusammengesetzten Regel de Tri gehört auch die Kettenregel, deren man sich bedient, wenn das gegenseitige, unmittelbare Verhältniß zweier Größen aus bekannten Zwischenverhältnissen bestimmt werden soll. Die Kettenregel findet daher Anwendung bei solchen Aufgaben, worin verschiedene Maße, Gewichte, Münzen 2c. vorkommen und sie hat ihren Namen daher, weil in jedem Zwischenverhältnisse das Hinterglied mit dem Vordergliede des darauffolgenden Verhältnisses von gleicher Benennung ist, so daß die einzelnen Glieder der Zwischenverhältnisse wie die Glieder einer Kette in einander greifen. Will man z. B. wissen,

1) wie viele brabanter Ellen einem englischen Yard gleich sind, wenn
2) 62 englische Yard's = 85 preußische Ellen und
3) 278 preußische Ellen = 309 badischen Ellen und
4) 18 badische Ellen = 13 bayerischen Ellen und
5) 47 bayerische Ellen = 56 brabanter Ellen sind,

so ist ein unmittelbares Verhältniß zwischen der Brabanter Elle und dem englischen Yard aufzusuchen und alle Zwischenverhältnisse von Nro. 2 bis 5 sind zu beseitigen. Zu diesem Zweck erhält man aus Nro. 5.

1 bayerische Elle = $\frac{56}{47}$ brabanter Ellen, also

13 bayerische Ellen = $\frac{13 \cdot 56}{47}$ brabanter Ellen.

Diesen Werth für 13 bayerische Ellen in Nro. 4 gesetzt, so erhält man

18 badische Ellen = $\frac{13 \cdot 56}{47}$ brabanter Ellen, also

1 badische Elle = $\frac{13 \cdot 56}{47 \cdot 18}$ brabanter Ellen, also

309 badische Ellen = $\frac{309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18}$ brabanter Ellen.

Diesen Werth für 309 badische Ellen in Nro. 3. gesetzt, so erhält man

278 preußische Ellen = $\frac{309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18}$ brabanter Ellen, also

1 preußische Elle = $\frac{309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18 \cdot 278}$ brabanter Ellen, also

85 preußische Ellen = $\frac{85 \cdot 309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18 \cdot 278}$ brabanter Ellen.

Diesen Werth für 85 preußische Ellen in Nro. 2. gesetzt, so erhält man

62 englische Yard's = $\frac{85 \cdot 309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18 \cdot 278}$ brabanter Ellen,

also 1 engl. Yard = $\frac{85 \cdot 309 \cdot 13 \cdot 56}{47 \cdot 18 \cdot 278 \cdot 62}$ brab. Ellen.

Vergleicht man diesen Werth für 1 engl. Yard mit den einzelnen Zwischenverhältnissen (Gleichungen) von Nro. 2. bis 5., so findet

man, daß der Zähler aus dem Produkte aller Zahlen rechts und der Nenner aus dem Produkte aller Zahlen links der Gleichheitszeichen besteht; daß man also das gesuchte unmittelbare Verhältniß zwischen dem englischen Yard und der brabanter Elle dadurch erhält, daß man das Produkt aller Zahlen rechts durch das Produkt aller Zahlen links der Gleichheitszeichen dividirt. Die praktische Regel ist daher folgende:

Man ziehe statt der Gleichheitszeichen einen senkrechten Strich, schreibe oben links des Striches die gesuchte Zahl x an und rechts desselben die ihr gleichwerthige, dann setze man links des Striches unter die gesuchte Zahl x jene Zahl, welche mit der letztgenannten rechts gleiche Benennung hat und setze die ihr gleichwerthige wieder rechts des Striches und fahre so fort, bis man endlich rechts des Striches auf jene Zahl kommt, die mit der gesuchten x gleiche Benennung hat; alsdann dividire man das Produkt aller Zahlen rechts des Striches durch das Produkt aller bekannten Zahlen links. Dieses letztere Verfahren läßt sich abkürzen, indem man zuvor die einzelnen Zahlen links und rechts des Striches (die Faktoren im Divisor und Dividend) durch ihr größtes gemeinschaftliches Maß dividirt. Man erhält demnach aus der gegebenen Aufgabe folgenden praktischen Ansatz:

x brab. Elle	1 engl. Yard
62 engl. Yard	85 preuß. Ellen
278 preuß. Ellen	309 bad. Ellen
18 bad. Ellen	13 bayer. Ellen
47 bayer. Ellen	56 brab. Ellen
6	103
31	28
139	14
3	7

$x = \frac{7 \cdot 103 \cdot 13 \cdot 85}{3 \cdot 139 \cdot 31 \cdot 47} = 1{,}3112 \ldots$ brabanter Ellen sind 1 englisches Yard. *)

Uebungsbeispiele.

Außer den Beispielen in §. 131., die nun auch auf eine zweite Art aufgelöst werden können, seien hier noch folgende gegeben:

1) 5″ 11‴ Pariser Maß, wie viel nach badischem Decimalmaß?

Auflösung.

x″ bad.	$5\frac{11}{12}$″ Par.
12″ Par.	1′ Par.
1′ Par.	$0{,}3248^m$
$0{,}3^m$	1′ bad.
1′ bad.	10″ bad.

x = 5″ 3,38‴ . . . badisch

2) 50 englische Yard's, wie viel Bremer Ellen?

Auflösung.

x Br. Ell.	50 Yard's
1 Yard	$0{,}9144^m$
$0{,}5787^m$	1 Br. Elle

$x = 79\frac{3}{643}$ Bremer Ellen.

*) Da die einzelnen Zwischenverhältnisse in dieser Aufgabe nur annähernd richtig sind, so kann das hier gefundene Resultat nicht so genau sein, als man es erhält, wenn man die Aufgabe nach dem kürzeren Verfahren in §. 131. löst.

3) 20□' 24□''d. bayerisch, wie viel nach englischem Duodecimalmaß?

Auflösung.

x□' engl.	20,24□' bayer.
1□' bayer.	0,292 · 0,292□m
0,3048 · 0,3048 □m	1□' engl.

x = 18□' 79□'' 116,2...□''' engl.

4) 22c' 132c''dd. preußisch, wie viel nach Frankfurter Decimalmaß?

Auflösung.

xc' Frankf.	$22\frac{132}{1728}$ c' preuß.
1c' preuß.	0,3138 · 0,3138 × 0,3138km
0,2846 · 0,2846 × 0,2846km	1c' Frankf.

x = 29c' 592,5...c''dec. Frankf.

5) Wie viel bayerische Pfund beträgt der Atmosphärendruck auf 1 bayerischen □ Zoll dd., wenn der Atmosphärendruck auf 1□cm = 1,0336 ... Kilogramm ist?

Auflösung.

x bayer. ℔	1□''dd. bayer.
144□'' bayer.	1□' bayer.
1□' bayer.	□cm 29,186 · 29,186
1□cm	1,0336Kg
0,56Kg	1 ℔ bayer.

x = ?

6) Wie viel Bremer Viertel sind 30 Hannoveraner Stübchen, wenn 1 Hannov. Ohm = 4 Hannov. Anker à 10 Stübchen, und 1 Bremer Oxhoft = 1½ Bremer Ohm à 4 Anker à 5 Viertel, und 1 Hannov. Ohm = 145,7 Liter, und 1 Bremer Oxhoft = 203,38 Liter?

Auflösung.

x Br. Viert.	30 Hannov. St.
10 Hannov. St.	1 Hannov. Ank.
4 Hannov. Ank.	1 Hannov. Ohm
1 Hannov. Ohm	145,7 Liter
203,38 Liter	1 Brem. Oxhoft
1 Brem. Oxhoft	1½ Brem. Ohm
1 Brem. Ohm	4 Brem. Ank.
1 Brem. Anker	5 Brem. Viertel

x = ?

7) Wie viel Franken kostet 1 Ballen Schreibpapier, wenn 1 Bogen 1 Pf. kostet.

Auflösung.

x Franken	1 Ballen
1 Ballen	10 Ries
1 Ries	20 Buch
1 Buch	24 Bogen
1 Bogen	1 Pf.
4 Pf.	1 xr
28 xr	1 Frank

x = ?

8) 1 Würtemb. Simri Roggen gibt 3 Maß 3 Schoppen Branntwein (würt. Maß). Wie viel bayer. Ctr Roggen braucht man, um 2½ bayer. Schenkeimer Brantwein zu erhalten, wenn 1 würt. Schäffel Roggen 275 würtemb. ℔ wiegt?

Auflösung.

x bay. Ctr Rogg.	2½ bayer. Eim.
1 bayer. Eim.	64,14 Liter
1,837 Liter	1 würt. Maß
3¾ würt. Maß	1 würt. Simri
8 würt. Simri	1 würt. Schäff.
1 würt. Schäff.	275 würt. ℔
1 würt. ℔	500 Gramm
560 Gramm	1 bayer. ℔
100 bayer. ℔	1 bayer. Ctr

x = ?

9) Wie viel Kreuzer kostet beim Verkaufe das bayerische ℔, wenn beim Einkaufe 5 sächsische Ctr 136 Preußenthaler kosten und an je 100 xr (oder Rth. oder fl ꝛc.) Auslagen 10 xr (oder Rth. oder fl ꝛc.) gewonnen werden sollen?

Auflösung.

x xr	1 bayer. ℔
1 bayer. ℔	560 Gramm
500 Ctr	1 sächs. ℔
100 sächs. ℔	1 sächs. Ctr
5 sächs. Ctr	136 Rth.
1 Rth.	1¾ fl
1 fl	60 xr
100 xr Einkauf	110 xr Verkauf.

x = ?

10) 1 ℔ ungebrannter Kaffee gibt 24 Lth gebrannten, wovon das Lth $1\frac{1}{2}$ kr kostet. Was erlöst man aus 175 ℔ ungebrannten Kaffee?

11) Für 55 fl erhält man 1 Ctr; wie viel Lth bekommt man für 12 kr?

12) Wie viel bayerische Pfund wiegt ein bayerischer Kubikfuß Wasser, wenn ein bayerischer Fuß = $29{,}1859^{cm}$ und das bayerische Pfund = 560 Gramm ist?

13) Wie viel preußische Pfund wiegt ein preußischer Kubikfuß Wasser, wenn ein bayerischer 44,394 . . . bayerische Pfund wiegt?

14) Wie viel badische Pfund wiegen 540 badische Decimalkubikzoll Zinn, wenn dieses 7,27 mal so schwer ist als Wasser und der bayerische Kubikfuß Wasser 44,394 . . . bayerische Pfund wiegt?

15) Ein Zimmer ist nach Frankfurter Maß $15\frac{1}{2}'$ lang, $14\frac{1}{2}'$ breit und $10'$ hoch; wie viel Kubikmeter enthält es?

16) Wenn der Atmosphärendruck auf einen bayerischen Duodecimalquadratzoll 10,928 bayerische Pfund beträgt, wie viel beträgt er a) auf den preußischen Duodecimalquadratzoll nach preußischem Gewicht? b) auf den Quadratcentimeter nach Grammgewicht?

17) Wie viele Preußenthaler kosten $1118\frac{1}{2}$ Decimalkubikruthen, wenn der Kubikfuß $4\frac{1}{2}$ kr kostet?

18) Wie viele Gulden kostet der Centner, wenn das Quint 3 Pf kostet?

19) Wie viele Gulden s. W. kosten 160 Wiener Ellen, wenn 5 Wiener Ellen 12 fl ö. W. kosten?

20) 120 sächsische Ellen kosten 67 Preußenthaler; wie viele Gulden ö. W. kostet die Wiener Elle?

21) Wie viele Gulden ö. W. kosten 160 englische Handelspfund, wenn 1 engl. Dram = 8 engl. Pences und 12 engl. Pences = 1 Schilling und 20 Schilling = 1 Pfund Sterling und 1 Pfund Sterling = 11 fl 40 kr s. W. und 7 fl s. W. = 6 fl ö. W.?

22) Wie viele engl. Schillinge sind 14 Hamburger Schillinge, wenn 16 Hamb. Schillinge = 1 Hamb. Mark = $52\frac{1}{2}$ kr s. W. und 20 engl. Schillinge = 1 Pfund Sterling = 11 fl 40 kr?

23) 18 Rubel 85 Kopeken, wie viel nach preußischem Gelde, wenn 1 Rubel = 100 Kopeken = 1 fl 53 kr s. W.?

24) 45 Schillinge, 3 Stüber schwedisch, wie viel nach ö. W. wenn 4 schwed. Stüber = 1 schwed. Schilling und 48 schwed. Schillinge = 1 schwed. Reichsthaler = 40 kr s. W.?

25) 5440 schwed. Reichsthaler, wie viele Preußenthaler? Sieh vorhergehende Aufgabe.

26) 6000 türkische Piaster, wie viel Franken, wenn 1 Piaster = $6\frac{1}{4}$ kr.

27) Eine Bremer Pistole = 5 Bremer Thaler à 1 fl 51 kr s. W. und eine Lübische Mark = $52\frac{1}{2}$ kr s. W. Wie viele Bremer Pistolen sind demnach 100 Lübische Mark?

Procentrechnung.

§. 139.

Die Procentrechnung hat zum Zweck, das gegenseitige Verhältniß zweier Zahlen dadurch anzugeben, daß man untersucht, wie viele Einheiten der einen Zahl zugleich bei je 100 Einheiten der anderen vorkommen. Diese für je 100 Einheiten gefundene Zahl wird **Procent** (Zahl für's Hundert) genannt und erhält das Zeichen $\frac{0}{0}$. Die Zahl 100 ist die Vergleichungszahl oder Normalzahl. Will man z. B. bestimmen, wie steil eine schiefe Ebene ist, so gibt man an, um wie viel Meter oder Fuß 2c. man sich jedesmal in senkrechter Richtung erhebt, so oft man auf derselben beziehungsweise 100 Meter oder Fuß 2c. aufwärts geht. Hat man sich z. B. bei je 100 Meter oder Fuß 2c. aufwärts zugleich beziehungsweise immer um 15 Meter oder Fuß 2c. senkrecht erhoben, so sagt man, die Ebene habe 15$\frac{0}{0}$ Steigung. Ein Fluß hat z. B. $\frac{1}{12}$ $\frac{0}{0}$ Gefäll, wenn sein Wasserspiegel bei je 100 Meter oder Fuß 2c. längs des Flußbeetes abwärts beziehungsweise immer um $\frac{1}{12}$ Meter oder Fuß 2c. tiefer liegt. Eine Mischung von Wasser und einer anderen Flüssigkeit enthält z. B. 4$\frac{1}{4}$ Raumprocent Wasser, wenn bei je 100 Raumeinheiten (Liter oder Maß oder Schoppen 2c.) Mischung immer 4$\frac{1}{4}$ Raumeinheiten Wasser sind. Die Mischung enthält z. B. 7 Gewichtsprocent Wasser, wenn bei je 100 Gewichtseinheiten (Pfund oder Loth oder Gramm 2c.) Mischung immer 7 Gewichtseinheiten Wasser sind.

Solche Angaben nach Procent, durch welche das gegenseitige Verhältniß zweier Zahlen einfach und übersichtlich dargestellt wird, müssen jedoch noch näher bestimmt werden, indem die Berechnung nach Procent auf dreifache Weise geschehen kann. Man kann nämlich entweder angeben, wie viele Einheiten der einen Zahl auf je 100 und ebenso viele Einheiten der anderen kommen, und diese Anzahl Einheiten heißt Procent **auf's** Hundert. Oder man kann angeben, wie viele Einheiten der einen Zahl auf je 100 Einheiten der anderen kommen und diese Anzahl Einheiten heißt Procent **vom** Hundert, ist am gebräuchlichsten und wird auch Procent schlechtweg genannt. Oder endlich, man kann angeben, wie viele Einheiten der einen Zahl mit Einheiten der anderen zusammen jedesmal 100 ausmachen, also in je 100 Einheiten überhaupt enthalten sind und diese Anzahl Einheiten heißt Procent **im** Hundert. Wenn z. B. an einer Waare 9$\frac{0}{0}$ auf's Hundert gewonnen werden, so heißt dieses: An je 109 fl. oder xr. oder Rth. 2c. 2c. Einkaufssumme werden beim Verkauf der Waare immer 9 fl. oder xr. oder Rth. 2c 2c. gewonnen, so daß also auf je 109 Einheiten Auslage immer 9 Einheiten Gewinn kommen. Werden aber 9$\frac{0}{0}$ vom Hundert gewonnen, so heißt dieses: Beim Verkauf der Waare werden an je 100 fl. oder xr. 2c. Einkaufssumme immer 9 fl. oder xr. 2c. 2c. gewonnen, so daß also jetzt schon auf je 100 Einheiten Auslage immer 9 Einheiten Gewinn kommen. Wenn aber

9% im Hundert gewonnen werden, so heißt dieses: Beim Verkauf der Waare sind in je 100 fl oder kr. &c. Einnahme immer 9 fl oder kr. &c. Gewinn, so daß auf je 91 Einheiten Auslage immer 9 Einheiten Gewinn kommen.

Nimmt man statt der Zahl 100 die Zahl 1000 als Vergleichungszahl an, so nennt man die Zahl für jedes Tausend **Promille** und bezeichnet sie mit ‰.

Beispiele über Procente im und **vom** Hundert.

§. 140.

1) Ein Kaufmann kaufte für 2763 fl Waare und gewann oder verlor beim Verkaufe derselben 4%. Wie groß ist der Gewinn oder Verlust und wie groß der Verkaufspreis?

Auflösung.

Auf je 100 fl Einkauf kommen 4 fl Gewinn oder Verlust
auf 2763 fl " " x fl " " "
100 : 4 = 2763 : x
x = $110\frac{13}{25}$ fl Gewinn oder Verlust.
Also Verkaufspreis beim Gewinn = 2763 fl + $110\frac{13}{25}$ fl = $2873\frac{13}{25}$ fl
Verkaufspreis beim Verlust = 2763 fl — $110\frac{13}{25}$ fl = $2652\frac{12}{25}$ fl

Der Verkaufspreis läßt sich auch direkt auf folgende Weise berechnen:

100 fl Einkauf werden durch Gewinn zu 104 fl
2763 fl " " " " " x fl; also
100 : 104 = 2763 : x
x = $2873\frac{13}{25}$ fl Verkaufspreis beim Gewinn.
Ebenso: 100 fl Einkauf werden durch Verlust zu 96 fl
2763 fl " " " " " x fl; also
100 : 96 = 2763 : x
x = $2652\frac{12}{25}$ fl Verkaufspreis beim Verlust.

Weil die Zahl 4% der 25te Theil von 100 ist, so müssen auch die $110\frac{13}{25}$ fl Gewinn oder Verlust der 25te Theil von 2763 fl sein. Es sind bei der Berechnung der Procente **vom** Hundert noch folgende Abkürzungen vortheilhaft:

Bei 4% betragen die Procente den 25ten Theil der ganzen Summe, weil 4 = $\frac{100}{25}$.
" 1% betragen die Procente " 100ten " " " " weil 1 = $\frac{100}{100}$.
" 2% betragen die Procente " 50ten " " " " weil 2 = $\frac{100}{50}$.
" 5% betragen die Procente " 20ten " " " " weil 5 = $\frac{100}{20}$.
" 10% betragen die Procente " 10ten " " " " weil 10 = $\frac{100}{10}$.
" 20% betragen die Procente " 5ten " " " " weil 20 = $\frac{100}{5}$.

Bei 30% betragen die Procente den $3\frac{1}{3}$ten Theil der ganzen Summe weil $30 = \frac{100}{3\frac{1}{3}}$.

" 40% betragen die Procente " $2\frac{1}{2}$ten " " " " weil $40 = \frac{100}{2\frac{1}{2}}$.

" 50% betragen die Procente die Hälfte " " " weil $2 = \frac{100}{50}$.

" 100% betragen die Procente die ganze Summe selbst

" 110% betragen die Procente $1\frac{1}{10}$ mal die ganze Summe weil $110 = 1\frac{1}{10} \times 100$.

" 120% betragen die Procente $1\frac{1}{5}$ " " " " weil $120 = 1\frac{1}{5} \times 100$.

" $\frac{1}{2}$ % betragen die Procente den 200ten Theil der ganzen Summe weil $\frac{1}{2} = \frac{100}{200}$.

" $\frac{1}{3}$ % betragen die Procente " 300ten " " " " weil $\frac{1}{3} = \frac{100}{300}$.

" $\frac{1}{4}$ % betragen die Procente " 400ten " " " " weil $\frac{1}{4} = \frac{100}{400}$ ꝛc.

2) Wie viel sind demnach a) 1% b) 2% c) 5% d) 20% e) 40% f) 100% g) 150% h) $\frac{1}{2}$% i) $\frac{1}{3}$% 4800?

Antwort. a) $\frac{4800}{100} = 48$ b) $\frac{4800}{50} = 96$ c) $\frac{4800}{20} = 240$ d) $\frac{4800}{5} = 960$ e) $\frac{4800}{2\frac{1}{2}} = 1920$ f) 4800 g) $4800 \times 1\frac{1}{2} = 7200$ h) $\frac{4800}{200} = 24$ i) $\frac{4800}{300} = 16$.

3) Wenn unter 5225 Stück einer Waare 8% Ausschuß sind; wie viel Stück Ausschuß kommen in dieser Waare vor und wie viel Stück gute Waare?

Auflösung. In 100 Stück Waare sind enthalten 8 Stück Ausschuß
" 5225 " " " " x

also $100 : 8 = 5225 : x$
$x = 418$ Stück Ausschuß;
also gute Waare $= 5225 - 418 = 4807$ Stück.

Die Anzahl der Stück gute Waare läßt sich direkt auf folgende Weise finden:

In 100 Stück Waare sind 92 Stück gute Waare enthalten
" 5225 " " " x " " " "

also $100 : 92 = 5225 : x$
$x = 4807$ Stück gute Waare.

Auch jede andere in der Aufgabe vorkommende Größe kann man als unbekannt annehmen und aus den übrigen bekannten Größen berechnen.

Wird z. B. gefragt, wie viel Procent Ausschuß sich in 5225 Stück befindet, wenn darin 418 Stück Ausschuß sind, so hat man

$5225 : 418 = 100 : x$
$x = 8\%$. Ferner:

Unter einer Waare befinden sich 418 Stück 8-procentiger Ausschuß, wie viel Stück Waare sind es?

Antwort. In 100 Stück Waare sind 8 Stück Ausschuß
„ x „ „ „ 418 „ „ also
$8 : 418 = 100 : x$, und hieraus $x = 5225$ Stück.

4) Die Bevölkerung einer Stadt besteht aus 2035 Katholiken, 2514 Protestanten und 451 Juden. Welches ist das Procentverhältniß a) der Katholiken b) der Protestanten c) der Juden zur Gesammtbevölkerung?

Auflösung.

Gesammtbevölkerung = 2035 + 2514 + 451 = 5000 Einwohn.
5000 Einwohn. : 2035 Kath. = 100 Einwohn. : x Kath., und hieraus:
$x = 40\frac{7}{10}$ % Katholiken, d. h. unter je 100 Einwohnern sind immer 40 Katholiken und bei jedem 10ten Hundert Einwohner sind noch 7 Katholiken mehr als 40 zu rechnen.

Auflösung zu b und c nebst Erklärung des jedesmaligen Bruches und Probe?

5) Wenn in einem Weingeiste a) $1\frac{1}{4}$ % b) $3\frac{1}{2}$ % c) 7 % Wasser sind, wie viel Wasser ist in 12 Liter Weingeist?

6) Wie viel Procent Wasser oder Wein sind in einer Mischung von a) 20 Liter Wein und $1\frac{1}{2}$ Liter Wasser b) 30 Liter Wein und 11 Liter Wasser c) 14 Liter Wein und $1\frac{1}{4}$ Liter Wasser?

Nach Procent im Hundert zu berechnen.

7) Der Wasserspiegel eines Flusses ist $4\frac{1}{2}$ Stunden (à 12500′) weiter unten um 19′ 10″ tiefer gelegen; welches Gefäll hat der Fluß durchschnittlich?

8) Wenn ein Fußgänger in 1 Sekunde $3\frac{1}{2}$′, ein Schnellläufer 25′, ein Rennpferd 50′, der Sturmwind 125′ eine Kanonenkugel 2300′ und der Schall 1200′ zurücklegt, welches sind die Procentverhältnisse dieser einzelnen Geschwindigkeiten zu der des Rennpferdes?

9) Wenn das Pfund, welches bisher 20 kr kostete, um a) 1 kr b) $2\frac{1}{2}$ kr c) 3 kr aufgeschlagen ist, wie viel Procent ist die Waare aufgeschlagen?

10) Was kostete eine Waare im Einkaufe, wenn sie um $340\frac{1}{2}$ fl verkauft wurde und dabei a) $5\frac{1}{2}$ % gewonnen oder b) $2\frac{1}{2}$ % verloren wurden?

11) Um wie viel ist die Elle, welche bisher 1 fl 20 kr kostete, theuerer zu verkaufen, um 9 % mehr zu gewinnen? Um wie viel wird die nämliche Elle wohlfeiler verkauft bei 5 % Verlust?

12) Um wie viel ist das Pfund, welches bisher 36 kr kostete, theuerer geworden, wenn die Waare $8\frac{1}{2}$ % aufgeschlagen ist; um wie viel ist es wohlfeiler geworden, wenn die Waare 5 % abgeschlagen hat?

13) An 525 ℔ à 34 kr gewinnt man 32 fl 42 kr; welches ist der Procentgewinn im Hundert und welches der Ankaufspreis?

14) Aus einer Konkursmasse wurden statt 14840 fl nur 7752 fl bezahlt. Wie viel Procent ging den Gläubigern verloren?

15) Ein Geschäftsmann kassirte eine Schuld ein und zahlte nach

Abzug von $1\frac{1}{2}\frac{0}{0}$ im Hundert die Summe von 1450 fl; wie groß war die einzukassirende Schuld?

16) Frisches Heu verliert in den 5 ersten Monaten 12 ℔ am Centner, welches ist der Verlust an 14 Fuhren Heu à 30 Ctr?

Beispiele über Procente auf's Hundert.

§. 141.

1) Eine Waare wurde um 588 fl gekauft und beim Verkaufe wurden $10\frac{0}{0}$ gewonnen oder verloren. Welches ist der Gewinn oder Verlust und wie groß der Verkaufspreis?

Auflösung.

Mit 110 fl Einkaufspreis werden immer 10 fl gewonnen oder verloren
" 588 fl " " " x fl; also

$110 : 10 = 588 : x$

$x = 53\frac{5}{11}$ fl Gewinn oder Verlust.

Also Verkaufspreis beim Gewinn $= 588$ fl $+ 53\frac{5}{11}$ fl $= 641\frac{5}{11}$ fl und Verkaufspreis beim Verlust $= 588$ fl $- 53\frac{5}{11}$ fl $= 534\frac{6}{11}$ fl.

Der Verkaufspreis läßt sich auch direkt auf folgende Weise berechnen:

110 fl Einkauf werden beim Verkaufe zu 120 fl
588 fl " " " " " x; also

$110 : 120 = 588 : x$

$x = 641\frac{5}{11}$ fl Verkaufspreis beim Gewinn.

Ferner: 110 Einkauf werden beim Verkauf zu 100 fl
588 " " " " " x; also

$110 : 100 = 588 : x$

$x = 534\frac{6}{11}$ fl Verkaufspreis beim Verlust.

Auch in diesen Beispielen kann man jede andere in der Aufgabe vorkommende Größe als unbekannt annehmen und aus den übrigen bekannten Größen berechnen.

Wird z. B. gefragt, wie viel Procent auf's Hundert gewonnen oder verloren wurde an einer Waare, die um 588 fl gekauft und beziehungsweise um $641\frac{5}{11}$ fl oder $534\frac{6}{11}$ fl wieder verkauft wurde, so hat man, wenn man das Procent auf's Hundert $= x$ setzt:

$(100 + x)$ fl Einkaufspreis werden durch den Gewinn zu $(100 + 2x)$ fl Verkaufspreis
wenn 588 " " " " " " " $641\frac{5}{11}$ fl Verkfspr. wurden.

Also verhält sich $(100 + x) : (100 + 2x) = 588 : 641\frac{5}{11}$, also nach §. 122.

$(100 + x) \times 641\frac{5}{11} = (100 + 2x) \times 588$ oder wenn man wirklich multiplizirt:

$64145\frac{5}{11} + 641\frac{5}{11} \times x = 58800 + 1176 x.$

Subtrahirt man in dieser Gleichung auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens, die Zahl 58800, so wird Gleiches von Gleichem subtrahirt und man erhält wieder Gleiches, nämlich

$5345\frac{5}{11} + 641\frac{5}{11} x = 1176 x$

Subtrahirt man in dieser Gleichung auf beiden Seiten $641\frac{5}{11}$ x, so erhält man wieder Gleiches, nämlich

$5345\frac{5}{11} = 534\frac{6}{11}$ x, also ist

$x = \frac{5345\frac{5}{11}}{534\frac{5}{11}} = 10\%$ Gewinn.

Für den Verlust erhält man einfach:

588 fl wurden durch den Verlust zu $534\frac{6}{11}$ fl

x „ „ „ „ „ „ 100 fl? also

$534\frac{6}{11} : 100 = 588 : x$

$x = 10\%$ Verlust.

Ferner: Wenn an einer Waare $53\frac{5}{11}$ fl gewonnen oder verloren wurden bei 10% auf's Hundert, welches war der Einkaufspreis?

Antwort. 110 fl gewannen oder verloren 10 fl

x „ „ „ „ $53\frac{5}{11}$ fl; also

$10 : 53\frac{5}{11} = 110 : x$

$x = 588$ fl Ankaufspreis.

2) An einer Waare, die um 234 ƒ verkauft wurde, wurden 8% gewonnen, welches ist der Ankaufspreis?

Auflösung.

108 ƒ Ankaufspreis wurden zu 116 ƒ Verkaufspreis

x ƒ „ „ „ 234? also

$116 : 180 = 234 : x$

$x = 217\frac{25}{29}$ ƒ Ankaufspreis.

3) Man will beim Verkaufe 200 ƒ gewinnen, der Gewinn soll 5% betragen; wie theuer muß man verkaufen?

4) An einem Buche, welches 16 ƒ 48 kr kostet, hat der Buchhändler 28% Gewinn; wie groß ist dieser?

5) Man tritt den späteren Empfang einer gewissen Summe ab an Jemanden, welcher sie baar auszahlt, dafür aber $2\frac{1}{2}$ % vom Betrage derselben abzieht. Wie hoch beläuft sich die später erst zahlbare Summe, wenn die dafür erfolgte baare Zahlung 348 ƒ 48 kr beträgt?

Zinsrechnung.

§. 142.

Wenn Jemand Geld darleiht, so hat er dafür, daß er es nicht zu seinen eigenen Zwecken und Vortheilen benützen kann, vom Empfänger desselben (Schuldner) außer der Zurückzahlung der dargeliehenen Summe (Kapital) auch noch eine Entschädigung zu beanspruchen, welche man **Interessen** oder **Zinsen** nennt.

Die Zinsen werden berechnet nach Procent, indem man sich für jedes dargeliehene Hundert nach Verlauf eines jeden Jahres eine gewisse Summe auszahlen läßt. Diese Summe oder die Zinsen für für jedes Hundert des auf 1 Jahr dargeliehenen Kapitals heißen **Procent** oder **Zinsfuß**. Wenn es also z. B. heißt, ein Kapital sei zu 5% ausgeliehen, so heißt dieses mit anderen Wor-

ten: Je 100 ƒ oder Rth. ꝛc. des ausgeliehenen Kapitals tragen in 1 Jahre 5 ƒ oder Rth. ꝛc. Zinsen. Die Zinsen eines ausgeliehenen Kapitals sind also abhängig von 3 Faktoren, nämlich: Von der Größe des Kapitals selbst, vom Zinsfuße und von der Zeit. Werden also für je 100 ƒ dargeliehenes Kapital nach 1 Jahre 1, 2, 3, 4, 5 ... p ƒ Zinsen gezahlt, so sind diese der Ordnung nach $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{5}{100}$ ... $\frac{p}{100}$ von 100 ƒ, und allgemein: Enthält das Kapital a ƒ, so sind die Zinsen nach 1 Jahr $= a . \frac{p}{100}$ ƒ, also nach n Jahren $= a . \frac{p}{100}\, n$ ƒ.

Werden die schuldigen Zinsen eines Kapitals nach Verlauf eines Jahres nicht gezahlt, so können diese für die Folge der Zeit selbst als Kapital betrachtet werden, welches ebenfalls seine Zinsen trägt und solche Zinsen heißen Zinseszinsen oder zusammengesetzte Zinsen.

Sehr häufig werden die Zinsen nach Tagen berechnet. In diesem Falle nimmt man das Jahr zu 360 und den Monat zu 30 Tagen an.

Beispiele.

1) Was betragen die Zinsen von a) 300 ƒ zu 4% in 3 Jahren b) 70 ƒ zu $4\frac{1}{2}$ % in $7\frac{1}{2}$ Jahren c) 5540 ƒ zu 5% in 25 Tagen d) 40 ƒ zu $4\frac{1}{2}$ % in 10 Monaten e) 48 ƒ zu 5% in 7 Wochen f) 75 ƒ zu 6% in 140 Tagen?

Antwort zu a) $300 \times \frac{4}{100} \times 3 = 36$ ƒ b) $70 \times \frac{4\frac{1}{2}}{100} \times 7\frac{1}{2} = 23\frac{5}{8}$ ƒ c) $5540 \times \frac{5}{100} \times \frac{25}{360} = 19\frac{17}{72}$ ƒ d) $40 \times \frac{4\frac{1}{2}}{100} \times \frac{10}{12} = 1\frac{1}{2}$ ƒ e) $48 \times \frac{5}{100} \times \frac{7}{52} = 19\frac{5}{13}$ xr f) $75 \times \frac{6}{100} \times \frac{140}{360} = 1\frac{3}{4}$ ƒ.

2) Wie viel Zinsen trägt ein Kapital von 4525 ƒ zu 4% in $3\frac{1}{2}$ Jahren? Nach der Regel de Tri (§. 137.) aufzulösen.

Auflösung. 100 ƒ Kapital tragen in 1 Jahr 4 ƒ Zinsen
4525 ƒ " " " $3\frac{1}{2}$ " x " also

$100 : 4525 = 4 : x$
$1 : 3\frac{1}{2}$
$x = 633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen.

Auch bei diesen Aufgaben kann man jede andere darin vorkommende Größe als unbekannt annehmen und aus den übrigen bekannten Größen berechnen. Hiebei ist zu bemerken, daß bei den nämlichen Zinsen die Zeit, der Zinsfuß und das Kapital in umgekehrten Verhältnissen zu einander stehen, also zwischen je zweien immer der Schluß gilt: Je mehr, desto weniger oder auch: Je weniger, desto mehr.

Wird z. B. gefragt: Welches Kapital trägt zu 4% in $3\frac{1}{2}$ Jahren $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen, so hat man:

100 ƒ Kapital tragen in 1 Jahre 4 ƒ Zinsen
x ƒ " " " $3\frac{1}{2}$ " $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen, also

$4 : 633\frac{1}{2} = 100 : x$
$3\frac{1}{2} : 1$
$x = 4525$ ƒ Kapital. Wenn ferner gefragt wird, in welcher Zeit 4525 ƒ Kapital zu 4% $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen tragen, so hat man:

100 ƒ Kapital tragen in 1 Jahr 4 ƒ Zinsen
4525 ƒ " " " x " $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen, also

$4525 : 100 = 1 : x$
$4 : 633\frac{1}{2}$
$x = 3\frac{1}{2}$ Jahre.

Wird endlich gefragt, zu wie viel Procent ein Kapital von 4525 ƒ in $3\frac{1}{2}$ Jahren $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen tragen kann, so hat man:

4525 ƒ Kapital tragen in $3\frac{1}{2}$ Jahren $633\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen
100 ƒ " " " 1 " x ƒ " also

$4525 : 100 = 633\frac{1}{2} : x$
$3\frac{1}{2} : 1$
$x = 4$%.

Bei den Zinsrechnungen kann also nach den Zinsen oder nach dem Kapital oder nach der Zeit oder nach dem Zinsfuß gefragt werden, und hiernach unterscheiden sich folgende Aufgaben:

a) Wie viel Zinsen tragen

1) 275 Franken zu 4% in 1 Jahre?
2) 8090 ƒ zu 5% in $4\frac{1}{4}$ Jahren?
3) 1720 Rth. zu $3\frac{1}{2}$% in 14 Wochen?
4) 48 xr zu 5% in $5\frac{1}{4}$ Jahren?
5) 40 ƒ 28 xr zu $5\frac{1}{2}$% in 40 Tagen?
6) 44 xr zu 5% in 17 Wochen?
7) 4 Rth. 20 Sgr zu 4% in 48 Tagen?
8) 40,8 ƒ zu 4,78% in 5,84 Jahren?

b) Welches Kapital trägt zu

1) $4\frac{1}{2}$% in 1 Jahre $480\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen?
2) 5% in 1 Jahre und 5 Monaten $140\frac{1}{3}$ Rth. Zinsen?
3) 4% in 8 Monaten 42 xr Zinsen?
4) $4\frac{1}{2}$% in 4 Jahren und $5\frac{1}{2}$ Monaten 1480 Franken Zinsen?
5) 5% in 10 Wochen 48 Rth. Zinsen?
6) 4,7% in 0,84 Jahren 4,72 ƒ Zinsen?
7) 6% in 70 Tagen $4\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen?
8) $3\frac{1}{2}$% in 1 Jahre und $1\frac{1}{2}$ Monaten 18 ƒ 42 xr Zinsen?

c) Wie lange müssen

1) 4500 ƒ ausstehen, um zu 5% $180\frac{1}{2}$ ƒ Zinsen zu tragen?
2) 1700 ƒ " " " $4\frac{1}{2}$% 48 xr " " "
3) 75 Rth. " " " 4% $7\frac{1}{4}$ Rth. " " "
4) $45\frac{4}{5}$ ƒ " " " 6% $1\frac{3}{4}$ ƒ " " "
5) 7,45 ƒ " " " 5,87% 2,89 ƒ " " "
6) 45 xr " " " 6% 30 xr " " "
7) 2 Rth. 12 Sgr " " " $3\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ Rth. " " "
8) 400 Franken " " " $4\frac{1}{2}$% 40 Frank. " " "

d) Zu wie viel Procent tragen

1) 460 Rth. in 1 Jahr 23 Rth. Zinsen?
2) 45 kr. „ $4\frac{1}{2}$ Jahren 16,2 kr. Zinsen?
3) 7500 fl. „ 24 Tagen 30 fl. „ ?
4) 12 Franken in 25 Tagen 1,4 kr. „ ?
5) $6\frac{2}{3}$ Rth. „ 100 „ $11\frac{2}{3}$ kr. „ ?
6) 9,74 fl. „ 3,4 Jahren 15,98 fl. „ ?
7) 4900 fl. „ $2\frac{1}{2}$ „ $428\frac{3}{4}$ fl. „ ?
8) $4\frac{1}{2}$ fl. „ $7\frac{1}{2}$ „ 1 fl. 21 kr. Zinsen?

Gemischte Beispiele.

1) Jemand sollte am 15. März eine Schuld von 1480 fl. abtragen, blieb sie aber noch schuldig bis zum 20. Oktober desselben Jahres, wo er dann sammt Verzugszinsen die Summe von $1519\frac{3}{4}$ fl. zahlte; zu wie viel % waren die Verzugszinsen berechnet?

Auflösung. Vom 15. März bis 20. Oktober = $7\frac{1}{6}$ Monate. Verzugszinsen = $1519\frac{3}{4}$ fl. — 1480 fl. = $39\frac{3}{4}$ fl. Die Aufgabe ist nun folgende:

1480 fl. Kapital tragen in $7\frac{1}{6}$ Monaten $39\frac{3}{4}$ fl. Zinsen
100 fl. „ „ „ 12 „ x „ „

also $1480 : 100 = 39\frac{3}{4} : x$
$7\frac{1}{6} : 12$
$x = 4\frac{1}{2}$ % nahezu.

2) Ein Kapital, welches am 10. November zurückbezahlt werden sollte, wurde erst am 10. Juni des darauffolgenden Jahres sammt 5 procentigen Zinsen entrichtet in einer Summe von 4116 fl. 40 kr.; wie groß war das Kapital?

Auflösung. Wenn 100 fl. in 12 Monaten 5 fl. Zinsen tragen, so tragen sie in 1 Monat $\frac{5}{12}$ fl., also vom 10. November bis 10. Juni oder in 7 Monaten $7 \times \frac{5}{12}$ fl. = $2\frac{11}{12}$ fl. Nun hat man:

$102\frac{11}{12}$ fl. sammt Zinsen waren vor 7 Monaten noch 100 fl.
$4116\frac{2}{3}$ fl. „ „ „ „ 7 „ „ x fl., also

$102\frac{11}{12} : 4116\frac{2}{3} = 100 : x$
$x = 4000$ fl. Kapital.

3) Welches Kapital trägt zu 5% in 80 Tagen ebenso viel Zinsen als 280 fl. zu 9% in 70 Tagen?

Auflösung. 280 fl. tragen zu 9% in 70 Tagen gewisse Zinsen
x fl. „ „ 5% „ 80 „ dieselben Zinsen?

$80 : 70 = 280 : x$
$5 : 9$
$x = 441$ fl. Kapital.

Oder wird gefragt, in wie viel Tagen 441 fl. zu 5% dieselben Zinsen tragen als 280 fl. zu 9% in 70 Tagen, so hat man:

280 fl. tragen zu 9% in 70 Tagen gewisse Zinsen
441 fl. „ „ 5% „ x „ dieselben Zinsen?

441 : 280 = 70 : x
5 : 9
x = 80 Tage.

Oder wird gefragt, zu wie viel Procent 441 ƒ in 80 Tagen dieselben Zinsen tragen als 280 ƒ zu 9% in 70 Tagen, so hat man:

280 ƒ tragen zu 9% in 70 Tagen gewisse Zinsen
441 ƒ „ „ x „ 80 „ dieselben Zinsen?

441 : 280 = 9 : x
80 : 70
x = 5%.

4) 725 ƒ, welche nicht rechtzeitig gezahlt wurden, wurden später nebst 5 procentigen Zinsen in einer Summe von 835 ƒ abgetragen. Wie lange blieb man das Kapital über die Zeit schuldig?

5) Jemand hat ein Kapital ausgeliehen und nach Verlauf eines Jahres an Kapital und Zinsen 6240 Rℓ. erhalten. Wie viel betrug das Kapital, wie viel betrugen die Zinsen, wenn 4% gerechnet wurden?

6) Wie lange muß ein Kapital von 2000 ƒ zu $4\frac{1}{2}$ % ausstehen, damit es ebenso viele Zinsen trägt als ein Kapital von 3000 ƒ zu 4% in 5 Jahren?

7) In wie viel Jahren kann ein Kapital von 4820 ƒ zu $4\frac{3}{4}$ % 915 ƒ 48 xr Zinsen tragen?

8) Jemand blieb 1200 ƒ schuldig, welche er zu 4% zu verzinsen hatte. Nach Verlauf einer gewissen Zeit zahlte er zur Tilgung seiner Schuld sammt Interessen die Summe von 12600 ƒ. Wie lange blieb die Zahlung rückständig?

9) Es zahlt Jemand 7236 ƒ, um ein Kapital von 6480 ƒ, welches bereits vor $2\frac{1}{2}$ Jahren fällig war, sammt Interessen abzutragen. Wie viel Procent wurde gerechnet?

10) A gibt dem B 2150 ƒ auf 14 Monate ohne Zinsen. Später gibt B dem A 4850 ƒ ebenfalls ohne Zinsen, und zwar so lange, bis beide Vortheile gleich sind. Wie lange läßt B dem A die 4850 ƒ ohne Zinsen?

11) Was betragen a) die jährlichen b) die monatlichen c) die wöchentlichen d) die täglichen Zinsen eines zu 5% ausgeliehenen Kapitals von 85000 ƒ?

12) Jemand möchte sein Geld zu 5% anlegen. Was kann er demnach für ein Gut geben, welches jährlich 800 ƒ rein abwirft?

13) Ein Gut, welches 18400 ƒ kostete, wirft jährlich 890 ƒ durchschnittlich ab, zu wie viel Procent verzinst sich dieses Kapital?

14) Ein Kapital von 1740 ƒ steht 4 Jahre zu 5%; wie lange müssen $1168\frac{1}{2}$ ƒ zu $4\frac{1}{2}$ % stehen, um eben so viele Zinsen zu tragen?

15) A gibt dem B 560 ƒ auf 3 Jahre ohne Zinsen, um ihn für geliehene 980 ƒ zu entschädigen. Wie lange hat A diese 980 ƒ benützt?

16) Es waren 600 ƒ zu 5% auf 3 Jahre, 200 ƒ zu $4\frac{1}{2}$ % auf

$1\frac{1}{4}$ Jahr, 4000 fl zu $4\frac{1}{2}$ % auf 10 Monate und 560 fl zu 5% auf $1\frac{3}{4}$ Jahr ausgeliehen. Was betragen die Zinsen zusammen?

17) Jemand verlangt a) für 50 fl in 14 Tagen 6 xr b) für 2 Kronenthalern in 2 Monaten 1 Frank Zins. Wie viel Procent verlangt er?

18) Für eine gewisse Summe werden nach $4\frac{2}{3}$ Jahren mit Einschluß der Zinsen zu 6% 4218 fl zurückbezahlt. Wie groß war das ursprüngliche Kapital?

19) Es wurde ein Kapital sammt 6 jährigen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ % in einer Summe von 5490 fl heimbezahlt. Welches war das ausgeliehene Capital und welches waren die Zinsen?

Skonto- und Rabattrechnung.

§. 143.

Skonto, Diskonto oder **Diskont,** auch **Rabatt** genannt, ist der Abzug, den sich ein Gläubiger gefallen läßt, wenn ihm eine Summe früher bezahlt wird, als sie unverzinslich fällig ist. Der Abzug muß in der Weise geschehen, daß er nach den Regeln der Zinsrechnung dem Schuldner den durch frühere Zahlung verursachten Zinsverlust ersetzt. Man betrachtet daher die Zahlungssumme als Summe eines Capitals sammt Zinsen und berechnet den Abzug **auf's** Hundert, indem man 100 fl von nun an bis zum Zahlungstage zu 101, 102, 103, 104 rc. fl angewachsen betrachtet und dem Gläubiger jetzt 100 fl zahlt statt später 101, 102, 103, 104 rc. fl. Oder was noch häufiger geschieht, man berechnet den Abzug **vom** Hundert, indem man dem Gläubiger die Zinsen von jedem Hundert abzieht und jetzt 99, 98, 97, 96, rc. fl zahlt statt später 100 fl. Diskont vom Hundert ist vortheilhafter für den Schuldner, Diskont auf's Hundert ist vortheilhafter für den Gläubiger. Warum? Den Werth einer Summe, welche erst nach einer gewissen Zeit fällig ist, für frühere Bezahlung bestimmen, heißt man die Zahlung **diskontiren.** Rabatt und Diskonto sind bei Capitalschulden gleichbedeutend. Bei Zahlungen auf empfangene Waaren aber heißt der Abzug vorzugsweise **Rabatt;** dieser ist oft nur ein scheinbarer, indem der Preis der Waare vom Verkäufer oft schon so gestellt ist, um Rabatt ohne Nachtheil gewähren zu können.

Bei den Skonto- oder Rabattrechnungen kann a) der Rabatt b) die Baarzahlung oder **diskontirte Summe,** c) die später erst zu zahlende oder zu **diskontirende Summe,** d) die Zeit und e) der Zinsfuß berechnet werden, wenn die übrigen Stücke der Aufgabe bekannt sind.

Wenn es nicht ausdrücklich bemerkt ist, so ist in allen folgenden Beispielen die Angabe des Zinsfußes für die Dauer eines ganzen Jahres zu verstehen.

Beispiele über Diskont auf's Hundert.

§. 144.

1) Ein nach 8 Monaten fälliges Kapital wird zu 5% diskontirt und mit 1710 ₰ gezahlt. Wie viel beträgt der Diskont und das zu diskontirende Kapital?

Auflösung: 100 ₰ tragen in 12 Monaten 5 ₰ Zinsen
1710 „ „ „ 8 „ x „ „

100 : 1710 = 5 : x
12 : 8

und hieraus folgt x = 57 ₰ Diskonto,
also zu diskontirendes Kapital = 1710 ₰ + 57 ₰ = 1767 ₰.

Oder:

Da 100 ₰ zu 5% in 8 Monaten $3\frac{1}{3}$ ₰ Zinsen tragen, so hat man: 100 ₰ jetzt sind nach 8 Monaten $103\frac{1}{3}$ ₰
1710 „ „ „ „ 8 „ x „

100 : 1710 = $103\frac{1}{3}$: x und hieraus
x = 1767 ₰ zu diskontirendes Kapital, also
Diskont = 1767 ₰ — 1710 ₰ = 57 ₰.

2) Eine am 1. September fällige Summe wird am 1. Mai mit $5\frac{1}{2}$% diskontirt, der Diskont beträgt 36 ₰ 80 Nkr ö. W. Welches ist die diskontirte und welches die zu diskontirende Summe?

Auflösung. 100 ₰ tragen in 360 Tagen $5\frac{1}{2}$ ₰ Zinsen
x „ „ „ 120 „ 36,8 „ „

120 : 360 = 100 : x
$5\frac{1}{2}$: 36,8

x = 2007,27 . . . ₰ diskontirte Summe, also
zu diskontirende Summe = 2007,27 ₰ + 36,8 ₰ = 2044,07 ₰.

3) Eine Schuld wurde baar mit 1080 ₰ abgetragen mit einem 5procentigen Diskont von $15\frac{1}{4}$ ₰, wie viel Tage später wäre die Schuld zu bezahlen gewesen?

Auflösung.

100 ₰ müssen, um 5 ₰ Zinsen zu tragen, 360 Tage stehen
1080 „ „ „ $15\frac{1}{4}$ ₰ „ „ „ x „ „

1080 : 100 = 360 : x
5 : $15\frac{1}{4}$

x = 102 Tage beinahe.

4) Statt einer Summe von 850 Rth. nach 5 Monaten werden jetzt 836 Rth. baar bezahlt, zu wie viel Procent wurde diese Summe diskontirt?

Auflösung. 836 Rth. tragen in 5 Monaten 14 Rth. Zinsen
100 „ „ „ 12 „ x „ „

836 : 100 = 14 : x
5 : 12

x = 4,019 . . . %.

5) 800 fl, zahlbar nach 3 Jahren, werden zu 4% diskontirt, welches ist die diskontirte Summe?

Auflösung.

100 fl sind zu 4% nach 3 Jahren angewachsen zu 112 fl
x " " " 4% " 3 " " " 800 " ꝛc.

a) Wie groß ist der Diskont, wenn das diskontirte Kapital beträgt:

1) 440 Rth. zu 4½% für 7½ Monate?
2) 4000 fl zu 6% für 3½ Monate?
3) 100¼ ö. W. zu 5% für 2¼ Jahre?
4) 1475 Franken zu 4% für 58 Tage?

b) Wie groß ist das diskontirte Kapital, wenn der Diskont auf's Hundert beträgt:

1) 10 fl 48 xr zu 4½% für 5½ Monate?
2) 45,7 fl ö. W. zu 5% für 1¼ Jahr?
3) 72⅗ Rth. zu 4% für 11 Monate?
4) 80 Franken zu 5% für die Zeit vom 10. April bis 28. Oktbr.?

c) Wie groß ist das diskontirte Kapital, wenn das zu diskontirende beträgt:

1) 740½ fl bei 5% und 58 Tagen Zahlungszeit?
2) 1080 fl ö. W. bei 4½% und 120 Tagen Zahlungszeit?
3) 700 Rth. bei 5% und 1½ Jahr Zahlungszeit?
4) 3000 Franken bei 5½% und 8½ Monaten Zahlungszeit?

d) Wie groß ist das zu diskontirende Kapital, wenn das diskontirte beträgt:

1) 1640 fl bei 4% und 128 Tagen Zahlungszeit?
2) 458 fl ö. W. bei 5% und 4½ Monaten Zahlungszeit?
3) 880 Franken bei 4¼% vom 1. April bis 20. Oktober?
4) 1000 Rth. bei 4½% und 10⅓ Monaten Zahlungszeit?

e) Wie groß ist das zu diskontirende Kapital, wenn der Diskont auf's 100 beträgt:

1) 40¼ fl zu 4% in 1¼ Jahr?
2) 48⅓ Rth. zu 5% in 2⅓ Jahren?
3) 108 Franken zu 5½% in 10 Monaten?
4) 2,5 fl ö. W. zu 4% in 5 Monaten?

f) Wie groß ist der Diskont, wenn das zu diskontirende Kapital beträgt:

1) 1470 fl bei 4½% und 48 Tagen Zahlungszeit?
2) 548⅗ Rth. bei 4% und dem Zahlungstermine von Neujahr bis 20. August.

3) Eine Summe von 2100 Rth., welche nach einiger Zeit fällig war, wurde nach Abzug des Rabattes mit 1950 Rth. gezahlt, zu wie viel Procent wurde diskontirt?

4) Für eine Summe von 428 fl ö. W. wurden nach Abzug des Diskonts 385 fl 50 Nkr gezahlt, zu wie viel Procent wurde der Diskont berechnet?

5) Ein Kapital von 500 Rth., nach 2 Jahren zahlbar, wird sogleich mit 420 Rth. bezahlt, wie viel Procent Rabatt wurde gerechnet?

Beispiele über Diskont vom Hundert.

§. 145.

1) Jemand hat nach $3\frac{1}{2}$ Monaten 7200 fl. zu zahlen, bei jetziger Zahlung darf er von jedem Hundert 6 fl. abziehen. Wie viel beträgt der Rabatt und die baare Zahlung?

Auflösung. 100 fl. nach $3\frac{1}{2}$ Monaten sind jetzt 94 fl. baar
7200 „ „ $3\frac{1}{2}$ „ „ „ x „ also
$100 : 7200 = 94 : x$ und hieraus
$x = 6768$ fl. diskontirte Summe, mithin
Rabatt = 7200 fl. — 6768 fl. = 432 fl.

2) Jemand zahlte eine am 26. Juli fällige Summe von 460 fl. schon am 10. März mit 5% Rabatt, wie viel betrug die baare Zahlung?

Auflösung. 100 fl. tragen in 360 Tagen 5 fl. Zins
100 „ „ „ 136 „ x „ „
$360 : 136 = 5 : x$ und hieraus
$x = 1\frac{8}{9}$ fl. Rabatt von 100 fl. in 136 Tagen, ferner:
100 fl. nach 136 Tagen sind jetzt $98\frac{1}{9}$ fl.
460 „ „ 136 „ „ „ x
$100 : 460 = 98\frac{1}{9} : x$ und hieraus
$x = 451\frac{14}{45}$ fl. baare Zahlung.
Oder man berechne die Zinsen von 460 fl. zu 5% für 136 Tage und ziehe sie von 460 fl. ab.

Wird gefragt, wie viel die um 136 Tage spätere Zahlung beträgt, wenn jetzt $451\frac{14}{45}$ fl. bei 5% Diskonto gezahlt werden, so hat man die Zinsen von $451\frac{14}{45}$ fl. zu 5% für 136 Tage zu berechnen und zu den $451\frac{14}{45}$ fl. zu zählen. Oder:
$98\frac{1}{9}$ fl. jetzt sind nach 136 Tagen 100 fl.
$451\frac{14}{45}$ fl. „ „ „ 136 „ x „
$98\frac{1}{9} : 451\frac{14}{45} = 100 : x$ und hieraus
$x = 460$ fl. spätere Zahlung.

Wird nach Procent gefragt, wenn eine nach 136 Tagen zahlbare Summe von 460 fl. jetzt zu $451\frac{14}{45}$ fl., (also um $8\frac{31}{45}$ fl. weniger) gezahlt wird, so hat man:
460 fl. haben in 136 Tagen $8\frac{31}{45}$ fl. Zinsen getragen
100 „ „ „ 360 „ x „ „ also
$460 : 100 = 8\frac{31}{45} : x$
$136 : 360$
$x = 5\%$ Rabatt.

3) Welches ist der jetzige Werth von 2860 fl., wenn diese bei $4\frac{1}{2}$% Rabatt $3\frac{1}{4}$ Jahre früher gezahlt werden?

Auflösung.

100 fl. nach $3\frac{1}{4}$ Jahren sind jetzt $(100 - 3\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{2})$ fl. = $85\frac{3}{8}$ fl.
2860 „ „ $3\frac{1}{4}$ „ „ „ x „

100 : 2860 = $85\frac{3}{8}$: x und hieraus
x = $2441\frac{41}{40}$ fl baarer Werth.

4) Von 7634 Rth., welche $1\frac{1}{2}$ Jahr früher gezahlt werden, beträgt der Diskont 357 Rth., wie viel beträgt er vom Hundert?
Auflösung. 7634 Rth. tragen in $1\frac{1}{2}$ Jahren 357 Rth. Zinsen
100 Rth. „ „ 1 Jahre x Rth. „
7634 : 100 = 357 : x
$1\frac{1}{2}$: x
x = 3,117 . . . . %.

5) Nach wie viel Jahren wären 3670 Rth. fällig, wenn jetzt zu $4\frac{1}{3}$ % Diskonto nur 2980 Rth. bezahlt werden?
Auflösung. Diskont = 3670 Rth. — 2980 Rth. = 690 Rth.
100 Rth. tragen in 1 Jahr $4\frac{1}{3}$ Rth. Zinsen
3670 Rth. „ „ x „ 690 Rth. „
3670 : 100 = 1 x
$4\frac{1}{3}$: 690
x = 4,338 . . . . Jahre.

a) Wie groß ist der Diskont, wenn das diskontirte Kapital beträgt:

1) 1640 Rth. bei 5% und 7 Monaten Zahlungszeit?
2) 380 fl bei $5\frac{1}{2}$ % und 47 Tagen „
3) 750 fl „ 4% „ $3\frac{1}{4}$ Jahren „
4) 575 Rth. bei $\frac{5}{8}$ % pro Monat und $1\frac{1}{4}$ Jahr Zahlungszeit.

b) Wie viel beträgt das diskontirte Kapital, wenn der Diskont beträgt:

1) 250 fl bei $5\frac{1}{2}$ % und 85 Tagen Zahlungszeit?
2) $14\frac{1}{2}$ fl „ 4% „ 140 „ „
3) Wenn eine Waare mit 9% Unkosten 40 fl 70 Nkr ö. W. mehr kostete als die Waare selbst, welches ist der Preis der Waare?
4) Eine Rechnung wurde um 25 fl billiger bezahlt bei $4\frac{1}{2}$procentigem Rabatt, welches war die Baarzahlung?

c) Wie viel beträgt das diskontirte Kapital, wenn das zu diskontirende beträgt:

1) 1500 Rth., die am 10. April bezahlt werden sollen, aber schon am 20. August des vorhergehenden Jahres bezahlt wurden bei 6% Diskonto?
2) $28\frac{1}{4}$ fl bei 10% Rabatt?
3) 170 Rth., welche 8 Monate früher bezahlt werden bei monatlichem Rabatt von $\frac{3}{5}$ %?
4) Wenn eine Waare mit $9\frac{1}{2}$ % Unkosten 175 fl 80 Nkr ö. W. kostete, wie viel beträgt der Preis der Waare allein?

d) Wie groß ist das zu diskontirende Kapital, wenn das diskontirte beträgt:

1) 800 fl bei 4% Rabatt und 184 Tagen Zahlungszeit?
2) 258 Rth. „ $3\frac{1}{2}$ % „ „ 140 „ „

3) 140 fl. 48 kr. bei 18% Rabatt?

4) 4080 Rth. bei 6% Rabatt und 4 Jahren Zahlungszeit?

e) Wie groß ist das zu diskontirende Kapital, wenn der Diskont beträgt:

1) 340½ fl. bei 5% und 2 Jahren Zahlungszeit?

2) 11 fl. 40 Nkr. ö. W. bei 4% und einer Zahlungszeit vom 20. Mai bis 11. August?

3) Ein Bauer mußte für die Versicherung seiner Früchte gegen Hagelschlag 24 fl. 48 kr. zahlen, wie hoch beläuft sich die versicherte Summe, wenn 3½ % gerechnet wird?

4) Wie groß war eine am 14. November zahlbare Summe, welche nach Abzug von 7 fl. 50 kr. zu 4½ % am 22. April gezahlt wurde?

f) Wie viel Procent Diskonto wurde gerechnet,

1) Wenn 1400 Rth. 5½ Monate vor der Verfallzeit mit 1371 Rth. bezahlt wurden?

2) Wenn 1260 fl., die nach 10 Monaten fällig waren, mit 1150 fl. gezahlt wurden?

3) Wenn 550 fl., die erst nach 7 Monaten fällig waren, mit 537 fl. 10 kr. gezahlt wurden?

4) Wenn statt 750 Franken nach 5 Monaten jetzt 695 Franken gezahlt werden?

g) Aufsuchung der Zeit.

1) Ein Kapital von 1450 fl. wurde bei einem 5procentigen Rabatt von 15½ fl. baar bezahlt, wie lange hätte dieses Kapital noch stehen können?

100 fl. müssen, um 5 fl. zu tragen, 360 Tage stehen
1450 „ „ „ 15½ „ „ „ x „ „ ꝛc.

2) Eine Schuld wurde gegen 10 fl. 40 kr. Diskont zu 4% in einer Summe von 1440 fl. baar gezahlt; wie lange hätte sie noch stehen dürfen?

3) An welchem Tage wurden 1450 fl., die am 11. November fällig waren, gezahlt, wenn der zu 5% berechnete Diskont 40 fl. betrug?

4) Wann ist eine Summe von 1120 fl. fällig, welche am 15. September bei 4procentigem Diskont mit 1000 fl. gezahlt wird?

Gemischte Beispiele über Diskonto vom und auf's Hundert.

§. 146.

1) Zu einem Hause, welches verkauft werden soll, melden sich zwei Käufer. A bietet 7705 fl., wovon 3365 fl. baar und der Rest nach 8 Jahren erst gezahlt werden soll. B bietet 7722 fl., wovon das erste Drittel nach 2, das zweite nach 4 und das letzte nach 6 Jahren gezahlt werden soll. Welches Gebot ist das bessere, wenn man annimmt, daß der Verkäufer das Geld zu 5% verzinslich anlegen kann?

Auflösung. Da hier die Zinsen der baaren Zahlung zu berechnen sind, so hat man für das Gebot des A:

100 fl. sind nach 8 Jahren zu 5% angewachsen zu 140 fl.
x „ „ „ 8 „ „ 5% „ „ (7705—3365) fl.
140 : 4340 = 100 : x und hieraus
x = 3100 fl. diskontirter Rest, also ist
Werth des Gebotes von A = 3365 fl. + 3100 fl. = 6465 fl.

Für das Gebot des B hat man:

1. Drittel = 2574 fl.; aber disk. Werth zu 5% auf's Hund. für 2 Jahre = 2340 fl.
2. „ = 2574 fl.; „ „ „ „ 5% „ „ „ 4 „ = 2145 fl.
3. „ = 2574 fl.; „ „ „ „ 5% „ „ „ 6 „ = 1980 fl.
Summe = 6465 fl.

d. h. es ist das eine Gebot so viel werth wie das andere.

2) Ein Oekonom verkaufte $12\frac{1}{2}$ Malter Reps, jedes um $19\frac{1}{2}$ fl. baar. Vor 5 Monaten hätte er dasselbe Erträgniß frisch um 18 fl. 12 kr. per Malter und ebenfalls bei baarer Zahlung verkaufen können. Welcher Verkauf ist der vortheilhaftere, wenn der Reps während der 5 Monate um 8% eingetrocknet ist und der Erlös zu 4% hätte untergebracht werden können.

Auflösung. Gebot vor 5 Monaten:

92 Malter jetzt waren vor 5 Monaten 100 Malter
$12\frac{1}{2}$ „ „ „ „ 5 „ x „
92 : $12\frac{1}{2}$ = 100 : x
x = $13\frac{27}{46}$ Malter vor 5 Monaten.

Verkaufspreis derselben vor 5 Monaten = $13\frac{27}{46} \times 18\frac{1}{5}$ fl. = $247\frac{13}{46}$ fl.

100 fl. wären in 5 Monaten angewachsen zu $101\frac{2}{3}$ fl.
$247\frac{13}{46}$ „ „ „ 5 „ „ „ x „
100 : $247\frac{13}{46}$ = $101\frac{2}{3}$: x und hieraus
x = 251,39 ... fl. baarer Werth des Gebotes vor 5 Monaten.

Dagegen ist baarer Werth des jetzigen Gebotes = $12 \times 19\frac{1}{2}$ fl. = 234 fl. Das Gebot vor 5 Monaten ist 17,39 ... fl. mehr werth.

3) Jemand verkaufte seine frische Heuernte zu 420 Ctr., den Centner zu 5 Franken mit voller Zahlung nach 7 Wochen. 7 Monate darauf hätte er für den Ctr. $5\frac{1}{2}$ Franken, die Zahlung aber erst $\frac{1}{4}$ Jahr nach dem Verkaufe erhalten. Welcher Verkauf ist der vortheilhaftere, wenn man annimmt, daß das Heu während der 7 Monate 10% am Gewichte abgenommen hat?

4) Ein Weinproducent verkaufte von seinen 14 Fudern geherbsteten Most 3 Fuder sogleich à 180 fl. baar. 4 Monate darauf, nach 5procentigem Abgang von der Masse, verkaufte er 4 Fuder à 200 fl. baar, den Rest verkaufte er $2\frac{1}{4}$ Jahr nach der Weinlese, während welcher Zeit der Wein jährlich 6% im Fasse zehrte, das Fuder zu 258 fl., wovon die erste Hälfte sogleich und die zweite erst $\frac{1}{2}$ Jahr darauf bezahlt wurde. Welcher von diesen 3 verschiedenen Verkäufen

war im Verhältniß der vortheilhafteste und wie viel beträgt der Unterschied in Vergleich mit dem Fuder beim ersten Verkaufe?

5) Auf eine Wiese bietet A 1850 ƒ baar; B bietet 1000 ƒ baar und nach 1 Jahre noch 900 ƒ; C bietet 2000 ƒ, in 4 gleichen und nach je $\frac{3}{4}$ Jahr zahlbaren Raten, der 1. Termin soll gleich nach dem 1. Vierteljahre sein. Welches Gebot ist das beste, wenn der Verkäufer Gelegenheit hat, sein Geld zu 5% anzulegen.

6) Eine Rechnung von 420 Rth., in 3 Monaten zahlbar, wird zu 5% diskontirt, wie viel beträgt der Diskont und die Baarzahlung? (Diskont zu 5% auf 3 Monate bezogen.)

7) Auf einen Garten bietet A 1400 ƒ baar; B bietet 1460 ƒ, wovon 800 ƒ baar und der Rest in 3 gleichen Raten nach je 6 Monaten zahlbar sind: C bietet 1480 ƒ, wovon 500 ƒ baar und der Rest nach 1 Jahre zahlbar sind. Welches Gebot ist das beste, wenn man sein Geld zu 4% unterbringen kann?

8) Ein Hopfenhändler kaufte 15 bayerische Ctr. Hopfen à $108\frac{1}{3}$ Rth., da er aber sogleich zahlte, wurden ihm 5% Rabatt auf's Hundert bewilligt. Beim Verkaufe kostete der Zoll-Ctr. 112 Rth. Wie viel hätte er für den Hopfen ohne Rabatt zahlen müssen, wie viel zahlte er wirklich, welches ist sein Gesammtgewinn, welches sein Procentgewinn, wenn der Verkauf des Hopfens erst 14 Monate nach dem Einkaufe erfolgte?

Terminrechnung.

§. 147.

Die Terminrechnung zeigt, wann mehrere Kapitalien, welche zu verschiedenen Zeiten unverzinslich zahlbar sind, auf einmal entrichtet werden können, ohne daß dadurch der Gläubiger oder Schuldner einen Zinsverlust erleidet. Die Zeit, nach welcher die verschiedenen Summen auf einmal entrichtet werden, heißt **mittlerer Zahlungstermin.**

Beispiele bei gleichen Zinsfußen.

1) Es sollen 600 ƒ nach 3 Monaten, 400 ƒ nach 5 Monaten und 875 ƒ nach 11 Monaten gezahlt werden, wann können die einzelnen Summen auf einmal abgetragen werden, ohne daß dem Schuldner dabei ein Nachtheil oder Vortheil erwächst?

Auflösung.

600 ƒ nach 3 Monaten tragen dem Schuldner
inzwischen so viele Zinsen als $3 \times 600 = 1800$ ƒ in 1 Mon.
400 ƒ nach 5 Monaten tragen dem Schuldner
inzwischen so viele Zinsen als $5 \times 400 = 2000$ ƒ „ 1 „
875 ƒ nach 11 Monaten tragen dem Schuldner
inzwischen so viele Zinsen als $11 \times 875 = 9625$ ƒ „ 1 „

1875 ƒ nach x Monaten tragen die Schuldner
inzwischen so viel Zinsen als . . . . 13425 ƒ in 1 Mon.

Nun heißt die Aufgabe:

13425 ƒ tragen in 1 Monat gewisse Zinsen
1875 ƒ „ „ x „ dieselben Zinsen?

also 1875 : 13425 = 1 : x und hieraus
$x = 7\frac{4}{25}$ Monate*)

2) Man hat 543 ƒ sogleich und 724 ƒ nach 7 Monaten zu zahlen; wann kann man beide Summen auf einmal abtragen?

Auflösung.

543 fl. sogleich tragen so viele Zinsen als 543 × 0 fl. =	0 fl. in 1 Monat.
724 fl. nach 7 Mon. trag. so viel Zinsen als 724 × 7 fl. =	5068 fl. „ 1 „
1267 fl. nach x Mon. trag. so viele Zinsen	5068 fl. in 1 Monat.

also 1267 : 5068 = 1 : x und hieraus
x = 4 Monate.

3) Es sollen 500 Rth. in 4 Jahren abgetragen werden, so daß jedes Jahr 125 Rth. bezahlt werden; wann kann dieses auf einmal geschehen?

4) Ein Haus kostet 14000 ƒ; davon sollen 5000 ƒ baar, 7000 ƒ nach ½ Jahr und der Rest nach 1½ Jahr gezahlt werden. Wann kann die ganze Kaufsumme auf einmal entrichtet werden?

5) 4800 Rth., die in 5 gleichen Raten nach je 3 Monaten zahlbar sind sollen auf einmal gezahlt werden; wann kann dieses geschehen?

Beispiele bei verschiedenen Zinsfußen.

§. 148.

Man berechne zuerst den mittleren Zinsfuß auf ähnliche Weise wie in den vorhergehenden Beispielen, hierauf berechne man wie oben den mittleren Zahlungstermin.

1) Jemand soll 700 Rth. nach 5 Monaten, 1000 Rth. nach 9 Monaten und 1500 Rth. nach 15 Monaten zahlen. Er kann aber vor der Zahlung die 700 Rth. noch zu 4%, die 1000 Rth. zu 6% und die 1500 Rth. zu 5% benutzen. Wenn nun der Gläubiger die einzelnen Summen auf einmal verlangt, ohne dadurch den Schuldner in Nachtheil bringen zu wollen, wann kann die Zahlung geschehen?

Auflösung.

700 Thlr. zu 4% =	2800 Thlr. zu 1% u.	2800 Thlr. in 5 Mon. =	14000 Thl. in 1 M.
1000 „ „ 6% =	6000 „ „ 1% „	6000 „ „ 9 „ =	54000 „ „ 1 „
1500 „ „ 5% =	7500 „ „ 1% „	7500 „ „ 15 „ =	112500 „ „ 1 „
3200 Thlr. zu	= 16300 Thlr. zu 1% u.	16300 Thlr.	180500 Thlr. in 1 Mon.

*) Ein auf diese Weise gefundener mittlerer Zahlungstermin wird jedoch um so ungenauer, je verschiedener die einzelnen Termine sind. Man kann nämlich eine Summe noch vor dem Zahlungstermine verzinslich anlegen und die Zinsen selbst wieder als verzinsliches Kapital verwerthen. Es vergrößert sich also das Kapital durch Zinseszinsen nach einem anderen Verhältnisse und rascher als durch einfache Zinsen. Sollen z. B. 400 Gulden nach 10 Jahren und 4000 Gulden nach 1 Jahre gezahlt werden, so tragen die 4000 Gulden in 1 Jahre nicht so viele Zinsen als die 400 Gulden in 10 Jahren. Wie man unter dieser Voraussetzung den richtigen Zahlungstermin ermittelt, kann erst in der Algebra gezeigt werden.

Nun heißt die Aufgabe:

16300 Rth. tragen zu 1 % gewisse Zinsen
3200 Rth. „ „ x dieselben Zinsen, also

a) 3200 : 16300 = 1 : x und hieraus

$x = 5\frac{3}{32}$ %. Ferner:

180500 tragen zu $5\frac{3}{32}$ % in 1 Monat gewisse Zinsen
16300 „ „ $5\frac{3}{32}$ „ x „ dieselben Zinsen.

b) 16300 : 180500 = 1 : x und hieraus

$x = 11\frac{12}{163}$ Monate.

Will man den mittleren Zinsfuß nicht zuerst berechnen, so kann man die Proportion a auch ganz umgehen.

2) Es sollen 450 Rth. zu 4 % nach $1\frac{1}{4}$ Jahr, 300 Rth. zu 5 % nach $2\frac{1}{2}$ Jahren, 7000 Rth. zu $4\frac{1}{2}$ % nach 1 Jahr ohne Zinsentschädigung gezahlt werden, wann kann das Ganze auf einmal entrichtet werden?

3) Es sind 40 ß zu 5 % nach $3\frac{1}{2}$ Monaten, 148 ß zu 4 % nach 4 Monaten, 175 ß zu $4\frac{1}{2}$ % nach 10 Monaten ohne Zinsen zahlbar; wann kann die Gesammtzahlung auf einmal geschehen?

Beispiele,
worin nach dem Zahlungstermin des Restes gefragt wird, wenn die Abschlagszahlungen zu anderen als zu den festgesetzten Zeiten geleistet wurden.

§. 149.

1) Jemand soll 1720 ß zahlen und zwar 120 ß nach 4 Monaten, 200 ß nach 9 Monaten und 1400 ß nach 11 Monaten; er zahlt aber 500 ß nach 2 Monaten und 600 ß nach 4 Monaten. Wie lange darf er den Rest von 620 ß noch behalten?

Auflösung.

120 ß tragen in 4 Mon. so viele Zinsen als 480 ß in 1 Mon.
200 „ „ „ 9 „ „ „ „ „ 1800 „ „ 1 „
1400 „ „ „ 11 „ „ „ „ „ 15400 „ „ 1 „

1720 ß trag. in einer gewiss. Zeit so viele Zins. als 17680 ß in 1 Mon.

500 ß tragen in 2 Monaten so viele Zinsen als 1000 ß in 1 Mon.
600 „ „ „ 4 „ „ „ „ „ 2400 „ „ 1 „

1100 ß trag. in einer gewiss. Zeit so viele Zins. als 3400 ß in 1 Mon.

(17680—3400) ß oder 14280 ß tragen in 1 Monat gewisse Zinsen
(1720—1100) ß oder 620 „ „ „ x „ dieselben Zinsen?

620 : 14280 = 1 : x und hieraus

$x = 23\frac{1}{31}$ Monate.

2) Jemand soll 4500 Rth. nach $1\frac{1}{2}$ Jahr zahlen. Er kommt mit dem Gläubiger überein, 1500 baar zu zahlen und die übrigen 3000 Rth. in 4 gleichen Terminen, jedesmal mit 750 Rth. abzutragen.

Welche Termine müssen angesetzt werden, wenn keiner von beiden darunter Schaden leiden soll?

Auflösung. Der 1. Termin sei = x Monate, also der 2te = 2 x Monate ꝛc. und es tragen jetzt die 3000 Rth. in 18 Monaten dieselben Zinsen als die 4500 Rth. in 12 Monaten.

750 Thlr. in	x Monaten so viele Zins. als	$750 \times x$	=	750 x Thlr. in 1 Mon.
750 „	„ 2x „ „ „ „ „	$750 \times 2x$	=	1500 x „ „ 1 „
750 „	„ 3x „ „ „ „ „	$750 \times 3x$	=	2250 x „ „ 1 „
750 „	„ 4x „ „ „ „ „	$750 \times 4x$	=	3000 x „ „ 1 „
3000 Thlr. in	18 Monaten tragen so viele Zinsen als			7500 x Thlr. in 1 Mon.

oder 18×3000 Rth. = 7500 x Rth. hinsichtlich des Zinserträgnisses, also ist $x = \frac{18 \times 300}{7500} = 7\frac{1}{5}$ Monate.

3) Ein Haus kostet 10000 ß; davon sollen 5000 ß baar, 1700 ß nach 9 Monaten und der Rest nach 18 Monaten gezahlt werden. Wann kann die ganze Kaufssumme auf einmal entrichtet werden?

4) 550 Rth. sind nach 6 Monaten zu zahlen; es werden aber 160 Rth. nach $4\frac{1}{2}$ Monaten gezahlt; wie lange kann der Rest noch rückständig bleiben?

5) Jemand hat 500 Rth. nach 6 Monaten und 400 Rth. nach 9 Monaten zu zahlen; er zahlt aber den kleineren Theil sogleich, wie lange darf er den größeren noch behalten?

6) Man hat nach 6 Monaten 2000 Rth. zu zahlen; zahlt aber sogleich 1000 Rth. und nach 4 Monaten 500 Rth. Wie lange darf man den Rest noch behalten?

7) 15000 Rth. sollen in 4 gleichen Raten, die 1te nach 5 Monaten und jede folgende immer um 3 Monate später abgetragen werden. Man kommt aber darin überein, daß diese Summe in 2 Partien, und zwar die 1. zu 10000 ß in 3 Monaten abgetragen werden, wann ist der Rest fällig?

8) Jemand kaufte einen Acker für 870 ß, unter der Bedingung, daß nach 2 Monaten 200 ß, $1\frac{1}{2}$ Monat nach dieser Zahlung 120 ß und von da an wieder $1\frac{1}{2}$ Monat später 250 ß und der Rest 2 Jahre nach dem Ankaufe gezahlt werden soll; er zahlt aber 100 ß nach $\frac{1}{2}$ Monat, 130 ß nach 2 Monaten und 400 ß nach 4 Monaten. Wann ist der Rest fällig?

V. Handels-Rechnungen.

§. 150.

Tara ist das Gewicht des Gefäßes oder der Umhüllung, welche sammt der Waare gewogen und versendet wird.

Brutto- oder Sporkogewicht ist das Gewicht der Waare sammt Umhüllung.

Nettogewicht ist das Gewicht der Waare allein, also gleich dem Bruttogewicht weniger Tara. Beim Verkaufe kleinerer Quantitäten wird gewöhnlich so viel Tara gerechnet, als die Umhüllung wirklich

wiegt (Netto-Tara). Bei größeren Verpackungen wird die Tara nach herkömmlichen Sätzen berechnet und die Mühe mit dem Wägen der Umhüllung erspart (Uso-Tara): man hat deßhalb:

Tara auf den Centner oder Tara auf's Hundert, d. i. die Zugabe einiger Pfunde auf den Centner, die ein Verkäufer darein gibt, wenn die Waare sammt Umhüllung gewogen wird.

Tara vom Centner oder Tara vom Hundert, d. i. der Abzug einiger Pfunde vom Centner, den sich ein Verkäufer gefallen läßt, wenn die Waare sammt Umhüllung gewogen wird.

Gutgewicht ist der Ersatz für den Schaden, der dem Käufer durch den Transport oder durch das Auswägen der Waare erwächst. Er wird nach Procent vom Bruttogewicht, meistens vom Nettogewicht, abgerechnet.

Fusti ist der Abzug vom Waarenpreise für das Unreine oder Verdorbene.

Refaktie ist der Abzug vom Gewichte für das Beschädigte oder Ausgelaufene der Waare.

Besemschon ist der Abzug vom Gewichte für dasjenige, was beim Ausleeren der Kisten, Fässer 2c. am Holze hängen bleibt.

Dekort ist der Abzug vom Waarenpreise oder von der Rechnung als Ersatz für die Zinsen einer Zahlung, welche vor dem Zahlungstermin geleistet wird (gleichbedeutend mit Diskonto).

Provision (Commission, Commissionsgebühr) ist die Gebühr, welche ein Kaufmann für die Besorgung eines ihm übergebenen Auftrages sich entrichten läßt.

Courtage (Senserie, Mäklergebühr) ist die Vergütung für die dem Mäkler (Sensal) übertragenen und von ihm besorgten Geschäfte.

Spesen sind die Auslagen für Transport, Zölle, Lagergebühr, Provision 2c.

Tara-, Gutgewicht- und Fusti-Rechnungen.

§. 151.

1) Ein Kaufmann erhält 3 Faß Waare. Das 1te enthält 385 ℔ Brutto, die Tara beträgt 30 ℔; das 2te enthält 418 ℔, die Tara beträgt 42 ℔; das 3te enthält 270 ℔ und die Tara beträgt 26 ℔. Wenn nun der Nettocentner 22 Rth. kostet, wie viel ist zu zahlen?

Auflösung.

Nro. 1.	enthält	385 ℔	Brutto	mit	30 ℔	Tara
Nro. 2.	„	418 „	„	„	42 „	„
Nro. 3.	„	270 „	„	„	26 „	„
Summa		1073 ℔	Brutto	mit	98 ℔	Tara

Nettogewicht = 1073 ℔ — 98 ℔ = 975 ℔

Nun hat man: 100 ℔ Netto : 22 Rth. = 975 ℔ Netto : x Rth.
also x = $214\frac{1}{2}$ Rth.

2) Ein Faß Zucker wiegt 840 ℔ Brutto; was kostet der Zucker, wenn die Tara zu 6% und der Netto-Centner zu 30 fl. berechnet ist?

Auflösung. 100 ℔ Brutto gelten für 94 ℔ Netto
840 „ „ „ „ x „ „ also
100 : 840 = 94 : x und hieraus folgt
x = 789,6 ℔ Netto. Ferner
100 ℔ Netto kosten 30 ß
789,6 „ „ „ x „
100 : 789,6 = 30 : x und hieraus
x = 236,88 ß.

Oder nach dem Kettensatze:

x ß kosten	840 ℔ Bo., wenn
100 ℔ Brutto	94 ℔ Netto und
100 ℔ Netto	30 ß kosten

x = 236,88 ß.

Bei 6% Tara auf's Hundert hat man:

x ß kosten	840 ℔ Bo., wenn
106 ℔ Brutto	100 ℔ Netto
100 ℔ Netto	30 ß kosten

x = $237\frac{39}{53}$ ß.

3) Ein Kaufmann erhält 3070 ℔ Brutto. Bei 6% Tara ist ihm das Netto-Pfund zu 40 Sgr angerechnet. Er findet aber durch die Schuld des Versenders $1\frac{1}{4}$ Ctr der Waare schadhaft, so daß er das Pfund davon nur für 30 Sgr verkaufen kann; außerdem sind wegen mangelhafter Verpackung 40 ℔ verloren gegangen. Wie viel hat er nun für den unverdorbenen, wie viel für den verdorbenen Theil und wie viel für das Ganze zu zahlen?

Auflösung.

Tara . . . . = 307 ℔
Erhaltenes Netto-Gewicht = 3070 ℔ — 40 ℔ — 307 ℔ = 2723 ℔
Gewicht der guten Waare = 2723 ℔ — 125 ℔ = 2598 ℔
Preis „ „ „ = 2598 × $\frac{2}{3}$ ß = 1732 ß
Preis d. schadhaften „ = 125 × $\frac{1}{2}$ ß = 62 ß 30 Sgr
Preis der ganzen Summe . . . . . . = 1794 ß 30 Sgr

4) Unter 1460 ℔ Brutto, wobei 8% Tara und nach Abzug derselben noch 2% Gutgewicht berechnet sind, befindet sich 4% ganz unbrauchbare Waare. Wie viel ist für die Sendung zu bezahlen, wenn das Pfund Netto 45 Sgr kostet und die Zahlung 7 Monate vor dem festgesetzten Termine geschieht und deßhalb 6procentiger Dekort (auf's Jahr bezogen) gerechnet wird?

Auflösung.

x ß kosten	1460 ℔ Brutto, wenn
100 ℔ Brutto	92 ℔ Netto
100 ℔ Netto	98 ℔ durch Gutgewicht
100 ℔ Gesammtgew.	96 ℔ gute Waare
1 ℔ gute Waare	$\frac{3}{4}$ ß spätere Zahlung
100 ß spät. Zahlung	$96\frac{1}{2}$ ß baare Zahlung

Hieraus folgt x = 914,57 . . . ß.

Auflösung durch stückweise Berechnung? Welches Resultat würde man erhalten, wenn überall Procent auf's Hundert gerechnet wäre?

5) Von $2\frac{1}{2}$ Ctr. Brutto beträgt die Tara 40 ℔; was kostet die Sendung, wenn das Bruttopfund 14 kr kostet?

6) Unter 440 ℔ Brutto sind 54 ℔ Tara. Wenn nun die ganze Waare 180 Rth. kostet, was kostet das Netto-Pfund?

7) Ein Ballen wiegt 420 ℔, davon gehen erst 2% Gutgewicht, und vom Rest wieder 5% Tara ab. Wie viel kostet die erst nach 4 Monaten zahlbare Waare sogleich, wenn der Netto-Centner $70\frac{1}{3}$ Rth. kostet und 3% Diskont gerechnet wird?

8) Ein Faß Waare wiegt 780 ℔, die Tara beträgt 58 ℔. Wenn nun unter 100 ℔ sich durchschnittlich 15 ℔ Fusti befinden, das Pfund gute Waare 21 Sgr und das Pfund Fusti 12 Sgr kostet, was kostet die gute, die schadhafte und sämmtliche Waare?

9) Für 7 Ctr. Brutto werden 1748 fl und für das Netto-Pfund 2 fl 36 kr gezahlt; wie hoch ist die Tara im Hundert berechnet?

10) Was kosten in Hamburg 20 Faß brauner Rohzucker zu 15100 ℔ Brutto bei 1% Gutgewicht, 18% Tara, 6 ℔ Besemschon per Faß, 4% Dekort, wenn das Netto-Pfund $\frac{1}{2}$ Schilling kostet und 16 Schillinge eine Bankomark sind?

11) 1342 ℔ Brutto kosten 573 fl 50 kr. Das Netto-Pfund kostet 32 kr. Wie hoch ist die Tara auf den Centner gerechnet?

Gewinn- und Verlust-Rechnung.

§. 152.

Der Gewinn an einer Waare ist gleich dem Verkaufspreise, weniger dem geringeren Einkaufspreise. Der Verlust ist gleich dem Einkaufspreise, weniger dem geringeren Verkaufspreise. Zum Einkaufspreise gehören auch die Auslagen für Spesen ꝛc. (Waarencalculation). Bei den Gewinn- und Verlust-Rechnungen ist zu beachten, ob der Verkauf der Waare nach demselben Maß und Gewicht geschieht wie der Einkauf und wie lange die Verkaufszeit dauert. Man erhält nämlich bei schnellerem Absatze zu einem gewissen Preise mehr Procentgewinn als bei einem langsameren.

Beispiele von Gewinn- und Verlust-Rechnungen ohne Rücksicht auf die Zeit.

1) 220 Leipziger Ellen kosteten beim Ankaufe 400 Rth.; beim Verkaufe löste man daraus 778 fl. Wie viel gewann oder verlor man an jeder bayerischen Elle, wie viel am Ganzen und welches ist der Procentgewinn?

Auflösung. 1 Leipziger Elle = $565{,}3^{mm}$.
1 bayerische Elle = $833{,}01^{mm}$ also
1 Leipz. Elle : 1 bayer. Elle = 565,3 : 833,01 und hieraus
1 Leipz. Elle = $\frac{565{,}3}{833{,}01}$ bayer. Elle, mithin
220 Leipz. Ellen = $220 \times \frac{565{,}3}{833{,}01} = 149{,}3$ bayer. Ellen.
Einkaufspreis 1 bayer. Elle = $\frac{400}{149{,}3}$ Rth. = $\frac{700}{149{,}3}$ fl = 4 fl $41\frac{1}{2}$ kr nahezu.

Verkaufspreis 1 bayer. Elle $= \frac{778}{149,3}$ ƒ $= 5$ ƒ $12\frac{3}{4}$ kr nahezu.
Gewinn an 1 bayer. Elle $= 5$ ƒ $12\frac{3}{4}$ kr $- 4$ ƒ $41\frac{1}{2}$ kr $= 31\frac{1}{4}$ kr.
Gewinn am Ganzen $= 778$ ƒ $- 700$ ƒ $= 78$ ƒ. Ferner

700 ƒ Auslagen : 78 ƒ Gewinn = 100 ƒ Auslagen : x ƒ Gewinn und hieraus

$x = 11\frac{1}{7}$ % Gewinn.

Auch jede andere in der Aufgabe vorkommende Größe kann als unbekannt angenommen und aus den übrigen bekannten Größen berechnet werden z. B.

Wenn 149,3 . . . bayerische Ellen um 778 ƒ verkauft wurden mit $11\frac{1}{7}$ % Gewinn; wie theuer waren sie beim Ankaufe, wie viel Leipziger Ellen waren es, wie viel wurde an jeder bayerischen Elle gewonnen oder verloren?

Auflösung. $111\frac{1}{7} : 100 = 778 : x$ und hieraus
$x = 700$ ƒ $= 400$ Rth. Ankaufspreis.

Gesammtgewinn $= 778$ ƒ $- 700$ ƒ $= 78$ ƒ

Gewinn an 1 bayerischen Elle $= \frac{78 \text{ ƒ}}{149,3} = 31\frac{1}{4}$ kr nahezu.

Oder:

220 Leipziger Ellen kosteten im Ankaufe 400 Rth., um wie viel ƒ und kr ist die bayerische Elle zu verkaufen, um $11\frac{1}{7}$ % zu gewinnen, welches ist der Gewinn an jeder bayerischen Elle, und welches ist der Gesammtgewinn?

Auflösung.

100 ƒ Ankf. : $111\frac{1}{7}$ ƒ Verkf. = 700 ƒ Ankf. : x ƒ Verkf. u. hieraus
$x = 778$ ƒ Verkauf der 220 Leipz. oder 149,3 bayerische Ellen.
Verkaufspreis 1 bayerischen Elle $= \frac{778}{149,3}$ ƒ $= 5$ ƒ $12\frac{3}{4}$ kr.
Ankaufspreis 1 bayerischen Elle $= \frac{700}{149,3}$ ƒ $= 4$ ƒ $41\frac{1}{2}$ kr Gewinn daran? Oder nach dem Kettensatze:

x ƒ kostet	1 bayer. Elle
1 bayer. Elle	833,01^{mm}
565,3^{mm}	1 Leipz. Elle
220 Leipz. Ell.	400 Rth.
4 Rth.	7 ƒ
100 ƒ	$111\frac{1}{7}$ ƒ

$x = 5$ ƒ $12\frac{3}{4}$ kr Verkaufspreis 1 bayer. Elle.

Oder:

An 149,3 bayerischen Ellen, die im Ankaufe 400 Rth. kosteten, werden per Elle $31\frac{1}{4}$ kr (31,343 kr) gewonnen; welches ist der Gesammtgewinn, der Procentgewinn, welches der Einkaufspreis, der Verkaufspreis, wie viel kostete jede Leipziger Elle im Ankaufe?

Auflösung. Gesammtgewinn $= 31,343$ kr $\times 149,3 = 78$ ƒ rc.

2) 9 österreichische Centner kosteten per Pfund 1 ƒ ö. W. Wie theuer ist das badische Pfund zu verkaufen, wenn $12\frac{0}{0}$ gewonnen wer-

den sollen, welches ist der Gesammtgewinn und welches ist der Gewinn an 1 badischen Pfund?

3) 224 ℔ kosteten 89 fl 36 kr, dazu noch $2\frac{1}{2}$ fl Fracht. Wenn nun das Pfund um 28 kr wieder verkauft wird, wie viel % werden dabei und wie viel am Ganzen und an jedem Pfund gewonnen?

4) $3\frac{1}{4}$ Ctr Zucker werden für 111 fl verkauft mit 8% Gewinn; was kostete das Pfund im Einkaufe?

5) Es wurden 300 Schäffel Getreide mit 5% Verlust verkauft und dabei 130 fl verloren. Was kostete der Schäffel im An- und Verkaufe?

Beispiele von Gewinn- und Verlust-Rechnungen mit Rücksicht auf die Zeit.

§. 153.

1) 4 badische Fuder kosteten im Einkaufe 1358 fl und wurden nach 8 Monaten in Preußen um 875 Rth. verkauft. Wie viel wurde am Ganzen, wie viel an jedem preußischen Eimer gewonnen und welches ist der Procentgewinn für das Jahr?

Auflösung. Einkaufspreis $= 1358 \times \frac{4}{7}$ Rth. $= 776$ Rth.
Gesammtgewinn $= 875$ Rth. $- 776$ Rth. $= 99$ Rth.
1 badisches Fuder $= 1500$ Liter, 1 preuß. Eimer $= 68{,}7$ Liter, also
1 bad. Fud. : 1 preuß. Eim. $= 1500 : 68{,}7$ also
1 badisches Fuder $= \frac{1500}{68{,}7}$ preuß. Ellen mithin
4 badische Fuder $= 4 \times \frac{1500}{68{,}7} = 87{,}33\ldots$ preußische Eimer.
Gewinn an 1 preuß. Eimer $= \frac{99}{87{,}33} = 1$ Rth. 4 Sgr. Ferner:

Mit 776 Rth. werden in 8 Monaten 99 Rth. gewonnen
" 100 " " " 12 " x " "

$$\left.\begin{array}{r} 776 : 100 = 99 : x \\ 8 : 12 \end{array}\right\} \text{und hieraus}$$

$x = 19{,}13\ldots$ % Gewinn.

2) Ein Kaufmann kaufte 12 Ctr um 750 fl und verkaufte nach 7 Monaten das Ganze wieder per ℔ um 44 kr; wie viel % gewann oder verlor er?

3) Eine Waare wurde nach 14 Monaten mit einem Gewinne von 10 jährlichem Procent um 875 fl wieder verkauft, welches ist der Ankaufspreis?

4) Die Elle Leinwand kostete im Ankaufe 10 Sgr. Die ganze Lieferung wurde nach 7 Monaten um 153 Rth. 24 Sgr wieder verkauft mit 12procentigem jährlichen Gewinn; wie viel Ellen waren es?

5) Man hätte 4000 fl zu 5% ausleihen können, kaufte aber statt dessen Aecker, die man nach $1\frac{3}{4}$ Jahr, während welcher Zeit sich der Anbau nach Abzug aller Kosten zu 6% verinteressirte, wieder verkaufte zu 4560 fl; jedoch unter der Bedingung halbjähriger Zahlungszeit. Der Betrag der Kaufssumme von 1200 fl eines der Käufer wurde $1\frac{1}{2}$

Jahr nach dem Verkaufe wegen zweifelhaften Credits an Jemanden gegen 4% Nachlaß abgetreten. Wie viel Procent hat man bei diesem Geschäfte gewonnen oder verloren?

Gemischte Beispiele.

1) Ein Stück Tuch wurde um $248\frac{1}{2}$ fl. gekauft und um 310 fl. wieder verkauft mit einem Gewinne von 45 kr. per Elle. Wie viel Ellen waren es und welches ist der Procentgewinn?

2) 140 preußische Ellen à 2 Rth. im Ankaufe sollen beim Wiederverkaufe einen Gewinn von 125 fl. bringen, wie theuer ist die bayerische Elle zu verkaufen?

3) 416 ℔ Seide à 12 fl. 48 kr. im Ankaufe werden per ℔ um 12 fl. 18 kr. wieder verkauft. Wie viel % verliert man, wenn die Waare noch um 3% eintrocknete und außerdem noch $28\frac{1}{2}$ fl. Unkosten dabei waren?

4) Wie theuer muß der bayerische Eimer (60 Maß) verkauft werden, wenn der österreichische Eimer $24\frac{1}{2}$ fl. ö. W. kostete und 12% gewonnen werden sollen?

5) Was kostete eine Waare im Einkaufe, wenn sie mit 6% Verlust um 14 Rth. verkauft wurde?

6) Jemand verkaufte 420 ℔, das Pfund um $6\frac{1}{2}$ kr. theuerer als er es einkaufte und gewann dabei 8%. Wie theuer hat er 1 ℔ und die 420 ℔ eingekauft?

7) Was kostet 1 Wiener Elle nach ö. W. wenn die bayerische Elle beim Ankaufe 28 kr. s. W. kostete und 15% gewonnen werden sollen?

8) Zu welchem Preise muß das Pfund einer Waare verkauft werden, von welcher der Centner (110 ℔) 27 Rth. kostete, 20% dabei gewonnen werden sollen? Wie viel Sgr. werden am ℔ und wie viel Rth. am Ctr. gewonnen?

9) 1 preußischer Eimer kostet 22 Rth.; wie theuer muß man die Dresdener Kanne verkaufen, um 20% zu gewinnen, wenn 1 preußischer Eimer = 1,02 Dresdener Eimer und 1 Dresdener Eimer = 72 Dresdener Kannen? Wie viel Procent werden gewonnen, oder verloren, wenn die Dresdener Kanne zu $8\frac{1}{2}$ Sgr. verkauft wird?

10) Von 38 preußischen Ellen kommen beim Einkaufe je 3 auf 8 Rth. Wenn nun beim Verkaufe je 2 badische Ellen $9\frac{1}{2}$ fl. kosten; wie viel gewinnt oder verliert man am Ganzen, wie viel an jeder badischen Elle, und welches ist der Procentgewinn- oder Verlust?

11) Wie theuer ist das Loth zu verkaufen, um 16% zu gewinnen, wenn der Ctr. 230 fl. kostet?

12) Das Pfund einer Waare wird um 23 kr. verkauft mit 4% Verlust, wie viel Pfund beträgt die ganze Sendung, wenn diese $70\frac{1}{2}$ fl. kostete?

13) 8 Faß Bier à $5\frac{1}{2}$ Eimer à 60 Maß werden um 242 fl. verkauft mit $57\frac{1}{7}$ % Gewinn. Was kostet die Maß im Ein- und Verkaufe?

14) Das Pfund kostete bisher im Verkaufe 38 xr bei 3% Verlust; wie theuer muß das Pfund verkauft werden, um 12% zu gewinnen?

15) Ein Wirth kaufte 10 Eimer 20 Maß Wein, den Eimer (60 Maß) um 14 fl 20 xr und verkaufte davon wieder die Maß um 24 xr. Nachdem er 6 Eimer verkauft hatte, füllte er das Faß wieder mit Wein auf, wovon der Eimer im Ankaufe 10 fl kostete und die Maß zu 16 xr ausgeschenkt wurde. Von dem gemischten Weine verkaufte er die Maß um 20 xr. Wurde durch dieses Verfahren gewonnen oder verloren und wie viel Procent? Wie viel Procent und wie viel überhaupt gewann er an den 6 zuerst verkauften Eimern?

Wechselreduktionen.

§. 154.

Ein **Wechsel** oder **Wechselbrief** ist eine auf eine gewisse Geldsumme lautende und in gesetzlich vorgeschriebener Form abgefaßte Verschreibung, worin das Wort Wechsel ausdrücklich vorkommt. Durch einen Wechsel kann die Uebersendung einer baaren Geldsumme ersetzt werden. Ein Wechsel kann auch durch einen Dritten ausbezahlt werden, wozu gewöhnlich 3 Personen gehören, nämlich: a) Der **Trassant** oder **Zieher**, Wechselgeber, welcher den Wechsel ausstellt. b) Der **Remittent** oder Wechselnehmer, Einsender des Wechsels. c) Der **Trassat** oder Bezogene, Acceptant,*) Bezahler des Wechsels.

Trassiren oder ziehen heißt einen Wechsel auf Jemanden ausstellen, eine Summe durch Wechsel einziehen.

Trassirter oder **gezogener Wechsel**, auch **Tratte** genannt, ist ein förmlich ausgestellter Wechsel. Durch ihn wird eine Forderung auf einem auswärtigen Platze eingezogen, oder er kann auch wieder durch Uebertragung an einen Andern (Indossement) als Zahlung, Deckung einer Schuld weiter benützt werden und dient sonach als sehr bequemes Verkehrsmittel.

Remittiren heißt einen Wechsel als Zahlung einsenden.

Remesse oder **Rimesse** ist die Uebersendung einer Zahlung in Wechseln.

Präsentiren heißt einen Wechsel zur Zahlung vorzeigen.

Auf welche verschiedene Weise man sich eines Wechsels bedienen kann, soll folgendes Beispiel zeigen.

Kaufmann A in Augsburg habe an B in Berlin eine Forderung, so kann

1) A selbst einen Wechsel auf B ausstellen (auf B trassiren) und diesen Wechsel in Augsburg verkaufen. Der Käufer kann diesen Wechsel präsentiren oder anderwärts wieder als Zahlungsmittel benützen. Oder

---

*) Acceptant erst dann, wenn die Annahme verlangt und vom Bezogenen geleistet wird.

A kann den Wechsel einem anderen Geschäftsfreunde C, dem er gerade schuldig ist, als Zahlung schicken (an C remittiren, Remesse machen) und dadurch bei C eine Schuld decken. C kann sodann diesen Wechsel präsentiren oder ebenfalls als Zahlungsmittel an Jemanden senden oder verkaufen. Oder:

2) A kann dem B auftragen, ihm einen Wechsel einzusenden (ihm zu remittiren), der entweder in Augsburg oder an einem dritten Platze zahlbar ist. Im ersten Falle kann A diesen Wechsel in Augsburg einziehen, im zweiten Falle kann er ihn auch an den Zahlungsort oder an einen andern Ort als Zahlung einsenden. Oder:

3) Wenn A zugleich eine Schuld an einen dritten Geschäftsfreund C hat, so kann er sie bei ihm decken, indem er ihm den Auftrag gibt, seine (des A) Forderung an B durch einen Wechsel einzuziehen (auf den B zu trassiren) und es kann C diesen Wechsel an seinem Wohnorte verkaufen oder zur Deckung einer Schuld benützen (an Jemanden remittiren). Oder:

4) Wenn A eine Schuld an einen dritten Geschäftsfreund C hat, so kann er dem B den Auftrag geben, einen Wechsel an den C zu schicken (an C zu remittiren), welchen C verkaufen oder als Zahlungsmittel weiter verwenden kann.

Wechselcours ist der gangbare, veränderliche Wechselwerth gegen baares Geld. Die Wechselcourse werden an den Börsen bestimmt und in den Courszetteln bekannt gemacht.

Der Wechsel kann auch Gegenstand des Handels werden, in soferne mit ihm auf einen Gewinn durch die Wechselcourse spekulirt wird.

Sicht oder Wechselfrist ist die bestimmte Zeit, innerhalb welcher ein Wechsel bezahlt werden muß. Ein **kurzsichtiger** Wechsel (kurzes Papier) ist dahier ein solcher, welcher in kurzer Zeit nach der erfolgten Präsentation bezahlt werden muß; im Gegensatze zu ihm steht der **langsichtige** Wechsel (langes Papier), bei welchem öfters noch Diskonto mit in Rechnung kommt.

Wechselreduktion ist die Verwandlung einer Wechselsumme nach einem gegebenen Course. Es gibt **direkte** oder **einfache** und **indirekte** oder **zusammengesetzte** Wechselreduktionen, je nachdem die Course zweier Plätze unmittelbar oder mittelst eines dritten Platzes mit einander verglichen werden. Bei den Wechselreduktionen muß man mit den Coursen und festen Valuten bekannt sein. Es wird nämlich im Wechselhandel wie im Waarenhandel eine bestimmte Einheit angenommen auf welche sich die Preisbestimmung bezieht. Diese Einheit nennt man feste Zahl, Norm, Valuta, im Gegensatze zur veränderlichen Zahl des Wechsel-Courses.

Die feste Valuta kann theils am Wechselplatze, wo der Courszettel ausgegeben wird, theils auswärts sein. Auf dem nachstehenden Frankfurter Wechselcourszettel ist die feste Valuta immer auswärts,

z. B. auf Amsterdam ist sie 100 ƒ holländisch Kurant,*) auf Antwerpen 200 Franken, auf Berlin 60 Rth. preußisch Kurant &c. Auf den Hamburger Wechselcourszetteln ist die feste Valuta meistens in der Hamburger Bank berechnet, so daß die veränderlichen Coursnotirungen auf die verschiedenen Handelsplätze meistens mit einer bestimmten Summe von Hamburger Mark Banko verglichen werden. Die Wechselrechnungen betreffen:

1) Die Bestimmung des wirklichen Werthes einer Geldsorte des einen Wechselplatzes in der Valuta eines anderen.

2) Die Reduktion der Münzen nach den Courszetteln.

3) Die Frage, ob es im Wechselgeschäfte vortheilhafter sei, sich eines oder einiger Zwischenplätze zu bedienen, oder auf direktem Wege (a dritura) zu wechseln — Arbitragerechnung.

Als Beispiel eines Wechselcourszettels diene der nachfolgende, welcher auch den Uebungsbeispielen zu Grunde gelegt ist, wenn nicht ein anderer Cours ausdrücklich bemerkt ist.

---

*) Kurant (Courant, Kurrent) oder Kurantmünze ist die gesetzlich vorgeschriebene Münze, in welcher Wechsel eingelöst werden sollen, nach welcher überhaupt im Lande selbst gerechnet werden muß.

Frankfurter Wechsel-Courszettel.

Frankfurt a./M., am 3. Januar 1853.

Cursnotirung auf	Wechselfrist.	Veränderl. Curs für kurzsicht. Wechsel.	Erklärung der Coursnotirung.
Amsterdam	kurze Sicht u. 3 Mon. a dato.	$99\frac{3}{4}$	Frankfurt zahlt $99\frac{3}{4}$ ƒ f. W. für 100 ƒ holl. Kurrant.
Antwerpen	"	($94\frac{3}{8}$ u. $93\frac{3}{8}$)	ƒ f. W. für 200 Franken. (Dieser Cours fehlt.)
Augsburg	"	120	ƒ f. W. für 100 Augsbrg. (im 20-Guldenfuß)
Berlin	"	105	ƒ f. W. für 60 Rth. preuß. Kurrant.
Bremen	"	$96\frac{7}{8}$	ƒ f. W. für 50 Rth. in Pist. à 5 Rth.
Hamburg	"	$89\frac{1}{4}$	ƒ f. W. für 100 Mark Hamburger Banko.
Köln	"	105	ƒ f. W. für 60 Rth. preuß. Kurrant.
Leipzig	k. S., 3 Mon. a dato und in die Messe	105	ƒ f. W. für 60 Rth. im 14-Rth.-Fuß.
London	k. S. u. 3 Mon. a dato	$117\frac{3}{4}$	ƒ f. W. für 10 Pfund Sterl.
Lyon	"	94	ƒ f. W. für 200 Franken.
Mailand in Silber	"	100	ƒ f. W. für 250 österr. Lire
Paris	k. S. u. 3 Mon. (auch 100 Tage) a dato.	94	ƒ f. W. für 200 Franken
Triest	k. S. u. 3 Mon. a dato.	$108\frac{3}{8}$	ƒ f. W. für 100 ƒ Konv.-Kurrant (jetzt zahlbar in österr. Banknoten)
Wien	"	$108\frac{1}{2}$	
New-York	kurze Sicht	$2\frac{1}{2}$	ƒ f. W. für 1 Dollar.
Diskont auf hier	— —	$1\frac{3}{4}$ 0/0	für 1 Jahr (Geld d. i. angeboten).

Beispiele von direkten oder einfachen Wechsel-Reduktionen.

§. 155.

1) Was zahlt man in Frankfurt für 1490 ƒ holl. Kurant?

Auflösung. 100 ƒ holl. : $99\frac{3}{4}$ ƒ = 1490 ƒ holl. : x ƒ

x = $1486\frac{11}{40}$ ƒ f. W.

2) Ein Wechsel auf Paris von 1500 Franken wurde in Frankfurt mit 698 ƒ bezahlt. Wie stand der Cours?

Auflösung. 1500 Fr. : 698 fl = 200 Fr. : x fl

x = $93\frac{1}{15}$ fl.

3) Auf wie viel Thaler lautete ein Wechsel auf Leipzig, wenn er in Frankfurt mit 1812 fl bezahlt wurde?

Auflösung. 105 fl : 60 Rth. = 1812 fl : x Rth.

x = $1035\frac{3}{7}$ Rth.

4) Was zahlt man in Frankfurt für a) 140 Rth. Bremer Kur. b) 480 fl W. W. c) 200 Pfund Sterling?

5) Wie hoch stand in Frankfurt der Cours, wenn daselbst bezahlt wurde:

a) Ein Wechsel auf Köln von $392\frac{1}{3}$ Rth. mit 680 fl?

b) Ein Wechsel auf Amsterdam von 7000 fl holländisch Kur. mit 6930 fl?

c) Ein Wechsel auf Mailand von 5000 Liren mit 1990 fl?

6) Auf wie viel Augsburger Kur. lautete ein Wechsel auf Augsburg, wenn er in Frankfurt mit 2000 fl bezahlt wurde?

7) Auf wie viel Pfund Sterling lautete ein Wechsel auf London, wenn er in Frankfurt mit 471 fl bezahlt wurde?

8) Auf wie viel Dollar lautete ein Wechsel auf New-York, wenn er in Frankfurt mit 4000 fl bezahlt wurde?

Beispiele von indirekten oder zusammengesetzten Wechselreduktionen.

§. 156.

In den meisten Fällen kommen bei den indirekten Wechselreduktionen noch Spesen hinzu, die man entweder, wenn sie nach Procenten angegeben sind, sogleich mit in Rechnung bringt, oder um die man das Resultat der Rechnung vergrößert oder verkleinert.

1) Leipzig hat in Petersburg 1240 Rubel zu fordern und berechnet den Cours über Berlin. In Berlin steht der Cours $107\frac{1}{2}$ (Rth. preuß. Kur. für 100 Rub.), in Leipzig steht der Cours auf Berlin zu $99\frac{3}{4}$ (Rth. im 14-Rth.-Fuß für 100 Rth. preuß. Kur.). Wie viel erhält Leipzig auf diesem Wege?

Auflösung. 100 Rub. : $107\frac{1}{2}$ Rth. = 1240 Rub. x Rth., also

x = 1333 Rth. in Berlin. Ferner:

100 Rth. in Brl. : $99\frac{3}{4}$ Rth. in Lpz. = 1333 Rth. in Brl. : x Rth. in Lpz.

x = $1329\frac{267}{400}$ Rth. Oder mit dem Kettensatze:

x Rth. in Leipzig	1240 Rubel
100 Rubel in Berlin	$107\frac{1}{2}$ Rth. in Berlin
100 Rth. in Berlin	$99\frac{3}{4}$ Rth. in Leipzig.

x = $1329\frac{267}{400}$ Rth. in Leipzig.

2) Berlin hat in Livorno 2300 Lire zu zahlen und kauft dafür Augsburger Papier zum Course von 103 (Rth. preuß. Kur. für 150 fl Augsb. Kur.), welches in Livorno mit 298 (Lire für 100 fl Augsb. Kur.) verwerthet wird. Wie viel zahlt Berlin für das Augsburger Papier?

3) Wien remittirt nach London für 1200 Pfund Sterling Hamburger Papier zu dem Course von 222 (ƒ W. W. für 300 Mark Banko), welches in London mit $13\frac{3}{4}$ (Mark Banko für 1 Pfund Sterling) gutgeschrieben wird. Wie viel hat Wien dafür zu zahlen?

4) Frankfurt hat 700 Pfund Sterling in London zu zahlen und will dafür Hamburger Papier kaufen, welches ihm 88 (ƒ f. W. für 100 Mark Banko) kostet, und welches ihm in London zu $13\frac{5}{8}$ (Mark Banko für 1 Pfund Sterling) gutgeschrieben wird. Wie hoch kommt diese Schuld für Frankfurt, und hat es Nutzen oder Schaden in Vergleich mit dem direkten Verkehr mit London, wenn es 10 Pfund Sterling mit $118\frac{3}{4}$ ƒ f. W. kaufen kann?

5) Augsburg hat eine Forderung von 2000 Mark Banko in Hamburg und gibt einem Correspondenten in Leipzig den Auftrag, auf Hamburg zu trassiren und ihm den Betrag in Augsburger Wechseln zu remittiren. Wie viel erhält Augsburg, wenn in Leipzig der Cours auf Hamburg $151\frac{1}{2}$ (Rth. für 300 Mark Banko), auf Augsburg $102\frac{1}{4}$ (Rth. für 150 ƒ Augsb. Kur.) ist?

Wechselpari.

§. 157.

Wechselpari ist der Grundcours, welcher zwischen zwei Wechselplätzen besteht und auf dem Silbergehalte der Münzsorten (Münzfuß, Währung) beider Plätze beruht.

Von dem Grundcourse kann sich der wirkliche Cours nicht weit entfernen. Da die geprägten Münzen durch den Verkehr sich immer mehr abnützen und schon bei der Prägung die gesetzlich vorgeschriebene Menge feinen Silbers oder Goldes nicht immer genau erhalten, so hat man das **gesetzliche Pari**, welches nach den gesetzlichen Währungen berechnet wird, zu unterscheiden von dem **Pari nach dem wirklichen Metallgehalte.**

1) Welches ist das Pari zwischen Berlin und Amsterdam, wenn 14 Rth., ebenso 24,327 holl. Gulden auf eine feine Mark Silber gehen und in Berlin der Cours auf Amsterdam für 250 ƒ holl. Kur. notirt ist?

Auflösung. 24,327 ƒ : 14 Rth. = 250 ƒ : x Rth.

x = 143 Rth. 26 Sgr in Berlin für 250 ƒ holl. Kur.

Wenn nun gesetzlich 21,721 neue holl. Guldenstücke eine Vereinsmark wiegen sollen, aber nach angestellten Proben wegen Abnützung durchschnittlich 23,11 Stück eine Vereinsmark wiegen und das Silber, woraus sie geprägt sind, $14\frac{7}{25}$ löthig*) ist, so ergibt sich hieraus folgendes Pari nach dem Metallwerthe:

x Rth.	250 ƒ holländisch
23,11 ƒ hollän.	1 Mark rauh
1 Mark rauh	$14\frac{7}{25}$ Lth feines Silber
16 Lth fein. Silb.	14 Rth.

*) Siehe §. 162.

$x = 135\frac{1}{6}$ Rth. in Berlin für 250 fl holländisch Kurant.

2) Welches ist das gesetzliche Pari zwischen Berlin und Paris, wenn 14 Rth., ebenso $52\frac{1}{2}$ Franken auf die feine Mark Silber gehen und wenn a) in Berlin der Cours auf Paris für 300 Franken oder wenn b) in Paris der Cours auf Berlin für 100 Rth. preuß. Kur. notirt ist?

Auflösung zu a. $52\frac{1}{2}$ Fr. : 14 Rth. = 300 Fr. : x Rth.

x = 80 Rth. preuß. Kur. für 300 Fr. in Berlin.

Auflösung zu b?

Wenn aber in Wirklichkeit durchschnittlich 47,21 Franken eine Vereinsmark wiegen, während nur 46,771 Stück dieses Gewicht haben sollen und das Frankensilber $14\frac{2}{5}$ löthig ist, welches ist in Berlin das Pari nach dem Metallwerthe?

3) In Frankfurt sei der Cours auf Berlin 104 (fl s. W. für 60 Rth. preuß. Kur.), auf London $117\frac{1}{4}$ (fl s. W. für 10 Pfund Sterling). Wie stellt sich der Cours von Berlin auf London, wenn Berlin den Cours für 1 Pfund Sterling notirt?

Auflösung.

Nach der Angabe ist 1 fl s. W. = $\frac{60}{104}$ Rth. und 1 fl s. W. = $\frac{10}{117\frac{1}{4}}$ Pf. St. } also ist auch

$\frac{10}{117\frac{1}{4}}$ Pf. St. = $\frac{60}{104}$ Rth., mithin ist

1 Pf. St. = $\left(\frac{60}{104} : \frac{10}{117\frac{1}{4}}\right)$ Rth. = 6 Rth. 23 Sgr in Berlin.

Oder nach dem Kettensatze?

4) Wenn in Hamburg der Cours auf London $13\frac{11}{16}$ (Mark Bko. für 1 Pfund Sterling), auf Berlin 151 (Rth. preuß. Kur. für 300 Mark Hamburger Bko.) ist; wie stellt sich der Cours von London auf Berlin, wenn der London-Berliner Cours für 1 Pfund Sterling notirt wird?

5) Wenn in Augsburg der Cours auf Frankfurt $99\frac{1}{2}$ (fl für 100 fl in Frankfurt) und in Frankfurt der Cours auf Leipzig 105 (fl s. W. für 60 Rth. preuß. Kur.) ist, wie stellt sich der Cours von Augsburg auf Leipzig, wenn der Augsburg-Leipziger Cours für 1 Rth. im 14-Rth.-Fuß notirt ist?

Arbitrage-Rechnung.

§. 158.

1) Hamburg hat 1500 Pfund Sterling in London zu zahlen und kann entweder Londoner Papier schicken, welches ihm $13\frac{1}{2}$ (Mark Bko. für 1 Pfund Sterl.) zu stehen kommt oder die Zahlung über Paris besorgen lassen. Wenn nun der Hamburg-Pariser Cours auf $189\frac{7}{20}$ (Franken für 100 Mark Bko.) und der Paris-Londoner Cours auf $25\frac{1}{2}$ (Franken für 1 Pf. Sterl.) steht, welcher Weg ist der vortheilhaftere?

Auflösung. Direkt: 1500 Pf. St. à $13\frac{1}{2}$ Mrk. = 20250 Mrk. Bko.

Ueber Paris:

x Mark Bko.	1500 Pf. St.
1 Pf. St.	$25\frac{1}{2}$ Franken
$189\frac{7}{20}$ Fr.	100 Mark Bko.

x = 20200,68 . . . Mark Banko.

Der Weg über Paris ist also, abgesehen von Spesen rc., um 49,32 Mark Banko vortheilhafter.

2) Livorno schuldet an Amsterdam 2500 fl holl. Kurant. Soll es nun zu $245\frac{3}{4}$ Liren für 100 fl remittiren, oder zu $40\frac{1}{4}$ fl für 100 Lire auf sich trassiren lassen?

Auflösung. a) Vergleichung der Course.

100 fl holl. : $245\frac{3}{4}$ Lire = $40\frac{1}{4}$ fl holl. : x Lire

x = 98,913 . . . Lire. Oder:

$245\frac{3}{4}$ Lire : 100 fl holl. = 100 Lire : x fl holl.

x = 40,69 . . . fl holl. Kurant.

Amsterdam trassirt also für je $40\frac{1}{4}$ fl holl. Kur. 100 Franken auf Livorno, während durch die Rimesse auf Amsterdam nur mit 98,913 Liren schon $40\frac{1}{4}$ fl gedeckt werden. Oder: Mit je 100 Liren des Rimessenbetrages werden 40,69 fl statt $40\frac{1}{4}$ fl in Amsterdam gedeckt. Der Weg der Remesse ist also vorzuziehen.

b) Vergleichung der Wechselsummen.

Beim Remittiren.		Beim Trassiren.	
x Lire	2500 fl holl.	x Lire	2500 fl holl.
100 fl holl.	$245\frac{3}{4}$ Lire.	$40\frac{1}{4}$ fl holl.	100 Lire.

Durch Trassiren müßte also Livorno an Amsterdam 67,43 Lire mehr zahlen.

3) Frankfurt hat 2000 Mark Bko. auf Hamburg und will wissen, ob es besser ist, am Platze zu verkaufen zu $87\frac{3}{4}$ (fl s. W. für 100 Mark Banko) oder das Papier in Berlin verkaufen zu lassen, wo 150 (Rth. für 300 Mark Bko.) dafür gezahlt werden, während der Betrag des Wechsels von Berlin zu $56\frac{2}{3}$ (Rth. für 100 fl s. W.) remittirt wird.

Auflösung. a) Vergleichung der Course.

x fl s. W.	100 Mark Bko.
300 Mark Bko.	150 Rth.
$56\frac{2}{3}$ Rth.	100 fl s. W.

x = $88\frac{4}{17}$ fl s. W.

Ueber Berlin erhält also Frankfurt $88\frac{4}{17}$ fl für je 100 Mark Banko, während in Frankfurt selbst nur $87\frac{3}{4}$ fl dafür erzielt werden. Der Weg über Berlin ist also vorzuziehen.

b) Vergleichung der Wechselsummen.

In Frankfurt.		Ueber Berlin.	
x fl	2000 Mk. Bko.	x fl	2000 Mk. Bko.
100 Mk. Bko.	$87\frac{3}{4}$ fl	300 Mk. Bko.	150 Rth.
		$56\frac{2}{3}$ Rth.	100 fl
x = 1755 fl		x = 1764 fl $42\frac{1}{3}$ xr	

4) Leipzig hat in Hamburg 2500 Mark Bko. zu zahlen, welche ihm am Platze 151½ (Rth. preuß. Kur. für 300 Mark Bko.) kosten würden. Es kann dagegen Wechsel zu folgenden Coursen haben:

a) Amsterdamer zu 141½ (Rth. preuß. Kur. für 250 fl holl. Kur.), welche in Hamburg zu 36 (fl holl. Kur. für 40 Mark Bko.) stehen.

b) Frankfurter zu 56¾ (Rth. preuß. Kur. für 100 fl f. W.), welche in Hamburg zu 89⅝ (fl f. W. für 100 Mark Bko.) stehen.

c) Londoner zu 6⅝ (Rth. preuß. Kur. für 1 Pfund Sterl.), welche in Hamburg zu 13½ (Mark Bko. für 1 Pf. Sterl.) stehen.

d) Pariser zu 80 (Rth. preuß. Kur. für 300 Franken), welche in Hamburg zu 188 (Franken für 100 Mark Bko.) stehen. Welcher Weg ist der vortheilhafteste?

5) Frankfurt hat in Paris 6000 Franken zu zahlen und kann remittiren zu 94 (fl für 200 Franken) oder trassiren lassen zu 212¼ (Franken für 100 fl). Was ist vortheilhafter?

6) Berlin hat in Paris 15000 Franken zu zahlen. Der Cours von Berlin auf Paris steht auf 79½ (Rth. preuß. Kur. für 300 Franken), der von Paris auf Berlin steht auf 381½ (Franken für 100 Rth. preuß. Kur.). Soll Berlin remittiren oder trassiren lassen?

7) Ein Kaufmann in Berlin soll nach London 320 Pfund Sterl. zahlen. Ist es vortheilhafter, dahin zu remittiren oder auf sich trassiren zu lassen, wenn in Berlin der Cours auf London 6¼ (Rth. für 1 Pfund Sterl.) und in London der Cours auf Berlin 6⅝ (Rth. für 1 Pfund Sterl.) ist?

8) Amsterdam hat nach Hamburg 1700 Mark Bko. zu zahlen. Ist es vortheilhafter, diesen Betrag in Pariser oder Londoner Papier zu zahlen, wenn der Cours der Pariser Papiere in Amsterdam 56 (fl holl. Kur. für 120 Franken und in Hamburg 189 (Franken für 100 Mark Bko.) und wenn der Cours der Londoner Papiere in Amsterdam 11⅞ (fl holl. Kur. für 1 Pfund Sterl.) und in Hamburg 13⅝ (Mark Bko. für 1 Pfund Sterl.) ist?

9) Paris hat in Berlin 4600 Rth. zu fordern und kann sie auf folgenden Wegen einziehen: a) Es kann direkt 380 Franken (für 100 Rth. preuß. Kur.) trassiren. b) Es kann sich Londoner Papier zu 6⅛ (Rth. für 1 Pfund Sterl.) senden lassen, welches es zu 25¼ (Franken für 1 Pfund Sterl.) verkaufen kann. c) Es kann Remessen nach Amsterdam machen lassen, die in Berlin 142 Rth. (für 250 fl holl. Kur.) kosten und kann sodann auf Amsterdam zu 212 (Franken für 100 fl holl. Kur.) trassiren. 1) Welches ist der Betrag der Wechselsumme auf jedem Wege? 2) Wie viel Franken erhält Paris überall für je 100 Rth. preuß. Kurant? 3) Welcher Weg ist der vortheilhafteste?

VI. **Division in proportionirte Theile.**

§. 159.

Die Division eines Ganzen in proportionirte (verhältnißmäßige) Theile geschieht nach der Proportion: **Die Summe der Verhältniß-**

Zahlen verhält sich zu dem zu theilenden Ganzen wie jede einzelne Verhältnißzahl zu dem ihr entsprechenden Theile. Ist z. B. die Zahl 322 in 4 Theile zu theilen, die sich zu einander verhalten wie 1 : 2 : 5 : 6, so ist die Summe der Verhältnißzahlen = 1 + 2 + 5 + 6 = 14, und es verhält sich

$14 : 322 = 1 : x$ und hieraus folgt $x = 23$, ferner
$14 : 322 = 2 : y$ „ „ „ $y = 46$ ferner
$14 : 322 = 5 : z$ „ „ „ $z = 115$ endlich
$14 : 322 = 6 : v$ „ „ „ $v = 138$

Summa der Theile = 322.

Statt so viele Proportionen anzusetzen, als Verhältnißzahlen gegeben sind, kürzt man das Verfahren ab, indem man die beiden ersten Glieder der Proportion so weit als möglich reducirt und mit ihrem beständigen Quotient jede einzelne Verhältnißzahl multiplizirt. Ist z. B. die Zahl 1428 in 4 Theile zu theilen, die sich verhalten wie 3 : 5 : 9 : 10, so ist die Summe der Verhältnißzahlen = 3 + 5 + 9 + 10 = 27, und es verhält sich

$27 : 1428 = 3 : x$ oder
$9 : 476 = 3 : x$ also ist $x = \frac{476}{9} \times 3 = 52\frac{8}{9} \times 3 = 158\frac{6}{9}$
dann ist zweiter Theil $y = 52\frac{8}{9} \times 5 = 264\frac{4}{9}$
dritter Theil $z = 52\frac{8}{9} \times 9 = 476$
vierter Theil $v = 52\frac{8}{9} \times 10 = 528\frac{8}{9}$

Summa = 1428

Stehen die Theil des Ganzen mit den Verhältnißzahlen in umgekehrten Verhältnissen, so muß man die Verhältnißzahlen darstellen als Nenner von Brüchen, deren Zähler = 1 ist, z. B.

Es sollen 100 fl. unter 4 Schüler A, B, C und D nach dem Vorrang im Fortgange vertheilt werden. Wenn nun A den 1ten, B den 3ten, C den 5ten und D 6ten Fortgangsplatz hat, wie viel gehört jedem?

Antwort. Summe der Verhältnißzahlen $= \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{51}{30}$ und es verhält sich

$\frac{51}{30} : 100 = 1 : x$ oder
$51 : 3000 = 1 : x$ also $x = \frac{3000}{51} = 58\frac{42}{51}$ fl.
Antheil des $B = 58\frac{42}{51} \times \frac{1}{3} = 19\frac{31}{51}$ „
„ „ $C = 58\frac{42}{51} \times \frac{1}{5} = 11\frac{39}{51}$ „
„ „ $D = 58\frac{42}{51} \times \frac{1}{6} = 9\frac{41}{51}$ „

Summa = 100 fl.

Sind die einzelnen Verhältnißzahlen mit einer und derselben Verhältnißzahl nicht direkt verglichen, so müssen sie zuerst auf eine und dieselbe bezogen (reducirt) werden, z. B. 4 Personen A, B, C und D haben 1330 fl. auf folgende Weise unter sich zu vertheilen: So oft A 1 fl. erhält, erhält B 2 fl., so oft B 3 fl. erhält, erhält C 4 fl. und so oft C 5 fl. erhält, erhält D 6 fl., wie viel erhält jede?

Auflösung. Vergleicht man die einzelnen Antheile mit dem des A,

und setzt den des A = 1 (= Einheit), so hat man die Proportion
Antheil des A : Anth. des B = 1 : 2, also hieraus
Antheil des B = 2 × Antheil des A = 2 × 1 = 2 des A, ferner:
Antheil des B : Antheil des C = 3 : 4 und hieraus
Anth. des C = $\frac{4}{3}$ Anth. des B = $\frac{4}{3} \times 2$ des A = $2\frac{2}{3}$ des A, endlich
Antheil des C : Antheil des D = 5 : 6 und hieraus
Antheil des D = $\frac{6}{5}$ des C = $\frac{6}{5} \times 2\frac{2}{3}$ des A = $3\frac{1}{5}$ des A, mithin ist
Summe der Verhältnißzahlen = $1 + 2 + 2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{5} = 8\frac{13}{15}$
und es verhält sich
$8\frac{13}{15} : 1330 = 1 : x$ u. hieraus x oder Antheil des A $\frac{1330}{8\frac{13}{15}} = 150$ fl

also Antheil des B = 2 Antheile des A = $2 \times 150 = 300$ „
„ „ C = $2\frac{2}{3}$ „ „ A = $2\frac{2}{3} \times 150 = 400$ „
„ „ D = $3\frac{1}{5}$ „ „ A = $3\frac{1}{5} \times 150 = 480$ „

Summe = 1330 fl

Man mache dieselbe Auflösung, indem man die einzelnen Antheile mit dem des B oder C oder D vergleicht.

Die Division in proportionirte Theile findet Anwendung 1) in den eigentlichen Gesellschaftsrechnungen, 2) in den Mischungsrechnungen und 3) in den Alligationsrechnungen.

Beispiele von einfachen Gesellschaftsrechnungen.

1) 4 Personen gewannen in einem Spiele 280 fl. A hatte 40 kr, B 57 kr, C 1 fl 24 kr und D 1 fl 48 kr eingesetzt. Wie müssen sie den gemeinschaftlichen Gewinn (nach dem Verhältnisse der einzelnen Einsätze) unter sich vertheilen?

Auflösung.

Summe der Verhältnißzahlen = $\frac{2}{3}$(fl) + $\frac{19}{20}$(fl) + $1\frac{2}{5}$(fl) + $1\frac{4}{5}$(fl) = $4\frac{49}{60}$. Es verhält sich $4\frac{49}{60} : 280 = \frac{2}{3} : x$ oder
$289 : 16800 = \frac{2}{3} : x$ und hieraus

x oder Antheil des A = $\frac{16800}{289} \times \frac{2}{3} = 38\frac{218}{289}$ fl
„ „ B = $\frac{16800}{289} \times \frac{19}{20} = 55\frac{65}{289}$ „
„ „ C = $\frac{16800}{289} \times 1\frac{2}{5} = 81\frac{111}{289}$ „
„ „ D = $\frac{16800}{289} \times 1\frac{4}{5} = 104\frac{184}{289}$ „

Summe = 280 fl

2) 4 Personen schossen zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen 4800 fl zusammen. Am Gewinn erhielt A 240 fl, B 370 fl, C 400 fl und D 190 fl. Wie viel hat jeder eingelegt?

Auflösung.

Summe der Verhältnißzahlen = 240 + 270 + 400 + 190 = 1200
also 1200 : 4800 = 240 : x oder
1 : 4 = 240 : x und hieraus

x oder Einlage des A = 4 × 240 fl = 960 fl,
„ „ B = 4 × 370 „ = 1480 „
„ „ C = 4 × 400 „ = 1600 „
„ „ D = 4 × 190 „ = 760 „

Summe der Einlagen = 4800 fl

3) Durch eine Feuersbrunst erlitt A an seinem Hause, das zu 1000 fl tarirt wurde, einen Schaden von 470 fl; B, dessen Haus zu 870 fl tarirt wurde, erlitt einen solchen von 87 fl, während C, dessen Haus zu 700 fl tarirt war, Alles verlor. Wie muß eine Sammlung von 980 fl 48 kr, die aus milden Beiträgen zu Stande kam, vertheilt werden, wenn die Vertheilung nach Verhältniß der erlittenen Beschädigungen geschehen soll?

Auflösung. A verlor $\frac{470}{1000} = \frac{47}{100}$ seines Eigenthums
B " $\frac{87}{870} = \frac{1}{10}$ " "
C " $\frac{700}{700} = 1$ d. h. sein ganzes Eigenthum.
Summe der Verhältnißzahlen ꝛc.

4) Die Zahl 72 in 3 Theilen zu zerlegen, so daß sich der 1. Theil zum 2. verhält wie 2 : 3, der 2. zum 3. wie 4 : 5. Wie groß wird jeder Theil?

5) Ein Fuhrmann führte einem Kaufmann einmal 40 Ctr, das zweite Mal 52 Ctr, das dritte Mal 78 Ctr immer die nämliche Strecke Weges und erhielt dafür in Allem 466 fl 40 kr. Wie viel trifft auf jede Fuhr?

6) Von einer Waarenlieferung zu 24 Ctr nahm A 9 Ctr, B 7 Ctr, C $8\frac{1}{2}$ Ctr und D $3\frac{1}{2}$ Ctr. Was hat jeder zu zahlen, wenn die ganze Lieferung 124 Rthl. kostete?

7) 1600 fl in 3 Theile zu theilen, so daß sich der 1. Theil zum 2. verhält wie 3 : 4 und zum 3. wie 5 : 8. Wie groß ist jeder Theil?

8) 4 Personen kauften gemeinschaftlich ein Gut für 30000 fl. A gab 12000 fl, B 9000, C 4800 fl und D den Rest dazu. Nach $2\frac{1}{4}$ Jahren verkauften sie das Ganze wieder für 35890 fl. Wie viel vom Gewinn erhält jeder?

9) An 5 Beamte sind 1500 fl als Zulage so zu vertheilen, daß der am geringsten Besoldete das Meiste erhält. Wie viel erhält jeder nach Verhältniß seines Gehaltes, wenn A mit 500 fl, B mit 650 fl, C mit 700 fl, D mit 975 fl und E mit 1200 fl besoldet ist?

Beispiele von zusammengesetzten Gesellschafts-Rechnungen.

§. 160.

Hiebei ist jede einzelne Verhältnißzahl bestimmt durch das Produkt zweier oder mehrerer Faktoren.

1) Bei einer Arbeit waren 12 Arbeiter 20 Tage lang, dann 10 Arbeiter 14 Tage lang und zuletzt 7 Arbeiter 45 Tage lang beschäftigt. Wann wären sämmtliche Arbeiter, gleichzeitig arbeitend, mit der ganzen Arbeit fertig geworden?

Auflösung.

12 Arb. in 20 Tagen arbeit. so viel als 1 Arb. in $12 \cdot 20 = 240$ Tag.
10 " " 14 " " " " " 1 " " $10 \cdot 14 = 140$ "
7 " " 45 " " " " " 1 " " $7 \cdot 45 = 315$ "

29 Arb. in x Tagen arbeiten so viel als 1 Arb. in 695 Tag.

Wenn 1 Arbeiter 695 Tage braucht, so brauchen 29 Arbeiter nur $\frac{695}{29} = 23\frac{28}{29}$ Tage.

Wenn nun die Vollendung des Ganzen 556 fl Arbeitslohn kostet, wie viel erhält jeder Arbeiter und wie viel kommt auf jede der 3 Abtheilungen allein?

2) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen hat A 5000 fl auf 3 Jahre, B 7600 fl auf 2 Jahre und C 1000 fl auf $1\frac{1}{2}$ Jahr gegeben. Wie müssen sie den Gewinn von 1585 fl unter sich vertheilen?

Auflösung.

A hat 5000 fl auf 3 Jahre = 5000 · 3 = 15000 fl auf 1 Jahr gegeben
B „ 7600 „ „ 2 „ = 7600 · 2 = 15200 „ „ 1 „ „
C „ 1000 „ „ $1\frac{1}{2}$ „ = 1000 · $1\frac{1}{2}$ = 1500 „ „ 1 „ „

Summe der Verhältnißzahlen = 31700 fl, also
31700 : 1585 fl = 15000 : x fl oder
20 : 1 fl = 15000 : x fl und hieraus
x oder Antheil des A = $\frac{1}{20} \times 15000 = 750$ fl
„ „ B = $\frac{1}{20} \times 15200 = 760$ „
„ „ C = $\frac{1}{20} \times 1500 = 75$ „
Gesammtgewinn = 1585 fl

3) Zu einer gemeinschaftlichen Spekulation gab A 2400 fl, B 1800 fl und C 2300 fl, Letzterer mit der Bedingung, von seiner Zulage nach 3 Monaten 800 fl und nach 10 Monaten 1000 fl zurücknehmen zu dürfen, was auch geschah. Nach dem 4. Monate des Geschäftsbetriebes gab A noch 600 fl hinzu und verkaufte 5 Monate darauf 1000 fl von seiner Einlage an B. Nach 3jähriger Spekulation hatten sie einen Gewinn von 1780 fl, wie viel bekam Jeder? Zu wie viel Procent rentirte sich das eingelegte Kapital?

4) Ein Fuhrmann führte einem Kaufmanne einmal 80 Ctr 10 Stunden weit, ein anderes Mal 48 Ctr 8 Stunden weit und später noch einmal 20 Ctr 15 Stunden weit und verrechnete für diese 3 Fuhren zusammen 284 fl. Wie hoch kommt jede einzelne Fuhr? Wie viel kostet der Ctr auf 1 Meile?

5) Ein Fuhrmann übernimmt von 3 Kaufleuten 180 Ctr Waare, um 120 fl. Dem A soll er 50 Ctr 40 Stunden weit, dem B 56 Ctr 48 Stunden weit und dem C 74 Ctr 30 Stunden weit fahren; wie viel hat jeder zu zahlen?

6) Eine Mauer kostet 532 fl Arbeitslohn. An derselben haben 6 Arbeiter 9 Tage, dann 9 Arbeiter 12 Tage und zuletzt 4 Arbeiter 4 Monate lang gearbeitet. Welchen Antheil hat jede Abtheilung und jeder Mann an den 532 fl?

Mischungs-Rechnungen.

§. 161.

Beispiele über die mittlere Verbindungsregel, nach welcher der Werth der Mischungseinheit aus den Werthen und Mengen der ein-

zelnen Bestandtheile (Ingredienzen) bestimmt wird, sieh §. 124.

1) Bei der Bereitung des rothen feinen Siegellacks nimmt man auf 2 Gewichtstheile Terpentin 3 Gewichtstheile Zinnober, 3 Gewichtstheile Schellack und $\frac{1}{2}$ Gewichtstheil Kreide. Wie viel muß man von jedem dieser Bestandtheile nehmen, um 40 Gewichtstheile Siegellack zu verfertigen?

Auflösung.

Summe der Verhältnißzahlen $= 2 + 3 + 3 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$; also

$8\frac{1}{2} : 40 = 2 : x$ und hieraus

$x = \frac{40}{8\frac{1}{2}} \times 2 = \frac{80}{17} \times 2 = 9\frac{7}{17}$ Gewichtstheile Terpentin,

$y = \frac{80}{17} \times 3 = 14\frac{2}{17}$ " Zinnober,

$z = \frac{80}{17} \times 3 = 14\frac{2}{17}$ " Schellack,

$v = \frac{80}{17} \times \frac{1}{2} = 2\frac{6}{17}$ " Kreide.

Summe = 40 Gewichtstheile Siegellack.

2) Salpeter und Schwefel sind zu einer Masse von 80 ℔ vermischt, so daß auf 3 Theile Schwefel 7 Theile Salpeter kommen. Wie viel von jedem ist in der Mischung?

Auflösung.

Summe der Verhältnißzahlen $= 7 + 3 = 10$ (℔ Mischung)

$10 : 80 = 3 : x$ und hieraus $x = 24$ ℔ Schwefel

$10 : 80 = 7 : y$ " " $y = 56$ ℔ Salpeter

Summe = 80 ℔ Mischung.

3) Zur Bereitung der Rosenseife nimmt man 25 ℔ gereinigte Talgseife 12 Lth Zinnober, $2\frac{3}{4}$ Lth Rosenöl, 1 Lth Nelkenöl, 1 Lth Zimmtöl und 2 Lth Bergamottöl. Wiel von jedem braucht man zu 10 ℔ Rosenseife?

4) Zur Bereitung des Kopalfirnisses nimmt man 1 ℔ Alkohol, 10 Lth Kopal und 1 Lth Kampfer. Wie viel von jedem braucht man zu 20 ℔ Kopalfirniß?

5) Zur Bereitung schwarzer Tinte nimmt man 18 Lth Galläpfel, 7 Lth arabisches Gummi, 7 Lth Eisenvitriol und 3 ℔ Regenwasser. Wie viel von jedem braucht man zu 2 ℔ Tinte?

6) Zweierlei Kaffee ist zu einer Menge von 48 ℔ gemischt, so daß auf 3 ℔ der besseren Sorte immer 5 ℔ der geringeren kommen. Wie viel von jeder Sorte ist in der Mischung?

VII. Alligations-Rechnung.

§. 162.

Die Alligationsrechnung ist eine Mischungsregel, welche verschiedenartige Dinge zusammenmischen lehrt, so daß das Ganze eine bestimmte Eigenschaft, oder bestimmten Werth erhält; oder auch, welche die Eigenschaften und den Werth einer Mischung bestimmen lehrt.

Legiren heißt verschiedene Metalle z. B. Silber mit Kupfer, oder auch Gold mit Silber oder Kupfer zusammenschmelzen.

Fein heißt das Silber oder Gold, wenn es keinen Zusatz enthält.

Feine Mark oder **Mark fein** ist eine Mark (233,855 Gramm) reines ungemischtes Silber oder Gold. Die Eintheilung der Mark sieh in §. 76.

Rauhe Mark oder **Mark rauh** auch **Bruttomark** ist eine Mark des edeln legirten Metalls.

Beschickung ist der Zusatz des unedeln Metalls.

Feingewicht oder **Nettogewicht** ist das Gewicht des in einer Mischung enthaltenen feinen Metalls.

Rauhgewicht oder **Bruttogewicht** ist das Gewicht einer Masse legirten Silbers oder Goldes.

Feingehalt oder **die Feine** ist die Menge (das Gewicht) feinen Silbers oder Goldes in der rauhen Mark. Der Feingehalt ist nur ein Mischungsverhältniß und nicht zu verwechseln mit dem Feingewicht. Beim Silber wird der Feingehalt nach Loth und Grän, beim Golde nach Karat und Grän bestimmt. Wenn es z. B. heißt, ein Stück Silber habe einen Gehalt von 12 Lth 9 Grän oder sei $12\frac{1}{2}$ löthig, so heißt dieses so viel als: In je 1 Mark dieses Silbers kommen 12 Lth, 9 Grän feines Silber vor und die übrigen 3 Lth 9 Grän sind Zusatz. Oder auch: In je 16 Gewichtstheilen legirten Silbers sind immer $12\frac{1}{2}$ Gewichtstheile feines Silber enthalten. Wenn es ferner heißt, ein Stück Gold habe einen Gehalt von 21 Karat 4 Grän, oder sei $21\frac{1}{3}$ karatig, so heißt dieses so viel als: In je 1 Mark dieses Goldes kommen 21 Karat, 4 Grän feines Gold vor und die übrigen 2 Karat 8 Grän sind Zusatz. Oder auch: In je 24 Gewichtstheilen legirten Goldes sind immer $21\frac{1}{3}$ Gewichtstheile feines Gold enthalten.

Der Feingehalt kann auch durch eine unbenannte (gebrochene) Zahl angegeben sein. Wenn es z. B. heißt, der Gehalt eines Silbers sei 0,9 oder das Silber sei 0,9 gehaltig, so heißt dieses so viel als: $\frac{9}{10}$ des legirten Silbers sind feines Silber und $\frac{1}{10}$ ist Zusatz, oder auch: Auf je 9 Gewichtstheile feines Silber kommt immer 1 Gewichtstheil Zusatz. Es enthält demnach 1 Mark legirten Silbers $0{,}9 \times 16$ Lth $= 14{,}4$ Lth $= 14$ Lth 7,2 Grän feines Silber, oder das Silber ist 14,4löthig, oder auch, der Gehalt des Silbers ist 14 Lth 7,2 Grän. Wenn es ferner heißt, der Gehalt eines Goldes sei 0,9027 oder das Gold sei 0,9027 gehaltig, so heißt dieses so viel als: $\frac{9027}{10000}$ des legirten Goldes sind feines Gold und die übrigen $\frac{973}{10000}$ sind Zusatz, oder auch: Auf je 9027 Gewichtstheile feines Gold kommen immer 973 Gewichtstheile Zusatz. Es enthält demnach 1 Mark legirten Goldes $0{,}9027 \times 24$ Karat $= 21{,}6648$ Karat $= 21$ Karat 7,9776 Grän feines Gold, oder das Gold ist 21,6648karatig, oder auch, der Gehalt des Goldes ist 21 Karat 7,9776 Grän.

In Bayern ist der gesetzmäßige Feingehalt für jedes verarbeitete Silber 13 Lth und für jedes verarbeitete Gold 14 oder 18 Karat, und eine Mark von solchem Silber oder Gold heißt **Probirmark**.

Geschmolzenes Silber oder Gold in Stangenform heißt **Barren**, in Plattenform **Plansche**.

Das Feinrechnen.

§. 163.

Feinrechnen heißt, die Menge (das Gewicht) feinen Silbers oder Goldes einer Mischung aus dem Feingehalte und dem Rauhgewichte derselben berechnen.

1) Welches ist das Feingewicht von a) 8 Mark 12löthigen oder $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ gehaltigem, b) 4 Lth 13löthigem oder $\frac{13}{16}$ gehaltigem, c) 4 Lth, 10 Grän 14löthigem oder $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ gehaltigem, d) 2 Mark, 5 Lth, 8 Grän 10löthigem oder $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ gehaltigem Silber?

Auflösung zu a. 8 Mark 12löthig $= 8 \times \frac{12}{16}$ Mark $= 6$ Mark feines Silber.

Auflösung zu b. 4 Lth 13löthig $= \frac{4}{16}$ Mark 13löthig $= \frac{4}{16} \times 13$ Lth $= 3$ Lth $4\frac{1}{2}$ Grän feines Silber.

Auflösung zu c. 4 Lth, 10 Grän 14löthig $= \frac{4}{16}$ Mark $+ \frac{10}{288}$ Mark 14löthig $= \frac{82}{288}$ Mark 14löthig $= \frac{82}{288} \times 14$ Lth $= 3$ Lth $17\frac{3}{4}$ Grän feines Silber.

Auflösung zu d?

2) Wie viel feines Gold ist in a) 3 Mark, 4 Karat, 9 Grän 18karatigem oder $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ gehaltigem, b) 15 Karat, 10 Grän 15karatigem oder $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ gehaltigem, c) 8 Grän 22karatigem oder $\frac{22}{24} = \frac{11}{12}$ gehaltigem Golde enthalten?

Auflösung zu a. 3 Mark, 4 Karat, 9 Grän 18karatig $= 3$ Mark $+ \frac{4}{24}$ Mark $+ \frac{9}{288}$ Mark 18karatig $= 3\frac{57}{288}$ Mark 18karatig $= 3\frac{57}{288} \times 18$ Karat $= 2$ Mark, 9 Karat, $6\frac{3}{4}$ Grän feines Gold.

Auflösung zu b. 15 Karat, 10 Grän 15karatig $= \frac{15}{24}$ Mark $+ \frac{10}{288}$ Mark 15karatig $= \frac{190}{288}$ Mark 15karatig $= \frac{190}{288} \times 15$ Karat $= 9$ Karat $10\frac{3}{4}$ Grän feines Gold.

Auflösung zu c?

3) Man schmelzt 4 Mark, 10 Lth 13löthiges Silber und 5 Mark, 6 Lth von einer anderen Sorte zusammen, wodurch der Feingehalt der Mischung 12 Lth 2 Grän wird. Welches ist der Feingehalt der zweiten Sorte?

Auflösung.

Wie viel feines Silber enthält die erste Sorte?
„ „ „ „ „ „ Legirung?
„ „ „ „ „ „ zweite Sorte?
„ „ „ „ „ „ Mark der zweiten Sorte?

Und umgekehrt kann man auch den Feingehalt berechnen aus dem Feingewichte und dem Zusatz, z. B.

4) In den Preußenthalern befindet sich unter 4 Lth legirten Silbers immer 1 Lth Kupfer. Wie viellöthig sind die Preußenthaler?

Auflösung. Feingehalt in 4 Lth $= \frac{3}{4}$; also in einer Mark $= \frac{3}{4} \times 16 = 12$ Lth feines Silber.

5) Ein silbernes Gefäß wiegt $3\frac{3}{4}$ Mark und enthält 2 Lth 12 Grän Kupfer. Wie viellöthig ist das Silber?

6) Ein silbernes Gefäß wiegt $4\frac{1}{2}$ Mark und enthält 3 Mark, 10 Grän feines Silber. Wie viellöthig ist das Silber?

7) Im Dukatengolde kommen auf 71 Theile feinen Goldes 1 Theil Zusatz. Wie vielkaratig ist das Dukatengold?

8) Es wurden 10 Mark 8 Karat feines Gold mit einem Zusatze zusammengeschmelzt, wodurch man 12 Mark 20 Karat legirtes Gold erhielt. Welches ist der Gehalt desselben?

§. 164.

1. Aufgabe. Den Gehalt der Einheit einer Mischung zu berechnen aus den Mengen und Gehalten der zu mischenden Bestandtheile.

Beispiele.

1) Es werden 4 Lth fein Gold, 3 Lth 20karatiges, 8 Lth 18karatiges und $1\frac{1}{2}$ Lth Kupfer zusammengeschmelzt; wieviel karatig wird das Gold?

Auflösung.

4 Lth	fein	enthalten	$\frac{4}{16} \times 24$ Karat	$= 6$	Karat fein Gold.
3 „	20kartig.	„	$\frac{3}{16} \times 20$ „	$= 3\frac{3}{4}$	„ „ „
8 „	18 „	„	$\frac{8}{16} \times 18$ „	$= 9$	„ „ „
$1\frac{1}{2}$ „	Kupfer	„	—	—	„ „ „
$16\frac{1}{2}$ Lth	Mischung	enthalten		$18\frac{3}{4}$	Karat fein Gold.

1 Lth Mischung enthält also $\dfrac{18\frac{3}{4}}{16\frac{1}{2}}$ Karat fein Gold und

1 Mark oder 16 Lth enthalten $16 \times \dfrac{18\frac{3}{4}}{16\frac{1}{2}} = 18\frac{2}{11}$ Karat für Gold

d. h. die Mischung wird $18\frac{2}{11}$ karatig.

2) Welches wird der Gehalt der Legirung, wenn 5 Mark 11 löthiges Silber mit a) 1 Mark, b) 2 Mark 10 Lth, c) 3 Mark 5 Lth feinem Silber zusammengeschmelzt werden?

Auflösung zu a. 5 Mark 11löthig + 1 Mark fein $= 5 \times 11$ Lth $+ 16$ Lth $= 71$ Lth fein in 6 Mark Legirung, also ist diese $\frac{71}{6} = 11\frac{5}{6}$ löthig?

Auflösung zu b und c?

3) Zu einem silbernen Gefäße, welches $14\frac{1}{2}$ Mark wiegt, sind a) 10 Mark b) 8 Mark 12 Lth c) 9 Mark 14 Lth feines Silber verwendet; wieviel löthig ist das Silber dieses Gefäßes?

Auflösung zu a. 1 Mark rauh ist $\dfrac{10}{14\frac{1}{2}}$ gehaltig, enthält also $\dfrac{10}{14\frac{1}{2}} \times 16 = 11\frac{1}{29}$ Lth feines Silbers, d. h. das Silber ist $11\frac{1}{29}$ löthig.

Auflösung zu b und c?

4) Ein Goldbarren enthält 9 Mark 20 Karat fein Gold und wiegt a) $10\frac{1}{2}$ Mark b) $11\frac{1}{4}$ Mark c) 12 Mark; wieviel karatig ist das Gold?

5) Wieviel löthig werden 4 Mark 10 Lth 14löthiges Silber durch den Zusatz von a) $1\frac{1}{4}$ Mark b) 13 Lth Kupfer?

6) Welches wird der Gehalt von 3 Mark 10 Karat 18karatigem Golde durch den Zusatz von a) 1 Mark b) 20 Karat feinem Gold?

§. 165.

2. Aufgabe. Die Mengen der Bestandtheile aus den Werthen derselben und aus dem Werthe und der Menge der Mischung zu berechnen.

Auflösung. Man ziehe vom Preise der besseren Sorte den der Mittelsorte und von letzterem den der geringeren Sorte ab, so ist die 1. Differenz die Verhältnißzahl für Menge der geringeren und die 2. Differenz die für die Menge der besseren Sorte.

Beispiele für Legirungen und andere Mischungen.

1) Wie viel 14löthiges und wie viel 10löthiges Silber muß man mischen, um 13löthiges zu erhalten?

Auflösung.

Bessere Sorte per Mark	= 14 Lth	Diff. = 1 (für gering. Sorte)
Mittlere „ „ „	= 13 „	
Geringere „ „ „	= 10 „	Diff. = 3 („ bessere „)

Summe der Verhältnißzahlen = 4

Man hat also auf je 3 Gewichtstheile 14löthiges, 1 Gewichtstheil 10löthiges Silber zu nehmen.*)

2) Aus 15löthigem und 10löthigem Silber sollen 2 Mark 12 Lth (44 Lth) 12löthiges verfertigt werden; wie viel ist von jeder Sorte zu nehmen?

Auflösung.

Bessere Sorte per Mark	= 15 Lth	Diff. = 3 (für geringere Sorte)
Mittlere „ „ „	= 12 „	
Geringere „ „ „	= 10 „	Diff. = 2 („ bessere „)

Summe der Verhältnißzahlen = 5 und es verhält sich

5 : 44 Lth = 3 : x Lth, und hieraus $x = 26\frac{2}{5}$ Lth 10löthiges; ferner:
5 : 44 Lth = 2 : y Lth, „ „ $y = 17\frac{3}{5}$ Lth 15 „

Probe?

*) Wäre 12löthige Mischung verlangt, so hätte man die arithmetische Mittlere zwischen 10 und 14 d. h. von jeder Sorte gleich viel zu nehmen; so aber müssen vom 14löthigen mehr, nämlich 3 Gewichtstheile und vom 10löthigen weniger, nämlich 1 Gewichtstheil genommen werden, weil 14 um so viele Einheiten näher bei 13 liegt als die Zahl 10. Aehnliche Andeutungen gelten auch für die folgenden Beispiele.

3) Aus 2 Mark, 14 Lth, 14 Pf*) Silber, welches in der Mark 10 Lth 11 Grän fein enthält, soll durch Zusatz von dem Silber der Frankenstücke, dessen Gehalt = 0,9 ist, 13löthiges verfertigt werden, wie viel Frankenstücke sind dazu nöthig, wenn ein solches 5 Gramm wiegt?

Auflösung.

2 Mark 14 Lth 14 Pf = $46\frac{7}{8}$ Lth und diese sind $10\frac{11}{18}$ löthig.

Der Gehalt = 0,9 × 16 Lth = 14,4 Lth fein in der rauhen Mark.

Bessere Sorte per Mark = 14,4 Lth	Diff. = 1,4 (für geringere Sorte)
Mittlere " " " = 13 "	
Geringere " " " = $10\frac{11}{18}$ "	Diff. = $2\frac{7}{18}$ (" bessere ")

Summe der Verhältnißzahlen = $3\frac{71}{90}$.

Der Zusatz an Silber von Frankenstücken ist unbekannt = x Lth, mithin ist das Gewicht der ganzen Mischung = $46\frac{7}{8}$ Lth + x Lth, und es verhält sich:

$3\frac{71}{90} : (46\frac{7}{8} + x)$ Lth = $2\frac{7}{18} : x$ Lth und hieraus folgt nach §. 122.

$3\frac{71}{90} \times x = 2\frac{7}{18} \times (46\frac{7}{8} + x)$, oder

$3\frac{71}{90}\, x = 2\frac{7}{18} \times 46\frac{7}{8} + 2\frac{7}{18}\, x$, oder wenn man auf beiden Seiten dieser Gleichung $2\frac{7}{18}\, x$ subtrahirt, wodurch Gleiches von Gleichem subtrahirt und wieder Gleiches erhalten wird:

$1\frac{36}{90}\, x = 2\frac{7}{18} \times 46\frac{7}{8}$ also

$$x = \frac{2\frac{7}{18} \times 46\frac{7}{8}}{1\frac{36}{90}} = 79{,}985 \ldots \text{ Lth} = 4{,}998 \ldots \text{ Mark}$$

Frankensilber. Ferner:

x Franken	4,999 Mark Silber
1 Mark	233,855 Gramm
5 Gramm	1 Frank, und hieraus

x = 233,808 Frankenstücke oder 46,761 Fünffrankenstücke.

4) Jemand hat zweierlei Weine, die Maß zu 48 kr und zu 30 kr. Er möchte daraus eine Mischung von 50 Maß machen, wovon jede a) 40 b) 45 kr c) 36 kr kostet. Wie viel von jeder Sorte muß er dazu nehmen?

Auflösung zu a.

Preis der besseren Sorte = 48 kr	Diff. = 8 (für geringere Sorte)
" " mittleren " = 50 kr	
" " geringern " = 30 kr	Diff. = 10 (" bessere ")

Summe der Verhältnißzahlen = 18; also

18 : 50 = 8 : x und hieraus x = $22\frac{2}{9}$ Maß à 30 kr

18 : 50 = 10 : y " " y = $27\frac{7}{9}$ " à 48 kr

Probe?

Auflösung zu b und c?

*) Das Loth = 16 Pfennige.

5) Aus 15½karatigem und 22karatigem Golde sollen 2 Mark 7 Lth 18karatiges angefertigt werden; wie viel von jeder Sorte ist zu nehmen?

6) Aus 10löthigem und 14löthigem Silber will man 3 Mark 10 Lth 13löthiges verfertigen; wie viel von jeder Sorte muß man dazu nehmen?

7) Aus 2 Sorten Kaffee, das ℔ zu 30 kr und zu 40 kr will man 25 ℔ zusammenmengen, wovon das ℔ 36 kr kostet. Wie viel von jeder Sorte ist zu nehmen?

8) Fünffrankenthaler sind 14 Lth 7½ Grän, die preußischen Thaler 12 Lth fein. Wie viel Loth von jeder Sorte Thaler sind zu nehmen, um 1 Mark bayerisches Probesilber zu verfertigen?

9) Man will sich ein Bad von 300 Liter Wasser und von 20 Grad Wärme bereiten. Wie viel Liter von 10 Grad und wie viel von 50 Grad Wärme sind dazu erforderlich?

10) Zu einer Mischung von 480 Maß Wein, von welcher die Maß a) 18 kr b) 16 kr kosten soll, will man Weine nehmen, wovon die Maß 20 kr und 12 kr kostet. Wie viel von jeder Sorte muß man nehmen?

11) Aus 2 Sorten Wein, wovon der Eimer der besseren Sorte 42½ fl und der Eimer der geringeren 34⅓ fl kostet, will man ½ Fuder mischen, wovon der Eimer a) 40 fl b) 36 fl kostet. Wie viel von jeder Sorte ist zu nehmen?

12) Wie viel Maß Wein à 20 kr muß man zu einem anderen, wovon die Maß 28 kr kostet, gießen, um ½ Schenkeimer zu erhalten, wovon die Maß a) 24 kr b) 22 kr c) 26 kr kostet?

§. 166.

3. Aufgabe. Die Menge eines einzelnen Bestandtheiles aus dem Werthe desselben, aus der Menge des anderen Bestandtheiles und dem Werthe der Mischung zu berechnen.

Auflösung. Aehnlich wie in Aufgabe Nro. 2. (Siehe Beispiel Nro. 3.).

Beispiele für Legirungen und andere Mischungen.

1) Aus 15 Mark 12 Lth 9 Grän 13⅓löthigem Silber soll durch Zusatz von Kupfer 13löthiges gemacht werden; wie viel Kupfer ist dazu nöthig?

Auflösung. 15 Mark 12 Lth 9 Grän = 252½ Lth

Bessere Sorte per Mark = 13⅓ Lth		
	Diff. = ⅓ (für Kupfer)	
Mittlere " " " = 13 "		
	Diff. = 13 (" Silber.)	
Geringere " " " = 0 "		

Summe der Verhältnißzahlen = 13⅓

Der Zusatz von Kupfer = x Lth, also Gewicht der ganzen Mischung = (252½ + x) Lth, und es verhält sich jetzt

$13\frac{1}{3} : (252\frac{1}{2} + x) = \frac{1}{3} : x$ und hieraus nach §. 122.

$13\frac{1}{3}\,x = \frac{1}{3}\,(252\frac{1}{2} + x)$, oder $13\frac{1}{3}\,x = 84\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\,x$.

Subtrahirt man auf beiden Seiten dieser Gleichung $\frac{1}{3}\,x$, so

wird Gleiches von Gleichem subtrahirt und man erhält wieder Gleiches, nämlich:

$13\,x = 84\frac{1}{6}$ und hieraus $x = \frac{84\frac{1}{6}}{13} = 6$ Lth $7{,}5\ldots$ Grän Kupfer. Probe?

2) Ein Goldarbeiter möchte 2 Mark, 2 Karat, 8 Grän 12karatiges Gold durch Zusatz von feinem Golde auf 14karatiges bringen; wie viel von letzterem ist dazu nöthig?

Auflösung. 2 Mark 2 Karat 8 Grän = $50\frac{1}{36}$ Karat.

Bessere Sorte per Mark	= 24 Karat	Diff. = 10 (für gering. Sorte)
Mittlere " " "	= 14 "	
Geringere " " "	= 12 "	Diff. = 2 (" bessere ")

Summe der Verhältnißzahlen = 12

Der Zusatz von feinem Gold = x Karat, also Gewicht der Mischung = $(50\frac{1}{16} + x)$ Karat, und es verhält sich

$12 : (50\frac{1}{36} + x) = 2 : x$ und hieraus nach §. 122.

$12\,x = 2\,(50\frac{1}{36} + x)$, oder $12\,x = 100\frac{1}{18} + 2\,x$; auf beiden Seiten $2\,x$ subtrahirt

$10\,x = 100\frac{1}{18}$, also $x = \frac{100\frac{1}{18}}{10} = 10$ Karat $\frac{1}{18}$ Grän fein Gold. Probe?

3) Ein Silberarbeiter will aus 8 Mark feinem Silber durch Zusatz von Kupfer a) 13löthiges b) 14löthiges c) 10löthiges machen. Wie viel Kupfer muß er nehmen und wie viel Mark rauh erhält er?

Auflösung zu a.

Bessere Sorte per Mrk.	= 16 Lth	Diff. = 3 (für Kupfer)
Mittlere " " "	= 13 "	
Geringer " " "	= 0 "	Diff. = 13 (" feines Silber)

Summe der Verhältnißzahlen = 16

Zusatz von Kupfer = x Mark, also Gewicht der Mischung = $(8 + x)$ Mark.

$16 : (8 + x) = 3 : x$ und hieraus nach §. 122.

$16\,x = 3\,(8 + x)$ oder $16\,x = 24 + 3\,x$; auf beiden Seiten $3\,x$ subtrahirt, gibt

$13\,x = 24$, also $x = \frac{24}{13} = 1\frac{11}{13}$ Mark Kupfer.

Gewicht der Mischung = 8 Mark + $1\frac{11}{13}$ Mark = $9\frac{11}{13}$ Mark.

Probe? Auflösung zu b und c?

4) Wie viel Liter Wasser muß man zu 50 Liter Wein à 28 kr gießen, damit der Liter dieser Mischung a) 24 kr b) 20 kr werth ist?

Auflösung zu a.

Bessere Sorte per Liter = 28 Kr } Diff. = 4 (für Wasser)
Mittlere " " " = 24 Kr
Geringere " " " = 0 Kr } Diff. = 24 (" Wein.)

Summe der Verhältnißzahlen = 28

Zusatz von Wasser = x Liter, also ganze Mischung = $(50 + x)$ Liter $28 : (50 + x) = 4 : x$ also nach §. 122.

$28\,x = 4\,(50 + x)$, oder $28\,x = 200 + 4\,x$; auf beiden Seiten $4\,x$ subtrahirt, gibt:

$24\,x = 200$, also $x = \frac{200}{24} = 8\frac{1}{3}$ Liter Wasser. Probe?

Auflösung zu b?

5) Wie viel Liter Wein à 24 Kr darf man zu 3 Liter Wasser gießen, damit der Liter der Mischung a) 16 Kr b) 20 Kr werth ist?

6) Wie viel Wasser muß man zu 50 Liter Spiritus, der 80 Grad stark ist, schütten, um diesen auf a) 70 Grad b) 64 Grad c) 50 Grad zu verdünnen?

7) Wie viel Eimer à 30 fl muß man zu 4 Eimer à 22 fl schütten, um eine Mischung zu erhalten, wovon der Eimer a) 24 fl b) 25 fl c) 28 fl werth ist? Wie viel Eimer beträgt die Mischung?

8) Kaltes Wasser von 10 Grad soll durch Hinzugießen von siedendheißem zu einem Bade von a) 18 b) 24 Grad erwärmt werden. In welchem Verhältnisse muß die Menge des kalten Wassers zu der des siedenden stehen a) bei Celsius- b) bei Reaumur-Graden?

9) Wie viel Pfund à 28 Kr muß man mit 25 ℔ à 20 Kr vermengen, um eine Mischung zu erhalten, wovon das Pfund a) 22 Kr b) 24 Kr kostet?

10) Wie viel Wasser von 12 Grad Wärme muß man zu 60 Maß von 30 Grad Wärme gießen, um eine Mischung von a) 18 b) 22 c) 26 Grad zu erhalten.

11) Der Feingehalt eines englischen Sovereign ist $\frac{11}{12}$; wie viel Zusatz muß man zu 14 Pfd Sovereigngold schmelzen, damit die Legirung den Feingehalt $\frac{5}{6}$ erhält?

12) Von 2 Sorten Kaffee, das Pfund zu 24 Kr und zu 30 Kr kann die Mischung um 28 Kr verkauft werden. Wie viel Pfund der geringeren Sorte enthält die Mischung, wenn sich darin 26 ℔ der besseren befinden?

13) Zu 24 Liter Wein à 36 Kr wurde so viel Wasser gegossen, daß der Liter der Mischung a) 28 Kr b) 24 Kr c) 18 Kr werth ist. Wie viel Wasser wurde hinzugegossen?

14) Wie viel Wasser darf man zu einem Visir-Eimer Wein, wovon die Maß 30 Kr kostet, gießen, wenn die Maß nur a) 24 Kr b) 20 Kr c) 28 Kr werth sein soll?

15) Wie viel Maß Wein à 16 Kr darf man zu einem Schenk-

Eimer, der 36 fl kostet, gießen, wenn die Maß der Mischung a) 20 kr b) 24 kr c) 30 kr werth sein soll?

16) Zu 5 Mark 23karatigem Golde soll so viel Gold von 17 Karat, 10 Grän Gehalt hinzugesetzt werden, daß der Gehalt der Legirung a) 18 Karat b) 22 Karat, 10 Grän ist. Wie viel ist hinzuzusetzen?

17) In Oesterreich ist das Probesilber 15löthig und in Bayern 13löthig. Wie viel feines Silber und wie viel bayerisches Probesilber hat man zu 5 Mark, 12 Lth österreichischem Probesilber nöthig?

18) Die Temperatur eines Brunnenwassers ist durch Hinzugießen von siedendheißem von 11 auf 20 Grad erhöht worden. Wie verhält sich die Menge des Brunnenwassers zu der des hinzugegossenen, wenn man a) Celsiusgrade, b) Reaumurs-Grade annimmt?

§. 167.

4. Aufgabe. Den Werth des feinen Silbers oder Goldes zu berechnen aus dem Werthe des legirten und umgekehrt.

Der Preis der Vereinsmark feinen Goldes ist in Deutschland 378 bis 385 fl s. W., oder = 216 bis 220 Rth. Der Preis der Vereinsmark feinen Silbers ist $24\frac{1}{3}$ bis $24\frac{1}{2}$ fl s. W. oder = $13\frac{3}{4}$ bis 14 Rth. Der Preis des Goldes ist demnach etwa $15\frac{1}{2}$ mal so hoch als der eines gleichen Gewichtes Silber.*) Bei Legirungen wird der Preis des Zusatzes an unedlerem Metall nicht in Rechnung gebracht.

Beispiele.

1) Wenn die Mark feines Gold 220 Rth. kostet, was kostet die Mark a) 16karatiges b) 18karatiges c) 22karatiges?

Auflösung zu a. 24 Karat : 220 Rth. = 16 Karat : x Rth., also x = $146\frac{2}{3}$ Rth.

Auflösung zu b und c?

2) Was kostet die Mark feines Silber, wenn die Mark $12\frac{1}{2}$löthiges 19 fl 4 kr kostet?

Auflösung. $12\frac{1}{2}$ Lth fein: $19\frac{1}{15}$ fl = 16 Lth fein : x fl, x = 24 fl $24\frac{1}{3}$ kr nahezu.

3) 26 Mark $6\frac{1}{2}$ Lth Silber, dessen Feingehalt $12\frac{1}{2}$ ist, werden per Mark fein zu $27\frac{1}{2}$ Bankomark verkauft; wie viel beträgt die Rechnung in süddeutscher Währung?

Auflösung. 26 Mark $6\frac{1}{2}$ Lth = $26\frac{13}{32}$ Mark.

Feingewicht = $26\frac{13}{32} \times 12\frac{1}{2}$ Lth = $\frac{21125}{1024}$ Mark.

1 Bankomark = 53 kr, also

$27\frac{1}{2}$ Bankomark = $27\frac{1}{2} \times 53$ kr = $\frac{583}{24}$ fl, also verhält sich 1 Mark fein : $\frac{583}{24}$ fl = $\frac{21125}{1024}$ Mark fein : x fl und hieraus x = 501,13 . . . fl s. W.

---

*) Die in ganz Deutschland und in manchen anderen Ländern angenommene Vereinsmark ist die Kölnische = 233,855 Gramm. Sie weicht jedoch an manchen Orten von diesem Gewichte ab. In Augsburg z. B. ist sie = 235,924 Gramm, in Wien = 280,644 Gramm.

4) Was kosten 12 Mark, 10 Lth 14löthiges Silber, wenn die feine Mark 13⅗ Rth. kostet?

5) Was kostet die Mark 12löthiges Silber, wenn ein Barren, welcher 17 Mark, 14 Lth feines Silber enthält, 236½ Rth. kostet?

6) Die Mark 18karatiges Gold kostet 228 fl 42 xr; was kostet die Mark a) 14karatiges b) 20karatiges c) 22½ karatiges?

7) Eine silberne Dose hat einen Feingehalt von 13 Lth, 10 Grän und ein Gewicht von 12½ Lth (Zollgewicht). Welches ist ihr Silberwerth, wenn die feine Mark Silber 24¼ fl kostet?

8) Wie viel 12löthiges Silber bekommt man für 1 Mark, 12 Lth 18karatiges Gold, die feine Mark Gold zu 216 Rth. und die feine Mark Silber zu 13¾ Rth. gerechnet?

9) Wenn die Mark Gold von 23 Karat, 12 Grän Feingehalt 342 fl kostet; was kosten a) 12 Lth b) 2 Mark, 5 Lth c) 4 Lth, 12 Grän feines Gold?

VIII. Von den Münzen.

§. 168.

Es gibt wirklich geprägte (reelle) und blos angenommene (fingirte) Münzen; letztere nennt man auch Rechnungs-Münzen. Der Werth einer geprägten Münze hängt von der Güte und Menge des Metalls ab, woraus sie besteht. Das absolute Gewicht einer Münze heißt ihr **Schrot**, auch **Rauhgewicht** oder **Bruttogewicht**; ihr Feingehalt heißt **Korn**. Die Menge (das Gewicht) feinen Metalls in einer Münze heißt ihr **Feingewicht** auch **Nettogewicht**. Die gesetzliche Bestimmung eines Staates über Schrot und Korn, sowie über den Werth seiner Münzen heißt **Münzfuß** auch **Währung** oder **Valuta**. Ein schwererer Münzfuß unterscheidet sich von einem leichteren dadurch, daß nach ersterem aus einem bestimmten Gewichte edeln Metalls weniger, nach letzterem mehr Geldstücke als landesübliche Münzeinheiten geprägt sind. So z. B. ist der Wiener oder 45-Guldenfuß schwerer als der süddeutsche oder 52½-Guldenfuß. Die bemerkenswerthesten Münzfuße waren bis zum Jahre 1857 in Deutschland folgende:

A. In Gold.

1) **Der Goldguldenfuß.** Der Goldgulden war früher die wichtigste Goldmünze, die fast in allen Staaten geprägt wurde. Es gingen 72 Stück auf die rauhe Mark Gold von 18½ Karat Feingehalt. Bayern prägte auch doppelte Goldgulden unter dem Namen Maxdor und in fast allen süddeutschen Staaten prägte man dreifache unter dem Namen Carolins.

2) **Der Dukatenfuß,** auch **Reichsfuß** genannt, nach welchem 67 Stück Dukaten aus der rauhen Mark von 23⅔ Karat Feingehalt geprägt sind.

3) **Der Pistolenfuß,** nach welchem die deutschen Pistolen geprägt sind. Die Pistole wird nach dem Namen des Regenten auch Fried-

richsdor, Augustdor, Christiandor &c. genannt. Nach diesem Münzfuße gehen eigentlich 35 einfache Pistolen auf die rauhe Mark von $21\frac{2}{3}$ Karat Feingehalt, also 38,769 . . . Stück auf die feine Mark. Pistolen, welche im Gehalte etwas geringer sind, nennt man **Passirpistolen.**

B. In Silber.

1) **Der 14-Thalerfuß** in den norddeutschen Staaten. Nach ihm wurden 14 Thaler aus der feinen Mark geprägt. Ein Thalerstück enthält daher $\frac{233,855}{14} = 16,704\ldots$ Gramm feines Silber.

2) **Der 20-Guldenfuß,** auch **Conventionsfuß** genannt, im Jahre 1753 von Oesterreich, Bayern und Sachsen angenommen. Nach diesem Münzfuße wurden aus der feinen Mark 20 fl. geprägt; ein solches Guldenstück enthält daher $\frac{233,855}{20} = 11,6927\ldots$ Gramm feines Silber. Die Geldsorten nach diesem Münzfuße nennt man Conventionsmünzen oder Conventionsgeld.

3) **Der $24\frac{1}{2}$-Guldenfuß,** seit der Münzconvention vom 30. Juli 1838 eingeführt in den süddeutschen Staaten. Nach ihm wurden aus der feinen Mark $24\frac{1}{2}$ fl. geprägt; ein solches Guldenstück enthält also $\frac{233,855}{24\frac{1}{2}} = 9,545\ldots$ Gramm feines Silber.

4) **Der Lübische oder Hamburger Currentfuß** in Lübeck, Hamburg und Mecklenburg eingeführt. Nach ihm wurden $11\frac{1}{3}$ Rth. = 34 Mark Kurant aus der feinen Mark geprägt.

5) **Der Hamburger Bankofuß,** nach welchem gar keine Münzen geprägt sind, indem die Mark Banko nur eine eingebildete Münze (Rechnungsmünze) ist. Es werden in Hamburg alle größeren Handelsgeschäfte nach dieser Bankomark abgeschlossen und $27\frac{3}{4}$ Bankomark werden 1 feinen Mark Silber gleich gerechnet.

§. 169.

Seit dem 24. Januar 1857 besteht zwischen den meisten deutschen Staaten ein neuer Münzvertrag, nach welchem statt der früheren Vereinsmark das Vereinspfund (Zollpfund) = 500 Gram = 10000 Aß als allgemeines Münzgewicht eingeführt ist. Eine Aß = $\frac{500}{10000}$ = 0,05 Gramm; oder 1 Gramm = 20 Aß. Die gesetzlichen Münzfuße sind nun:

1) **Der 30-Thalerfuß** (norddeutsche Währung). Nach ihm werden aus dem Zollpfund fein 30 Rth. geprägt; ein solches Thalerstück enthält daher $\frac{500}{30} = 16,666\ldots$ Gramm feines Silber, erreicht also ganz nahe den Werth eines Thalers nach dem früheren 14-Thalerfuße. Der Unterschied beträgt nur 0,8056 preußische Pfennige. Oder es verhalten sich:

233,855 Gr. : 14 Rth. = 500 Gr. : x Rth. und hieraus x = 29,9330 . . . Rth. Die 500 Gramm liefern also im Verhältnisse zu den 233,855 Grammen nur 29,9330 . . . Rth., während in Wirklichkeit 30 Rth. daraus geprägt werden. Da der 30-Thalerfuß also

nur um ein ganz Geringes leichter ist als der 14-Thalerfuß, so wird er auch bei allen Zahlungen und Verbindlichkeiten dem früheren 14-Thalerfuß gesetzlich gleichgestellt und ist eingeführt in den Anhaltischen Herzogthümern, in Braunschweig, Churhessen, Hannover, Oldenburg, Preußen, Reuß (ältere und jüngere Linie), Sachsen-Altenburg, Sachsen-Gotha, Sachsen-Weimar, Eisenach, im Königreich Sachsen, in Schaumburg-Lippe u. Lippe-Detmold, Schwarzburg-Rudolstadt (Unterherrschaft), Schwarzburg-Sondershausen, Waldeck und Pyrmont.

2) **Der $52\frac{1}{2}$-Guldenfuß** (süddeutsche Währung). Nach ihm werden aus dem Zollpfund fein $52\frac{1}{2}$ fl geprägt; ein Guldenstück s. W. enthält daher $\frac{500}{52\frac{1}{2}} = 9{,}523\ldots$ Gramm feines Silber, erreicht also beinahe den Werth eines Guldens nach dem früheren $24\frac{1}{2}$-Guldenfuß, der Unterschied beträgt nur, 0,1343 kr. Oder es verhalten sich: 233,855 Gr. : $24\frac{1}{2}$ fl = 500 Gr. : x fl, und hieraus folgt x = 52,3828 . . . Die 500 Gramm liefern also im Verhältnisse zu den 233,855 Grammen nur 52,3828 . . . fl, während in Wirklichkeit 52,5 fl daraus geprägt werden. Da der $52\frac{1}{2}$-Guldenfuß nur um ein Geringes leichter ist als der frühere $24\frac{1}{2}$-Guldenfuß, so wird er auch bei allen Zahlungen und Verbindlichkeiten dem früheren $24\frac{1}{2}$-Guldenfuß gesetzlich gleichgestellt und ist eingeführt in Bayern, Baden, Frankfurt, Hessen-Darmstadt, Hessen-Homburg, Hohenzollern, Nassau, Sachsen-Coburg, Sachsen-Meiningen, Schwarzburg-Rudolstadt (Oberherrschaft) und Würtemberg.

3) **Der 45-Guldenfuß** (Wiener oder österreichische Währung). Nach ihm werden aus dem Zollpfund fein 45 fl geprägt; ein Guldenstück W. W. enthält daher $\frac{500}{45} = 11{,}111\ldots$ Gramm feines Silber, hat also in Vergleich zu dem früheren Gulden nach dem 20-Guldenfuße einen beträchtlich geringeren Werth. Während der frühere österreichische Gulden 1 fl 12 kr s. W. gilt, gilt der jetzige nur 1 fl 10 kr. Der 45-Guldenfuß ist eingeführt in Oesterreich und Lichtenstein.

4) **Der Lübische 35-Markfuß** (14-Thalerfuß), nach welchem 35 Mark Kurant auf die feine Mark Silber gehen.

§. 170.

In sämmtlichen vertragenden Staaten werden jetzt zwei gemeinsame Hauptmünzen geprägt, nämlich:

1) Das Vereinsthalerstück zu $\frac{1}{30}$ ℔ Feinsilber im Werthe von $1\frac{1}{2}$ fl ö. W. = $1\frac{3}{4}$ fl s. W.

2) Das Zwei-Vereinsthalerstück zu $\frac{1}{15}$ ℔ Feinsilber im Werthe von 3 fl ö. W. = $3\frac{1}{2}$ fl s. W.

In Gold lassen die vertragenden Staaten als Vereinshandelsmünze ohne Zwangscurs deutsche **Kronen** und **halbe Kronen** ausprägen. Von ersteren gehen 50, von letzteren 100 Stück auf das Vereinspfund fein. Ihr Feingehalt ist 0,9, also der Zusatz = 0,1,

so daß 45 Kronen und 90 halbe Kronen auf das Vereinspfund rauh gehen. Das Bruttogewicht einer deutschen Krone ist also = $11\frac{1}{9}$ Gramm, nach dem Passirgewichte = $11\frac{1}{12}$ Gramm und noch vollwichtig. Die deutsche Vereinsmark hat einen durchschnitlichen Werth von 9 Rth. 6 Sgr 9 Pf = 13 fl 82 kr ö. W. = 16 fl 8 kr s. W.

§. 171.

Da der reelle Werth einer Münze in der Menge des in ihr enthaltenen feinen Metalls besteht, so ist ihre Benennung sammt Eintheilung gleichgiltig. Man kann daher nicht für jede Münze, die z. B. den Namen Gulden führt, das nämliche geben oder verlangen. Es kann sich jedoch der Gedanke des Werthes der Münze leicht an ihren Namen und weniger an ihren inneren Gehalt knüpfen, so daß die gleichbenannten Münzen benachbarter Staaten im Verkehre durcheinander kommen und gleichen Werth annehmen, obwohl sie nach verschiedenen Münzfußen geprägt sind. Da auf diese Weise das schwerere Geld nicht mehr gilt als das leichtere, so ist es denkbar, daß der Nachbarstaat, in welchem der leichtere Münzfuß eingeführt ist, das gehaltvollere Geld gegen sein leichteres austauscht, es einschmelzt und in leichteren Stücken wieder in Umlauf setzt oder sonst vortheilhaft verwendet. Und umgekehrt wird der andere Staat dabei in Nachtheil kommen, wenn das leichtere Geld nicht weniger gilt als sein gehaltvolleres. Es wird daher keine Münze im Umlaufe gesetzlich angenommen, deren innerer Gehalt nicht allgemein bekannt und mit dem Werthe der echten Landesmünze verglichen ist. Fremde Münzen sollen daher nie anders als nach ihrem innern Metallwerthe im Verkehr angenommen werden.

Die Bestimmungen des Münzfußes werden jedoch meistens nur bei den gröberen Münzsorten genau eingehalten. Die kleineren Münzsorten, Scheidemünzen, werden zum Schutze vor zu schnellem Abnützen und zur Deckung der bedeutenderen Prägekosten nach einem leichteren Münzfuße (mit mehr Kupferzusatz) geprägt. So z. B. wurde in den norddeutschen Silbergroschenstücken die feine Vereinsmark zu 16 Rth. (16-Thalerfuß), in den süddeutschen Groschen- und Sechserstücken zu 27 fl (27-Guldenfuß), in den silbernen Kreuzerstücken sogar zu 28 fl (28-Guldenfuß) ausgeprägt. Gegenwärtig darf für Scheidemünzen das Vereinspfund fein Silber in keinem leichteren Münzfuße als zu $34\frac{1}{2}$ Rth. oder $51\frac{3}{4}$ fl ö. W. oder $60\frac{3}{8}$ fl s. W. ausgeprägt werden. Für Kupfermünzen darf der Zollcentner Kupfer nie höher als zu dem Nennwerthe von 112 Rth. oder 168 fl ö. W. oder 196 fl s. W. ausgeprägt werden. In England, Frankreich, Rußland, Griechenland u. a. sind auch die kleinsten Silbermünzen ganz nach demselben Münzfuße geprägt wie die größeren.

Damit der Staat für die Kosten, welche mit dem Prägen der Münzen verbunden sind, entschädigt wird, und die Münzen wohl auch vor dem Wiedereinschmelzen zu Privatzwecken besser gesichert bleiben,

prägt er die edeln Metalle zu einem etwas höheren Werthe aus als der gewöhnliche Metallwerth oder Kaufpreis beträgt, und diesen Unterschied nennt man **Prägeschatz** oder **Schlagschatz**. Da es schwierig ist, Münzen genau so herzustellen, wie es die Rechnung gibt, so wird den Münzmeistern an Schrot und Korn ein bestimmtes Mehr oder Weniger nachgesehen, welches man **Remedium** nennt. Aus den bereits erwähnten Bestimmungen und Eigenschaften der Münzen läßt sich nun an jedem Münzstücke berechnen:

1) Das Rauhgewicht (Gewicht des Schrotes).

2) Das Feingewicht (Gewicht des Kornes).

3) Die Anzahl der Stücke auf das feine und auf das rauhe Vereinspfund oder auf die Vereinsmark.

4) Der Feingehalt.

5) Der reelle Werth (Kaufwerth, Marktpreis oder Metallwerth).

Ueber das Rauhgewicht, den Feingehalt, die Anzahl der Stücke auf 1 Vereinspfund und 1 Vereinsmark fein, über den Werth der gebräuchlichsten Silber- und Goldmünzen civilisirter Staaten, so wie über die Angaben, welche bei den nachfolgenden Münzberechnungen erforderlich sind; sieh Tabelle 8.

1. Berechnung des Rauhgewichtes.

§. 172.

1) Wie viel Gramm wiegt ein Zwei-Vereinsthalerstück, wenn dessen Feingehalt 14 Lth, $7\frac{1}{5}$ Grän ist und 15 solcher Stücke aus dem Vereinspfund fein geprägt sind?

Auflösung. 14 Lth, $7\frac{1}{5}$ Grän $= \left(14 + \frac{7\frac{1}{5}}{18}\right) : 16 = 0{,}9$ gehaltig.

x Gr. rauh	1 Doppelthaler
15 Doppelthlr.	500 Gr. fein
9 Gr. fein	10 Gr. rauh

Hieraus folgt x = 37,037 Gramm.

2) Wie viel Gramm wiegt ein Preußenthaler (nach dem 14-Thalerfuße), wenn der Feingehalt 12 Lth oder 0,75 ist?

3) Wie viel Gramm wiegt ein Guldenstück a) nach dem $24\frac{1}{2}$-Guldenfuße b) nach dem $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße c) nach dem 45-Guldenfuße? Angaben hiezu wie in Nro. 2., sieh in Tabelle 8.

4) Wie viel Gramm wiegt a) ein bayerischer Kronenthaler b) ein Sechskreuzerstück? Angaben sieh in Tabelle 8.

5) Wie viel Gramm wiegt ein preußischer Friedrichsdor, wenn 35 Stück auf die rauhe Mark gehen? Feingehalt sieh in Tabelle 8.

6) Wie viel Gramm wiegt ein dänischer Species, wenn 9,25 Stück auf eine Mark fein gehen, der Feingehalt 14 Lth und die dänische Mark 234,969 Gramm ist?

7) Wie viel Gramm wiegt eine deutsche Krone, wenn der Feingehalt 0,9 ist und 50 Stück auf das Vereinspfund fein gehen?

8) Wie viel Friedrichsdor sind erforderlich zu einem Gewichte von $1\frac{1}{2}$ Zollpfund, wenn der Gehalt derselben = 0,90277 und 77,538 Stück auf die Vereinsmark fein gehen?

2. Berechnung des Feingewichtes.

§. 173.

1) Wie viel Grän feines Gold enthält ein holländischer Dukaten, wenn 67 Stück auf die rauhe Mark gehen und das Gold 23 Karat, 6 Grän fein ist?

Auflösung. 23 Karat, 6 Grän = 282 Grän, also

$x = \frac{282}{67} = 4\frac{14}{67}$ Grän. Wie viel Gramm?

2) Wie viel feines Gold ist einer Partie Dukaten enthalten, deren Gewicht $174\frac{1}{2}$ Gramm und deren Gehalt 0,986 ist?

3) Wenn 66,461 Fünf-Dollarstücke auf ein Vereinspfund fein gehen u. der Gehalt 0,9 ist, wie viel feines Gold enthalten 50 solcher Stücke?

4) Wie viel Gramm feines Silber sind in 1000 Frank-Stücken enthalten, wenn 1 Stück 5 Gramm wiegt und darunter $\frac{1}{2}$ Gramm Zusatz ist?

5) Wie viel Gramm feines Gold enthält ein Friedrichsdor, dessen Feingehalt 21 Karat, 8 Grän und dessen Rauhgewicht 6,682 Gramm ist?

3. Berechnung der Anzahl der Stücke, welche auf das rauhe oder feine Vereinspfund oder auch auf die rauhe oder feine Vereinsmark gehen.

§. 174.

1) Wie viel 20-Frankenstücke gehen auf die rauhe Mark, wenn das Stück 6,452 Gramm wiegt.

Auflösung. $x = \frac{233,855}{6,452} = 36,245\ldots$ Stück. Oder:

$y = \frac{500}{6,452} = 77,495\ldots$ Stück auf das rauhe Pfund.

2) Wie viel Guldenstücke nach dem 45-Guldenfuße gehen auf das Vereinspfund rauh, wenn das Silber 0,9 gehaltig ist?

Auflösung.

x Stück	1 ℔ rauh
10 ℔ rauh	9 ℔ fein
1 ℔ fein	45 Stück

$x = 40\frac{1}{2}$ Stück.

3) Wie viel Dukaten gehen auf die feine Mark, wenn 67 Stück auf eine rauhe Mark gehen und das Gold $23\frac{1}{2}$ Karat Feingehalt hat?

Auflösung. $23\frac{1}{2}$ Kar. f. : 67 Stück = 24 Kar. f. : x Stück.

$x = 68,425\ldots$ Stück.

4) Wie viel holländische Guldenstücke gehen auf eine feine Mark, wenn das Stück 10 Gramm wiegt und der Feingehalt 0,945 ist?

Auflösung.

x Stück	1 Mark fein
1 Mark fein	233,855 Gr. fein
945 Gr. fein	1000 Gr. rauh
10 Gr. rauh	1 Stück

$x = 24,746\ldots$ Stück.

5) Wie viel holländische 10=Guldenstücke gehen auf das Vereinspfund rauh, wenn 82,5614 Stück auf das Vereinspfund fein gehen und das Gold 0,9 gehaltig ist?

6) Wie viel Thaler nach dem 14=Thalerfuße gehen auf die Mark rauh, wenn der Feingehalt des Silbers 12 Lth ist?

7) Wie viel Friedrichsdor gehen auf die feine Mark und auf das feine Vereinspfund, wenn 1 Stück $7\frac{3}{7}$ Grän fein enthält?

8) Man möchte von einer Waare $2\frac{1}{4}$ Zollpfund auswägen. Da aber die Gewichte zur Wage zufällig fehlen, so will man sie durch Vereinsthalerstücke annähernd ersetzen; wie viel solcher Stücke muß man in die Wagschale legen? Wie viel Guldenstücke nach dem a) $52\frac{1}{2}$=Guldenfuße b) 45=Guldenfuße oder c) wie viel Frankenstücke wären dazu nöthig? — Zu berechnen aus dem Feingehalte und der Anzahl der Stücke auf 1 Vereinspfund fein, dann aus dem Rauhgewichte. Die nöthigen Angaben hiezu sieh' in Tabelle 8.

9) Wie viel Kronenthaler gehen auf das Zollpfund, wenn 9,0836 Stück auf die Vereinsmark fein gehen und das Silber 0,8715 gehaltig ist?

10) Wie viel Guldenstücke nach dem a) 45=Guldenfuße b) $52\frac{1}{2}$=Guldenfuße wiegen gerade so schwer als 40 Vereinsthalerstücke oder als 30 Fünffrankenstücke?

11) Wie viel Sechser wiegen gerade so schwer als 1 Guldenstück s. W., wenn 1 Sechser 2,598 Gramm wiegt, oder wenn man statt dessen weiß, daß 577,2795 Sechser auf ein Vereinspfund fein gehen und das Silber derselben 0,333 . . . gehaltig ist?

12) Wie viel silberne Kreuzerstücke haben dasselbe Gewicht als 1 Guldenstück nach dem $52\frac{1}{2}$=Guldenfuße, oder als ein Vereinsthaler?

4) Berechnung des Feingehaltes.

§. 175.

1) Wie viel karatig ist das Gold zu den preußischen Friedrichsdor, von denen das Stück $8\frac{8}{35}$ Grän wiegt und $38\frac{10}{13}$ Stück auf die feine Mark gehen?

Auflösung.

x Kar. fein	24 Kar. rauh
1 Kar. rauh	12 Grän
$8\frac{8}{35}$ Grän	1 Stück
$38\frac{10}{13}$ Stück	24 Kar. fein

x = 21 Karat, 8 Grän.

2) Welches ist der Feingehalt der 20=Frankenstücke, von denen 1 Stück 6,4516 Gramm wiegt und 86,111 . . . Stück auf das Vereinspfund fein gehen?

Auflösung.

x Gewichtsth. f.	1 ℔ rauh
1 ℔ rauh	500 Gramm
6,4516 Gramm	1 Stück
86,111 Stück	1 ℔ fein

x = 0,9 Gewichtstheile oder = 0,9 $\times$ 24 Karat = 21 Karat 7,2 Grän.

Oder:

x Kar. f.	1 Mark rauh
1 Mark r.	233,855 Gr.
6,4516 Gr.	1 Stück
86,111 St.	500 Gr. f.
233,855 Gr. f.	24 Kar. f.

x = 21 Karat 7,2 Grän.

3) Wie viellöthig sind die russischen Silberrubel, wenn das Stück 20,7315 Gramm wiegt und 18 Gramm feines Silber enthält?

Auflösung. 20,7315 Gr. rauh : 18 Gr. f. = 16 Lth r. : x Lth f. x = 13 Lth 11,2 Grän.

4) Wie viellöthig ist das Silber zu den Preußenthalern, wenn das Stück $20\frac{4}{7}$ Grän feines Silber enthält und $10\frac{1}{2}$ Stück auf die rauhe Mark gehen?

Auflösung. x = $10\frac{1}{2} \times 20\frac{4}{7}$ Grän fein = 12 Lth fein = 12 Lth fein.

5) Wie viellöthig ist das Silber zu den Preußenthalern, wenn $10\frac{1}{2}$ Stück auf die rauhe und 14 auf die feine Mark gehen?

Auflösung. 14 Stück : 16 Lth fein = $10\frac{1}{2}$ Stück : x Lth fein. x = 12 Lth.

6) Wie vielkaratig ist das Gold zu den Hessendarmstädtischen 10-Guldenstücken, von denen $38\frac{1}{2}$ Stück auf die feine und $34\frac{13}{20}$ Stück auf die rauhe Mark gehen?

7) Welches ist der Feingehalt eines Guldenstückes nach dem $24\frac{1}{2}$-Guldenfuße, wenn 22,5 Stück auf die rauhe Mark gehen, ferner einer russischen Silberrubel, wenn 13 Stück auf die feine und 11,282 Stück auf die rauhe Mark gehen?

8) Welches ist der Gehalt der Guldenstücke nach dem 45-Guldenfuße wenn 1 Stück 12,3457 Gramm wiegt?

9) Welches ist der Gehalt der holländischen Dukatenstücke, von denen eines $4\frac{14}{67}$ Grän feines Gold enthält und 67 Stück auf die rauhe Mark gehen?

5. Werthsberechnung.

§. 176.

Unter dem Werth einer Münze versteht man diejenige Anzahl von Münzstücken einer zweiten Münzsorte, welche (Anzahl) mit der ersten gleichen Werth hat, z. B. bei der Frage, wie viel russische Silberrubel so viel werth sind als ein Zwei-Vereinsthalerstück, oder wie viel Sechser denselben innern Metallwerth haben wie ein Guldenstück. Fast in allen Ländern haben die Silbermünzen einen unveränderlichen Werth; nur die Goldmünzen sind als Gegenstand des Handels in ihrem Werthe veränderlich.

1) Wie viel ist eine Hamburger Mark Kurant im $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße werth, wenn 72,6945 Mark Kurant auf 1 Vereinspfund fein Silber gehen?

Auflösung. 72,6945 Mark : $52\frac{1}{2}$ fl = 1 Mark : x fl; x = 43,33 ... Nkr.

2) Wie viel ist eine russische Silberrubel a) in holländischen Gulden b) in Gulden nach dem 45-Guldenfuße c) in Gulden nach dem $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße werth, wenn durchschnittlich 13 Rubel und 24,7866 holländische Gulden auf die feine Vereinsmark gehen?

Auflösung zu a. 13 Rubel = 1 Vereinsmark) also müssen auch
und 24,7466 holl. fl = 1 „
13 Rubel = 24,7466 holl. fl fein, mithin ist
1 Rubel = $\frac{24,7466}{13}$ holl. fl = 1,903 ... holl. fl
Auflösung zu b. 500 Gr. f. : 45 fl = 233,855 Gr. f. : x fl;
x = 21,046 ... fl ö. W. = 1 Vereinsmark fein,) also sind auch
auch sind 13 Rubel = 1 „ „
13 Rubel = 21,046 ... fl ö. W. mithin ist
1 Rubel = $\frac{21,046}{13}$ fl ö. W. = 1,618 ... fl = 1 fl 61,8 ... Nkr
Auflösung zu c?

3) Welches ist der Werth eines Fünffrankenstückes a) im 52½-Guldenfuße b) im 45-Guldenfuße c) im 30-Thalerfuße, wenn ein Fünffrankenstück 25 Gramm wiegt und sein Feingehalt = 0,9 ist?

Auflösung zu a.

x fl	1 Fünffr.
1 Fünffr.	25 Gr. rauh
10 Gr. r.	9 Gr. fein
500 Gr. f.	52½ fl

x = 2 fl 21¾ kr.
Auflösung zu b und c?

4) Welches ist der Werth eines holländischen Guldenstückes, welches 10,766 Gramm wiegt und dessen Feingehalt 0,893 ist, a) in Franken wovon 1 Stück 5 Gramm wiegt mit dem Feingehalte 0,9 oder b) im 52½-Guldenfuße oder c) im 45-Guldenfuße?

Auflösung zu a.

x Franken	1 holl. fl
1 holl. fl	10,766 Gramm rauh
1000 Gr. r.	893 Gramm fein
9 Gr. fein	10 Gramm rauh
5 Gr. rauh	1 Frank

x = 2,136 ... Franken = 2 Franken 13,6 Centimes.
Auflösung zu b und c?

5) Welches ist nach dem Markt-Preise des Silbers der Werth a) eines Guldenstückes nach dem 52½-Guldenfuße b) eines Sechsers c) eines Vereinsthalers d) eines Fünffrankenstückes, wenn die Vereinsmark feines Silber 24⅓ fl f. W. kostet? — Den Preis immer in südd. Währung auszudrücken.

Auflösung zu a.

x kr	1 Guldenst.
52½ Guldenst.	500 Gramm fein
233,855 Gr. fein	24⅓ fl
1 fl	60 kr

x = 59 kr 1,02 Pf.
Auflösung zu b, c und d?

6) Wie viel Dukaten sind 10 nordamerikanische Zehn-Dollarstücke werth, wenn der Gehalt der letzteren = 21⅝ Karat und das Gewicht eines Stückes = 347,9 holländische Aß, wenn 4864 holländische Aß

einer Vereinsmark gleich sind, wenn der Gehalt der Dukaten = $23\frac{1}{2}$ Karat und 67 Stück auf die rauhe Mark gehen?

7) Wie viel ist ein Friedrichsdor nach seinem Goldgehalte in südd. Währung werth, wenn die Mark fein Gold 216 *Rth.* kostet und der Werth des Silbers = $13\frac{3}{4}$ *Rth.*, wenn ferner ein Friedrichsdor 6,682 Gramm wiegt und sein Feingehalt 21 Karat, 8 Grän ist?

8) Eine Partie Pistolen wird durchschnittlich 21 Karat, 5 Grän fein befunden und wiegt 4 Mark, $15\frac{3}{4}$ *Lth.* Wie viel beträgt ihr Goldwerth im $52\frac{1}{2}$-Guldenfuß, wenn die Mark fein Gold $380\frac{1}{2}$ *fl* kostet?

9) Welches ist der Goldwerth eines 20-Frankenstückes a) im $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße b) im 30-Thalerfuße c) in Silberrubel, wenn 40,275 solcher Goldstücke auf eine feine Mark gehen und diese 380 *fl* kostet?

10) Welches ist der Silberwerth eines Kronenthalers, wovon 9,0836 Stück auf eine feine Mark gehen, in französischen Franken ausgedrückt, wenn 51,9679 Franken auf die feine Mark gehen? Dieselbe Aufgabe für den Werth einer russischen Silberrubel und eines Preußenthalers.

11) Wie viel ist eine Hamburger Mark Banko in Hamburger Mark Kurant werth, wenn von ersteren $27\frac{3}{4}$ und von letzteren 34 Mark einer Mark fein Silber gleich sind?

12) Wie viel ist ein dänischer Species in französischen Franken werth, wenn $9\frac{1}{4}$ dänische Species und 51,9679 Franken einer feinen Mark gleich sind?

13) Wie viel beträgt der Werth eines englischen Sovereigns a) im $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße b) im 30-Thalerfuße c) in Franken, wenn durchschnittlich 29,28 Sovereign auf eine rauhe Mark zu 22 Karat Feingehalt gehen?

14) Wie viel englische Sovereign enthalten ebensoviel feines Gold als a) 50 Zwanzigfrankenstücke b) 20 deutsche Kronen c) 10 spanische Quadrupeln.

15) Um wie viel Procent ist das Guldenstück des 20-Guldenfußes von dem des a) $24\frac{1}{2}$-Guldenfußes b) $52\frac{1}{2}$-Guldenfußes c) 45-Guldenfußes hinsichtlich seines Feingewichtes verschieden? Wie viel Procent ist das nämliche Guldenstück hinsichtlich seines inneren Werthes verschieden von dem des 45-Guldenfußes, wenn die Mark feines Silber $24\frac{1}{3}$ *fl* kostet?

Agio-Rechnung.

§. 177.

Agio oder **Aufgeld** ist diejenige Summe, welche man zulegen muß auf einen gewissen Betrag in geringhaltigerer Münzsorte, um einen gleichen Betrag in besserer Sorte zu erhalten. Agio wird gewöhnlich auf's Hundert berechnet. Wenn es z. B. heißt, Kurrent verliere gegen Banko $23\frac{0}{0}$, so heißt dieses: Man muß 123 in Kurrent zahlen, um 100 in Banko zu erhalten. Sind nun z. B. 1200 Mark Kurrent in Banko umzurechnen, so hat man:

123 Kur. : 100 Bko. = 1200 Kur. : x Bko. also
x = $975\frac{75}{123}$ Banko.

1) Welches ist der Marktpreis (Cours) eines Augustdors (5 Rth.), wenn für 100 Rth. in Augustdor 13 Rth. Agio gerechnet werden?

Auflösung. 100 : 113 = 5 : x also
x = 5 Rth. $19\frac{1}{2}$ Sgr.

2) Wie viel betragen 15 Rth. in Silbergroschen gegen südd. Währung, wenn 17% Agio abgerechnet werden?

Auflösung. 117 : 100 = 15 : x und hieraus
x = $12\frac{32}{39}$ Rth. = 22 fl $26\frac{2}{13}$ kr.

3) Was ist ein Dukaten (5 fl 36 kr) in ö. W. werth, wenn der Cours derselben $103\frac{3}{4}$ ist, d. h. wenn für 100 fl (ö. W.) in Dukaten $130\frac{3}{4}$ fl in Kurrent gezahlt werden?

IX. Tabellen

über die

Benennung, Eintheilung und Vergleichung

der Maße und Gewichte verschiedener Staaten mit den neueren französischen und bayerischen, wie auch über Benennung, Eintheilung, Rauhgewicht, Feingehalt, Münzfuß und Werthsbestimmung ihrer Münzen nach dem 30-Thaler-, 45-Gulden- und $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße.

IX. Tabellen

über die

Benennung, Eintheilung und Vergleichung

der Maße und Gewichte verschiedener Staaten mit den neueren französischen und bayerischen, wie auch über Benennung, Eintheilung, Rauhgewicht, Feingehalt, Münzfuß und Werthsbestimmung ihrer Münzen nach dem 30-Thaler-, 45-Gulden- und 52½-Guldenfuße.

Werkmaße.

I. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen der Maße.	Millimeter	Bayerische Fuß.
Baden	Fuß	300	1,02789
Bayern	Fuß	291,859	1
Belgien	Meter	1000	3,42631
Braunschweig	Fuß	285,362	0,97774
Bremen	Fuß	289,35	0,9914
Coburg	Fuß	303,97	1,04151
Dänemark	Fuß	313,853	1,07536
England (Großbrittanien)	Fuß	304,794	1,04432
Frankfurt	Fuß	284,6	0,97513
Frankreich	Pariser Fuß	324,839	1,113
"	Meter	1000	3,42631
Gotha	Fuß	287,618	0,9855
Griechenland	Pick = Meter	1000	3,42631
Hamburg	Fuß	286,57	0,98187
Hannover	Fuß	292,095	1,00081
Hessen-Darmstadt	Fuß = $\frac{1}{4}$ Meter	250	0,85658
Hessen-Kassel	Fuß	287,699	0,98575
Holland (Niederlanden)	Neue Elle = Meter	1000	3,42631
Lübeck	Fuß	287,618	0,9855
Mecklenburg-Schwerin	Fuß	286,57	0,98187
Mecklenburg-Strelitz	Fuß	313,85	1,07534
Meiningen	Fuß	283,15	0,97016
Nassau	Wie Baden	—	—
Oesterreich	Fuß	316,111	1,08309
Oldenburg	Fuß	295,88	1,0138
Italien (Piemont)	Wie Frankreich	—	—
Portugal	Fuß	338,6	1,161
Preußen	Wie Dänemark	—	—
Rheinbayern	Meter	1000	3,42631
"	Fuß = $\frac{1}{3}$ Meter	333,333	1,10783
Rom	Piede	297,587	1,0196
Rußland	Wie England	—	—
Sachsen (Königreich)	Regulirter Fuß	283,19	0,97023
Sachsen-Altenburg	Baufuß	283,8	0,97238
"	Vermessungsfuß	567,6	1,94477
Schweden	Fuß	296,867	1,0171
Schweiz	Wie Baden	—	—
Spanien	Wie Frankreich	—	—
Türkei	Halebi (Arschin)	708,647	2,428
Weimar	Fuß	281,978	0,9661
Würtemberg	Fuß	286,49	0,98161

Anmerkung.

Der preußische Fuß ist der ehemalige rheinländische. Der in neuerer Zeit vorgeschlagene deutsche Fuß = 290^{mm} = 0,99363 bayerische Fuß.

Ellenmaße.

II. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen der Maße.	Millimeter	Bayerische Ellen.
Baden . . .	Elle . . .	600	0,7203
Bayern . . .	Elle . . .	833,01	1
Belgien . . .	Meter . . .	1000	1,2004
Braunschweig . .	Elle . . .	570,7	0,6851
Bremen . . .	Elle . . .	578,7	0,6947
Coburg . . .	Elle . . .	586,3	0,7038
Dänemark . . .	Alen . . .	627,7	0,7535
England (Großbrittanien) .	Yard . . .	914,4	1,0977
Frankfurt . . .	Elle . . .	547,3	0,657
"	Brabanter Elle .	699,2	0,8394
"	Stab . . .	1182	1,419
Frankreich . . .	Meter . . .	1000	1,2004
"	Aune . . .	1187,5	1,4255
Gotha . . .	Elle . . .	562,6	0,6754
Griechenland . . .	Pik . . .	685,8	0,8233
Hamburg . . .	Elle . . .	573,1	0,687
"	Brabanter Elle .	687,8	0,8265
Hannover . . .	Elle . . .	548,2	0,7013
Hessen-Darmstadt . .	Elle . . .	600	0,7202
Hessen-Kassel . . .	Elle . . .	570,4	0,6848
Holland (Niederlande) .	Wie Frankreich .	—	—
Lübeck . . .	Elle . . .	575,2	0,6905
Meklenburg-Schwerin .	Elle . . .	573,1	0,687
Meklenburg-Strelitz . .	Elle . . .	693,1	0,832
Meiningen . . .	Elle . . .	635,9	0,7634
Nassau . . .	Wie Baden . .	—	—
Oesterreich . . .	Elle . . .	779,2	0,9354
Oldenburg . . .	Elle . . .	580,9	0,6973
Italien (Piemont) . .	Wie Frankreich .	—	—
Portugal . . .	Vara (Elle) . .	1100	1,3205
Preußen . . .	Elle . . .	666,9	0,8006
Rheinbayern . . .	Wie Baden . .	—	—
Rom . . .	Canna . . .	1992,6	2,392
Rußland . . .	Arschin . . .	711,2	0,8537
Sachsen (Königreich) . .	Regulirte Elle .	565,3	0,6786
Schweden . . .	Alen . . .	593,7	0,7128
Schweiz . . .	Wie Baden . .	—	—
Spanien . . .	Wie Frankreich .	—	—
Türkei . . .	Pik . . .	685,8	0,8233
Weimar . . .	Elle . . .	563,9	0,677
Würtemberg . . .	Elle . . .	614,2	0,7374

Wegmaße. III. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen der Maße.	Meter.	Geographische Meilen.	Gehen auf 1 Meridian-Grad.
Baden . .	Meile . . .	8888,9	1,2	12,5
Bayern . .	Meile . . .	7415	1,0008	14,98
Belgien . .	Meile (wie Frankreich)	—	—	—
Braunschweig .	Meile . . .	7419,4	1,0016	14,976
Dänemark . .	Meile . . .	7532,5	1,0169	14,75
Deutschland . .	Deutsche oder geographische Meile .	7407,4	1	15
England (Großbrittan.)	Gesetzmäßige Meile (British-Mile) . .	1609,3	0,2173	69,05
"	Gewöhnliche Meile (London-Mile) . .	1523,9	0,2054	72,92
"	Seemeile . .	1854,9	0,25	60
Frankreich . .	Seemeile = 10 Myriameter . .	100000	13,5	1,11
Hamburg . .	Meile . . .	7532,5	1,0168	14,75
Hannover . .	Meile . . .	7419,2	1,0016	14,97
Hessen-Darmstadt .	Meile . . .	7500	1,0125	14,81
Hessen-Kassel . .	Meile . . .	9206,4	1,0428	12,06
Holland (Niederlande)	Meile . . .	10000	1,35	11,11
Oesterreich . .	Postmeile . .	7586,6	1,024	14,64
Oldenburg . .	Postmeile . .	7420,4	1,0017	14,97
Italien (Piemont) .	Wie Frankreich .	—	—	—
Portugal . .	Meile (Milha) .	2065,6	0,279	53,97
Preußen . .	Meile . . .	7532,48	1,0169	14,75
Rom . . .	Miglio . .	1487,9	0,2008	74,675
Rußland . .	Werst . . .	1066,78	0,144	104,5
Sachsen (Königreich) .	Postmeile . .	7500	1,0168	12,28
Schweden . .	Meile . . .	10688,4	1,4429	10,39
Schweiz . .	Wegstunde (16000 Fuß)	4800	0,647	23,148
Spanien . .	Wie Frankreich .	—	—	—
Türkei . .	Agatsch . .	5001	0,6751	20,83
Würtemberg . .	Meile . . .	7449,7	1,0057	14,91

Feldmaße. IV. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Französische Aren.	Bayerische Tagwerk.
Baden . .	Morgen = 4 Viertel = 400□° = 40000□′ . . .	36	1,056
Bayern . .	Tagwerk = 100 Decimalen = 40000□′ . .	34,0727	1
Belgien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Braunschweig . .	Feldmorgen = 120□° . .	25,0158	0,734
"	Waldmorgen = 160□° . .	33,3544	0,978
Bremen . .	Morgen = 120□° . .	25,72	0,754
Dänemark . .	Tönde Lande = 160□° . .	55,1623	1,501

Namen der Städte und Länder.	Namen und Eintheilung der Maße.	Französische Aren.	Bayerische Tagwerk.
England (Großbritt.)	Acre (Acker) = 4080□ Yards .	40,4671	1,187
Frankfurt . .	Feldmorgen = 160□ Feldruthen	20,2509	0,594
"	Waldmorgen = 160□ Waldruthen . .	32,5551	0,955
Frankreich . .	Are	1	0,029
Hamburg . .	Morgen = 117600□' . .	96,577	2,834
Hannover . .	" = 120□° . .	26,2101	0,966
Hessen-Darmstadt .	" = 40000□' = 4 Viertel	25	0,733
Hessen-Kassel . .	Acker = 150□° . .	23,865	0,7
Holland (Niederlande)	Bunder = Hektare . .	100	2,935
Lübeck . .	Morgen	12,7062	0,273
Mecklenburg-Schwerin	" = 300□° . .	64,279	1,886
"	Waldmorgen = 100□° . .	21,426	0,628
Meiningen . .	Feldacker = 144□° . .	22,7	0,666
"	Waldacker = 160□ Waldruthen	33,88	0,992
Nassau . .	Morgen = 100□° . .	25	0,733
Oesterreich . .	Wiener Joch = 1600□ Klafter	57,5543	1,689
Oldenbnrg . .	Jück (neues Maß) = 160□° .	45,383	1,332
"	Jück (altes Maß) = 160□° .	56,028	1,644
Italien (Piemont) .	Wie Frankreich . . .	—	—
Preußen . .	Morgen = 180□° . .	25,5322	0,749
Rom . . .	Rubbio = 4 Quarte . .	184,462	5,415
Rußland . .	Deſſätin = 2400□ Saschehn .	109,25	3,205
Sachsen (Königreich) .	Acker = 2 Morgen a 150□° .	55,398	1,625
"	Neuer Acker = 600□° . .	54	1,584
Schweiz . .	Juchart == 400□° . .	36	1,056
Spanien . .	Wie Freankreich . . .	—	—
Würtemberg . .	Morgen = 4 Viertel = 384□°	31,5174	0,924
"	1 Tagwerk = $1\frac{1}{2}$ Morgen .		

Flüssigkeitsmaße. V. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Liter.	Bayerische Maß.
Baden .	Fuder = 10 Ohm a 10 Stützen a 10 Maß a 10 Glas . . 1 Schoppen = $\frac{1}{4}$ Maß = $2\frac{1}{2}$ Glas.	1500	1403,145
Bayern . .	Schenk-Eimer = 60 Maß a 4 Schoppen . .	64,1416	60
"	Visir-Eimer = 64 Maß a 4 Schoppen . .	68,4177	64
"	(1 Fuder = 6 Ohm a 2 Schenk-Eimer a 60 Maß) 1 Maß .	1,069	1
Belgien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Braunschweig .	Oxhoft = $1\frac{1}{2}$ Ohm a 4 Anker a 40 Quartier . .	224,8416	210,3127
"	1 Quartier . . .	0,9368	0,8763

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Liter.	Bayerische Maß.
Bremen . .	Oxhoft = 1½ Ohm a 4 Anker a 5 Viertel a 2½ Stübchen .	217,4175	203,3788
"	1 Stübchen . . .	3,2210	3,0131
Coburg . .	Eimer = 80 Maß . .	77,345	72,348
Dänemark . .	Weinmaß: Fuder oder Faß = 4 Oxhoft a 6 Anker a 38¾ Pott a ½ Kanne . . .	898,38	840,3932
"	1 Pott = 4 Pegel . .	0,9661	0,9074
"	Bier-, Thran- und Fettmaß: Tonne [in Halbe, Viertel, Achtel und Sechszehntel getheilt] = 136 Pott . . .	131,392	122,9111
England [Großbritan.]	Imperial-Gallon = 4 Quarts a 2 Pints a 4 Gills . .	4,543	4,2495
Frankfurt . .	Ohm = 80 Altmaß a 4 Schoppen	143,411	134,17
"	1 Altmaß = 4 Schoppen .	1,792	1,6762
"	1 Jungmaß = 4 Schoppen .	1,593	1,4901
Frankreich . .	Hektoliter . . .	100	93,54
Gotha . .	Eimer = 40 Kannen a 2 Maß	72,769	68,07
Griechenland . .	Hektoliter [neues Maß] . .	100	93,54
"	Barile [altes Maß] . .	64,386	60,2301
Hamburg . .	Ohm = 4 Anker a 5 Viertel a 2 Stübchen . . .	144,91	135,46
"	[1 Fuder = 6 Ohm]		
Hannover . .	Ohm = 4 Anker a 10 Stübchen a 2 Kannen . . .	155,758	145,7
"	[1 Fuder = 6 Ohm]		
Hessen-Darmstadt .	Ohm = 20 Viertel a 4 Maß a 4 Schoppen . . .	160	149,35
Hessen-Kassel . .	Ohm = 80 Maß a 4 Schoppen	155,960	145,89
Holland [Niederlande]	Wie Frankreich	—	—
Lübeck . .	Ohm = 20 Viertel a 2 Stübchen a 2 Kannen . .	145,5	136,105
"	[1 Fuder = 4 Oxhoft = 6 Ohm]		
Mecklenburg-Schwerin	Oxhoft = 6 Anker a 5 Viertel a 2 Stübchen a 2 Kannen a 2 Quartier . . .	217,368	203,33
"	[1 Fuder = 4 Oxhoft a 1½ Ohm a 5 Eimer]		
Meiningen . .	Ohm = 2 Eimer a 32 Maß . .	65,45	61,224
Nassau . .	Wie Hessen-Darmstadt	—	—
Oesterreich . .	Eimer = 40 Maß a 4 Seidel .	56,605	52,95
Oldenburg . .	Oxhoft = 1½ Ohm a 4 Anker a 26 Kannen . . .	214,188	200,357
Italien [Piemont] .	Wie Frankreich	—	—
Portugal . .	Almuda = 2 Potes a 6 Canadas	16,74	15,659
Preußen . .	Oxhoft = 1½ Ohm a 2 Eimer a 2 Anker a 30 Quart .	206,106	192,798
Rheinbayern . .	Fuder = 10 Hektoliter a 100 Liter	1000	935,4536

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Liter.	Bayerische Maß.
Rom . . .	Weinmaß: Barile = 32 Boccali	58,342	54,574
"	Oelmaß: Barile = 28 Boccali	57,481	53,78
Rußland . .	Wedro = 10 Kruschka a 8 Stoof	12,299	11,496
Sachsen, Dresden .	Eimer = 2 Anker = 48 Visirkannen oder = 72 Dresdner Kannen a 2 Nöseln . .	68,467	64,046
" "	[1 Fuder = 12 Eimer]		
" Leipzig .	Eimer = 2 Anker = 54 Visirkannen oder = 63 Schenkkannen a 2 Nöseln a 4 Quartier	75,852	70,938
" "	[1 Fuder = $2\frac{2}{5}$ Faß a 5 Eimer, also = 12 Eimer]		
Sachsen-Altenburg .	Eimer = 60 Kannen a 2 Nöseln	68,466	64,045
Schweden . .	Fuder = 2 Pipen a 2 Oxhoft a $1\frac{1}{2}$ Ohm oder Faß a 4 Anker a 15 Kannen a 2 Stop a 4 Quarter a 4 Jungfer .	942,188	881,3731
"	1 Kanne . . .	2,617	2,448
Schweiz . .	Saum oder Ohm = 100 Maß oder Pot a 4 Eimer . .	150	140
Spanien . .	Wie Frankreich	—	—
Türkei . .	Almud [für Oel 8 Oken wiegend]	5,205	4,869
Weimar . .	Eimer = 80 Schenkmaß .	71,708	67,078
Württemberg . .	Helleich-Maß [für klare Flüssigkeiten]: Eimer = 16 Imi a 10 Maß a 4 Schoppen . . .	293,927	274,948
	Trübeich-Maß [für Most und trüben Wein.]		
"	Eimer = 167 Helleichmaß .	306,786	286,9841
"	Trübeichmaß . . .	1,917	1,7923
"	Schenkmaß . . .	1,67	1,5621
"	[1 Fuder = 6 Eimer]		

Anmerkung.

Aus den obigen Angaben findet man leicht, wie viel Liter oder bayerische Maß auf jede andere Einheit der Eintheilung gehen, z. B. bei Preußen lese man: 1 Oxhoft hat $1\frac{1}{2}$ Ohm, 1 Ohm 2 Eimer, 1 Eimer 2 Anker, 1 Anker 30 Quart. 1 Oxhoft hat 206,106 Liter oder 192,798 bayerische Maß. Es enthält also z. B. der Eimer den $2 \times 1\frac{1}{2}$ten, d. h. den 3ten Theil von 206,106 Litern oder von 192,798 bayerischen Maßen. Ferner enthält z. B. die Quart den $1\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 30$ten, d. h. den 180ten Theil von 206,106 Litern oder von 192,798 bayerischen Maßen rc.

Frucht- oder Getreidemaße. VI. Tabelle.

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Liter.	Bayerische Schäffel.
Baden . .	Zuber = 10 Malter a 10 Sester a 10 Mäßlein . .	1500	24,2844
Bayern . .	Schäffel = 6 Metzen a 2 Viertel a 8 Maßl . . .	222,36	1
Belgien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Braunschweig .	Himten = 4 Vierfaß a 4 Metzen	31,144	0,1401
"	[1 Wispel = 40 Himten] .		
Bremen . .	Schäffel = 4 Viertel a 4 Spind	74,104	0,3323
Coburg . .	Kornsimmer = 4 Viertel a 4 Metzen . . .	88,946	0,4
"	Hafersimmer . . .	110,449	0,4966
Dänemark . .	Korntonne = 8 Schäffel a 4 Viertel . . .	139,121	0,6253
England (Großbrittan.)	Quartier = 8 Bushels a 9 Gallons . .	290,781	1,3077
Frankfurt . .	Malter = 4 Simmern a 4 Sechter a 4 Gescheid . .	114,729	0,5159
Frankreich . .	Hektoliter . . .	100	0,4497
Gotha . .	Malter = 2 Schäffel a 2 Viertel a 4 Metzen . .	174,647	0,7353
Griechenland . .	Neuer Kilo = 1 Hektoliter . .	100	0,4497
Hamburg . .	Faß = 2 Himten a 4 Spint a 4 große Maß . .	54,961	0,2471
Hannover . .	Malter = 6 Himten a 4 Metzen	186,91	0,84
Hessen-Darmstadt .	Malter = 4 Simmern a 4 Kumpfen a 4 Gescheid .	128	0,5757
Hessen-Kassel . .	Malter = 4 Viertel a 2 Schäffel a 4 Metzen a 4 Mäßchen .	642,96	0,3614
Holland (Niederlande) .	Last = 30 Zacken oder Mudden [Hektoliter] . .	3000	13,49
Nassau . .	Malter = 4 Simmern a 4 Kumpfen a 4 Gescheid a 4 Mäßchen	100	0,4497
Oesterreich . .	Metzen = 2 Halbe a 2 Viertel a 2 Achtel . . .	61,504	0,2766
Oldenburg . .	Last = 12 Malter a 1½ Tonne a 8 Schäffel a 16 Kannen a 4 Quartier . .	22,801	0,1023
	1 Schäffel . . .		
Italien (Piemont) .	Wie Frankreich . . .	—	—
Preußen . .	Schäffel = 4 Viertel a 4 Metzen	54,961	0,2471
Rheinbayern . .	Meistens nach dem Gewicht .	—	—
Rom . . .	Rubbio = 4 Quartos a 3 Staja . . .	294,46	1,3241
Rußland . .	Tschetwert = 4 Tschetwerik a 4 Tschetwerka . . .	209,9	0,94
Sachsen (Königreich) .	Wispel = 2 Malter a 12 Schäffel a 4 Viertel a 4 Metzen a 4 Mäßchen . . .	103,985	0,4671
	1 Schäffel . . .		

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Maße.	Liter.	Bayerische Schäffel.
Sachsen-Altenburg .	Schäffel = 4 Viertel a 4 Metzen a 4 Mäßchen . . .	146,971	0,6609
Schweden . .	Tonne = 2 Spann a 4 Viertel a 4 Kappar . . .	146,562	0,7415
Schweiz . .	Malter = 10 Viertel a 10 Immi	150	0,6745
Spanien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Türkei . .	Fortin = 4 Kilo . .	35,266	0,1581
Weimar . .	Schäffel = 4 Viertel a 4 Metzen a 5 Maß . . .	75,294	0,346
"	Jenaer Schäffel = 4 Viertel a 4 Maß a 2 Metzen . .	160,12	0,7201
"	Eisenacher Malter = 4 Viertel a 2 Schäffel . . .	304,687	1,3702
Würtemberg . .	Schäffel = 8 Simri a 4 Vierling a 8 Ecklein . . .	177,23	0,7972

Anmerkung.

Aus den obigen Angaben findet man leicht, wie viel Liter oder bayerische Schäffel auf jede andere Einheit der Eintheilung gehen. So z. B. lese man bei Baden: 1 Zuber hat 10 Malter, 1 Malter 10 Sester, 1 Sester, 10 Mäßlein. 1 Zuber hat 1500 Liter oder 24,2844 bayerische Schäffel. Es enthält also z. B. das Malter den 10ten Theil von 1500 Litern oder von 24,2844 bayerischen Schäffeln. Ferner enthält z. B. das Mäßlein den 10 $\times$ 10 $\times$ 10ten, d. h. den 1000ten Theil von 1500 Litern oder von 24,2844 bayerischen Schäffeln oder von 6 $\times$ 24,2844 bayerischen Metzen ꝛc.

Gewichte. VII. Tabelle.

Namen der Städte und Länder.	Namen und Eintheilung der Gewichte.	Gramm.	Bayerische Pfund.
Baden . .	Pfund = 10 Zehnling a 10 Centaß a 10 Dekaß a 10 Aß	500	0,8928
"	(1 Centner = 10 Stein = 100 Pfund) . .		
Bayern . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint. (1 Centner = 100 Pfund)	560	1
Belgien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Braunschweig . .	Pfund = 10 Neuloth a 10 Quint a 10 Halbgramm . .	500	0,8928
"	(1 Centner = 100 Pfund) .		
Bremen . .	Wie Braunschweig . .		
"	(1 Schiffslast = 4000 Pfund) .		
Coburg . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint .	509,996	0,9107
"	(1 Centner = 100 Pfund) .		
Dänemark . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint a 4 Ort a 16 Es a 8 Gran	500	0,8928

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Gewichte.	Gramm.	Bayerische Pfund.
Dänemark	(1 Centner = 100 Pfund. 1 Schiffslast = 5200 Pfund)		
England (Großbrittan.)	Pfund (Avoirdupois oder Handelspfund) = 16 Unzen a 16 Drachmen a 3 Skrupel a 10 Avoirdupois-Grän	453,592	0,8099
"	1 Centner (Hundredweight) = 4 Quarters a 28 Pfund	50802,3	90,7184
"	Tonne (Ton) = 20 Centner = 2240 Pfund	—	
"	Troypfund (Medizinalgewicht und für wissenschaftliche Zwecke, sowie Gold- und Silbergewicht) = 12 Unzen a 20 Pfennig-gewicht a 24 Grän a 20 Mites a 24 Doits a 20 Periots a 24 Blanks	373,241	0,6664
"	(1 Troy-Grän = 0,06479 Gramm)		
Frankfurt	Früher: Pfund Leicht-Gewicht = 32 Loth a 4 Quint	467,711	0,8351
"	(1 Centner = 108 Pfund Leichtgewicht)		
"	Pfund Schwergewicht	505,128	0,902
"	(1 Centner = 100 Pfund Schwergewicht)		
"	Jetzt: Pfund = 32 Loth a 4 Quint a 4 Richtpfennige	500	0,8928
"	(1 Centner = 100 Pfund)		
"	(1 Schiffslast = 2 Tonnen a 20 Centner)		
Frankreich	Kilogramm = 10 Hektogramm a 10 Dekagramm a 10 Gramm	1000,	1,7856
Gotha	Wie Preußen	—	
Griechenland	Neue Mine = 1500 Drachmen a 10 Obolen a 10 Gran	1500	2,6784
"	(1 Tonne = 10 Talente = 100 Minen)		
Hamburg	Wie Braunschweig	—	—
"	(1 Schiffslast = 3 Tonnen a 2000 Pfund)		
Hannover	Wie Braunschweig		
Hessen-Darmstadt	Pfund = 32 Loth a 4 Quint a 4 Richtpfennige	500	0,8928
"	(1 Centner = 100 Pfund)		
Hessen-Kassel	Pfund (Schwergewicht für den Großhandel) = 32 Loth a 4 Quint	484,242	0,8647
"	Pfund (Leichtgewicht für den Kleinhandel) = 32 Loth a 4 Quint	467,812	0,836
"	(1 Ctr. = 108 Pfund für Leicht- und Schwergewicht.)		

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Gewichte.	Gramm.	Bayerische Pfund.
Holland (Niederlande) .	Wie Frankreich . . .	—	—
Lübeck . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint	486,474	0,8656
"	(1 Ctr. = 112 Pfund) .		
"	(1 Schiffslast = 6000 Pfund) .		
Meklenburg-Schwerin .	Neues Gewicht wie Preußen .	—	—
Meiningen . .	Wie Coburg . . .	—	—
Nassau . . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund) .		
Oesterreich . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint .	560,012	1
"	(1 Ctr. = 5 Stein = 100 Pfund) . . .		
Oldenburg . .	Wie Braunschweig . .	—	—
Italien (Piemont) .	Wie Frankreich . . .	—	—
Portugal . .	Libbra = 16 Unzen a 24 Skrupel . .	459	0,819
Preußen . .	Altes Gewicht: Pfund = 32 Loth a 4 Quint . .	467,711	0,8352
"	(1 Ctr. = 100 Pfund. 1 Schiffslast = 4000 Pfund) .		
"	Neues Gewicht: Pfund = 30 Loth a 10 Quint a 10 Zent a 10 Korn . . .	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund) .		
Rheinbayern . .	Pfund = 32 Loth a 4 Quint .	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund) .		
Rom . . .	Libbra (Pfund) = 12 Unzen a 24 Denart a 24 Gramm .	339,073	0,6056
"	(1 Centinajo oder Ctr. = 100 Libbre) . . .		
Rußland . .	Pfund = 96 Solotnik a 96 Doli	409,511	0,732
"	(Schiffspfund oder Berkowetz = 10 Pud a 40 Pfund) .		
Sachsen (Königreich) .	Pfund = 30 Loth a 10 Quent a 10 Cent a 10 Korn .	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund. 1 Schiffspfund = 3 Ctr.) . .		
Sachsen-Altenburg .	Wie Königreich Sachsen . .	—	—
Schweden . .	Schalpfund = 32 Loth a 4 Quint	425,01	0,759
"	(1 Schiffspfund = 20 Liespfund a 20 Schalpfund) . .		
Schweiz . .	Pfund = 32 Loth oder 16 Unzen	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund) .		
Spanien . .	Wie Frankreich . . .	—	—
Türkei . .	Oka = 4000 Dramm oder Drachmen a 64 Grän .	1285,56	2,2956

Namen der Länder und Städte.	Namen und Eintheilung der Gewichte.	Gramm.	Bayerische Pfund.
Türkei . .	(1 Kantar oder Ctr. = 44 Oken oder Rottel) . . .		
Weimar . .	Neues Gewicht wie Preußen .	—	—
Würtemberg . .	Pfund = 32 Loth à 4 Quint à 4 Richtpfennige . .	500	0,8928
"	(1 Ctr. = 100 Pfund) .		

Anmerkung.

Das Zollgewicht ist seit 1840 bei allen Zollämtern des deutschen Zollvereins als amtliches Gewicht eingeführt und später auch von den deutschen Eisenbahnen und Postämtern angenommen worden; außerdem ist es von den meisten deutschen Staaten auch als Handelsgewicht eingeführt. Zum deutschen Zollverein gehören sämmtliche deutsche Staaten mit Ausnahme von Oesterreich, Liechtenstein, den beiden Mecklenburg, Holstein, Hamburg, Bremen und Lübeck.

Gold- und Silbermünzen.

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-Gehalt.	Anzahl der Stücke auf		Werth im						
						30-Thalerfuß.			45-Guldenfuß		52½-Guldenfuß	
				1 Vereins-Pfund fein.	1 Vereins-Mark fein.	Rth.	Sgr.	Pf.	fl.	nkr.	fl.	kr.
	Aegypten rechnet nach Piastern zu 40 Para (1 Beutel = 500 Piaster.)											
Silber	1 Piaster (20, 10, 5, 3, 1½, ¼ im Verhältniß)	1,361	0,842	436,391	204,105	—	2	1	—	10½	—	7⅓
Gold	Stücke zu 100 Piastern (zu 50, 20 im Verhältniß)	8,554	0,874	66,873	31,277							
	Anhaltische Herzogthümer wie Preußen.											
	Baden wie Bayern.											
Silber	Früher: Thalerstücke zu 100 kr. (Stücke zu ½, ¼, 1/10, 1/20, 3/100 Thaler im Verhält.)	18,157	0,875	31,488	14,727	—	28	6,8	1	42,9	1	40
Gold	Früher: Dukaten	3,490	0,986	145,268	67,944	3	6	—	4	79	5	36
	10-Guldenstücke (5-Guldenstücke im Verhält.)	6,878	0,903	80,523	37,661	5	25	—	8	57	10	—
	Pistolen (Ludwigsdor = 5 Thaler)	5,732	0,903	96,627	45,194	4	22	10	7	14	8	20
	10-Thalerstücke (Doppelte Ludwigsdor)	11,463	0,903	48,314	22,597	9	15	8	14	28	16	40
	Bayern rechnet nach Gulden zu 60 Kreuzern à 4 Pfennige à 2 Heller.											
Silber	1 Gulden (2, ½ im Verhältniß)	10,606	0,9	52,382	24½	—	17	2	—	85,9	1	—
	6-Kreuzerstücke	2,598	0,333	577,279	270	—	1	6⅔	—	7,8	—	6
	3-Kreuzerstücke	1,299	0,333	1154,559	540	—	—	9⅓	—	3,9	—	3
	1-Kreuzerstücke	0,835	0,166	3591,962	1680	—	—	3	—	1¼	—	1
	1 Gulden nach dem 52½-Guldenfuß	10,582	0,9	52½	24,555	—	17	2	—	85,9	1	—
	Kronenthaler	29,54	0,872	19,421	9,084	1	16	4,1	2	31,7	2	42
	Vereinsmünzen zu 3½ Gulden	37,12	0,9	14,966	7	2	—	—	3	—	3	30
	Früher: Conventions-Speziesthaler	28,063	0,833	21,381	10	1	12	—	2	5	2	24

Silber.	Jetzige Ausmünzung: Vereinsthaler zu $1\frac{3}{4}$ Gulden [Doppelte im Verhältniß] . .	18,518	0,9	30	14,031	1	—	—	1	50	1	45
Gold.	Jetzige Ausmünzung: Kronen . . .	11,111	0,9	50	23,385	9	6	6	13	$82\frac{4}{7}$	16	8
	[Halbe Kronen im Verhältniß] . . .											
	Früher: Dukaten	3,49	0,986	145,268	67,944	3	6	—	4	$79\frac{6}{7}$	5	36
	Karolinen [$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ im Verhältniß] . . .	9,744	0,771	66,569	31,135	7	1	8	9	$42\frac{6}{7}$	11	—
	Mardor [Doppelte im Verhältniß] . .	6,496	0,771	99,854	46,703	4	5	8	6	$28\frac{4}{7}$	7	20
	Belgien wie Frankreich.											
	Braunschweig rechnet nach Thalern zu 24 guten Groschen à 12 Pfennige.											
Silber.	Wie Preußen. Früher: Speciesthaler . .	28,063	0,833	21,381	10	1	12	2	2	10	2	27
Gold.	Wie Preußen. Früher: Dukaten . .	3,49	0,986	145,268	67,945	3	6	—	4	79,8	5	36
	Pistolen [Wilhelmsdor]	6,682	0,899	83,211	38,919	5	16	7	8	28	9	40
	Pistolen zu 5 Thaler in Gold [2, $\frac{1}{2}$ im Verhält.]	6,611	0,892	84,757	39,642	5	—	—	7	50	8	45
	Bremen rechnet nach Thalern [Goldthaler] zu 72 Groten à 5 Schwarren.											
	Der Thaler ist blos Rechnungsmünze und sein Werth in Silber veränderlich.											
Silber.	Halbe Thaler [$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ im Verhältniß] . .	8,77	0,986	57,813	27,042	—	15	$6\frac{1}{2}$	—	77,8	—	$54\frac{1}{2}$
	Grotenstücke	0,77	0,281	2309,118	1080	—	—	$4\frac{2}{3}$	—	2	—	$1\frac{3}{8}$
Gold.	Goldthaler [fünffache oder Pistolen; halbe Pist. im Verhältniß]	—	—	420	196,438	1	3	—	1	65	1	55
	Kronen zu 8, 4 Thaler Gold; [halbe Kronen im Verhältniß]	11,111	0,9	50	23,385	9	6	6	13	82	16	8
	Dänemark rechnet nach Reichsthalern [Reichsbankthaler] zu 6 Mark à 16 Schilling und nach Speciesthalern [Doppelte Reichsthaler.]											
Silber.	Speciesthaler	28,893	0,875	19,777	$9\frac{1}{4}$	1	15	6	2	27,5	2	$38\frac{1}{2}$
	Reichsthaler oder $\frac{1}{2}$ Speciesthaler . .	14,447	0,875	39,554	$18\frac{1}{2}$	—	22	9	1	13,8	1	$19\frac{5}{8}$
	[$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ Reichsthaler oder beziehungsweise $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$ Speciesthaler im Verhältniß] .											
Gold.	Friederiks und Christiandor [doppelte im Verhält.]	6,642	0,896	84,031	39,302	5	18	—	8	50	9	48

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Sgr	Pf	45-Guldenfuß fl	nkr	52½-Guldenfuß fl	kr
Gold.	Speciesdukaten	3,49	0,979	146,297	68,425	3	6	—	4	$79\frac{6}{7}$	5	30
	Kurantdukaten	3,118	0,875	183,263	85,714	2	16	—	3	77	4	24
	England, Irland und Schottland rechnen nach Pfund Sterling zu 20 Schilling Sterling à 12 Pence oder Pfennig Sterling. Das Pfund Sterling ist Goldwährung.	—	—									
Silber.	Schilling (Sterling)	6,02	0,925	89,79	41,996	—	10	4	—	$51\frac{3}{7}$	—	$35\frac{1}{2}$
	Pennystücke	0,502	0,925	1077,489	503,953	—	—	10	—	4,2	—	3
	Groats zu 4 Penny und halbe im Verhältniß .	2,007	0,925	269,372	125,988	—	3	4	—	16,7	—	$11\frac{2}{3}$
	Kronen zu 5 Schilling ($\frac{1}{2}$ Kronen im Verhältniß)	29,988	0,920	18,120	8,475	1	19	7	2	48,3	2	$53\frac{1}{2}$
	Jetzige Ausmünzung: Kronen zu 5 Schilling Sterling	28,276	0,925	19,117	8,941	1	17	—	2	35,4	2	$44\frac{1}{2}$
	Halbe Kronen zu $2\frac{1}{2}$ Schilling Sterling im Verhältniß											
	Groats zu 4 Pence Sterling (und halbe) .	1,885	0,925	286,75	134,116	—	3	$1\frac{1}{2}$	—	15,7	—	11
	Pennystücke (zu 1 Pfennig Sterling) . .	0,471	0,925	1147	536,464	—	—	9,4	—	3,9	—	$2\frac{3}{4}$
	Florins zu 2 Schilling Sterling . . .	11,31	0,925	47,792	22,353	—	18	$9\frac{1}{2}$	—	94	1	6
Gold.	Sovereign oder Pfund Sterling (5, 2, $\frac{1}{2}$ im Verh.)	7,988	0,916	68,284	31,937	6	25	8	10	$28\frac{4}{7}$	12	—
	Guineen zu 21 Schilling (5, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ Guineen im Verhältniß) . . .	8,387	0,916	65,032	30,416	7	5	—	10	71	12	30
	Frankfurt wie Bayern.											
	Frankreich rechnet nach Franken zu 100 Centimen.											
Silber.	Franken (5, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ im Verhältniß und mit demselben Feingehalt) . . .	5	0,9	111,111	51,968	—	8	$1\frac{1}{5}$	—	$40\frac{1}{2}$	—	28

Gold.	Früher: Livres d'argent . . .	3,655	0,979	139,748	65,362	—	6	$3\frac{1}{2}$	—	32	—	$22\frac{1}{2}$
	20=Frankenstücke [Napoleonsdor] . . .	6,452	0,9	86,111	40,275	5	12	—	8	$5\frac{5}{7}$	9	24
	[Stücke zu 100, 40, 10, 5 Franken im Verhält.]											
	Früher: Neue Louisdor	7,648	0,916	71,315	33,355	6	7	—	9	34	10	54
	Schild=Louisdor	8,064	0,903	68,682	32,123	6	25	—	10	24	11	57
	Griechenland rechnet nach Drachmen zu 100 Leptas.											
Silber.	Drachmen [5, ½, ¼ im Verhältniß und gleichen Feingehalt]	4,477	0,9	124,091	58,039	—	7	2,8	—	$36\frac{1}{2}$	—	$25\frac{1}{3}$
Gold.	20=Drachmenstücke [40 im Verhältniß] . .	5,776	0,9	96,172	44,981	4	23	4	7	14	8	20
	Hamburg rechnet nach:											
Silber.	A. Mark Banko [fingirt] zu 16 Schilling à 12 Pfennige für den größeren Verkehr . .	—	—	59,316	$27\frac{3}{4}$	—	15	2	—	$75\frac{6}{7}$	—	53
	B. Mark Kurant im kleineren Verkehr [2, ½, ¼, ⅛ im Verhältniß] zu 16 Schilling . .	9,171	0,75	72,694	34	—	12	$4\frac{1}{2}$	—	61,9	—	43
	C. Reichsthaler Banko zu 48 Schilling . .	29,232	0,889	19,242	9	1	16	$9\frac{1}{4}$	2	33,9	2	43,7
	Schillinge [½, ¼ im Verhältniß]	1,083	0,375	1231,529	576	—	—	8,8	—	3,6	—	2,6
Gold.	Dukaten	3,49	0,979	146,297	68,425	3	6	—	4	$79\frac{6}{7}$	5	36
	Hannover rechnete früher nach Thalern zu 24 guten Groschen à 12 Pfennige, jetzt den Thaler zu 30 Silbergroschen à 10 Pfennige.											
	Thaler	22,272	0,75	29,933	14	1	—	—	1	50	1	45
	Jetzt in Silber und Gold wie Preußen . .											
Gold.	Früher seit 1834: Pistolen [Wilhelmsdor] .	6,65	0,896	83,932	39,256	5	16	—	8	21	9	42
	Dukaten	3,49	0,986	145,268	67,944	3	6	—	4	79	5	36
	Georgsdor	6,682	0,903	82,891	38,769	5	18	—	8	50	9	48
	Hessen=Darmstadt wie Bayern.											
Silber.	Früher: Kronenthaler	29,501	0,872	19,447	9,095	1	16	3,3	2	31,4	2	42
Gold.	Früher: 10=Guldenstücke [5=Guldenst. im Verhält.]	6,749	0,9	82,316	38,5	5	21	2	8	$57\frac{1}{2}$	9	53
	Hessen=Homburg wie Hessen=Darmstadt.											
	Hessen=Kassel wie Preußen.											
Silber.	Früher: Vereinsmünzen zu 2 Thaler . .	37,12	0,9	14,966	7	2	—	—	3	—	3	30

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Sgr.	Pf.	Werth im 45-Guldenfuß fl.	nkr.	Werth im 52½-Guldenfuß fl.	kr.
Gold.	Früher: Pistolen [Friedrich Wilhelmsdor] .	6,682	0,903	82,891	38,769	5	18	—	8	50	9	48
	Pistolen [Wilhelmsdor]	6,662	0,899	83,449	39,03	5	15	7	8	28	9	40
	Hohenzollern wie Bayern.											
	Holland [Niederlande] rechnet nach Gulden zu 100 Cents.											
Silber.	Seit 1839: A. Reichsmünzen:											
	$2\frac{1}{2}$-Guldenstücke [Thaler] zu 250 Cents . .	25	0,945	21,164	9,899	1	12	6,3	2	$12\frac{5}{8}$	2	$28\frac{5}{8}$
	Guldenstücke zu 100 Cents [Stücke zu 50, 25, 10, 5 Cents im Verhältniß und mit dem nämlichen Feingehalt] . . .	10	0,945	52,91	24,747	—	17	—	—	85	—	59,4
	B. Handelsmünzen:											
	Silberdukaten oder Thaler zu $2\frac{1}{2}$ Gulden .	28,078	0,868	20,514	9,595	1	13	$10\frac{1}{2}$	2	19,2	2	33,5
	Silberruyder oder Dukatons . . .	32,574	0,937	16,388	7,665	1	24	11	2	74,6	3	12,2
	Stücke zu 3 Gulden oder 300 Cents . .	32,298	0,893	17,338	8,109	1	21	11	2	59,6	3	1,7
	Reichsmünzen vor 1839:											
	3-Guldenstücke zu 300 Cents . . .	32,298	0,893	17,338	8,109	1	21	11	2	59,6	3	1,7
	Guldenstücke zu 100 Cents [Stücke zu 50, 25, 10, 5 Cents im Verhältniß] . .	10,766	0,893	52,013	24,327	—	17	$3\frac{2}{3}$	—	86,5	1	$\frac{5}{9}$
	Schillinge zu 26 Stüber [25 Cents] . .	4,959	0,571	176,526	82,563	—	5	$1\frac{1}{6}$	—	25,5	—	$17\frac{6}{7}$
Gold.	Seit 1816: 10-Guldenstücke [Stücke zu 5 Gulden und 20 Gulden im Verhältniß] . .	6,729	0,9	82,561	38,615	5	20	—	8	50	9	56
	Dukaten [doppelte im Verhältniß] . .	3,494	0,983	145,577	68,088	3	6	—	4	79	5	36
	Ryder [halbe im Verhältniß] . . .	9,949	0,916	54,828	25,642	8	17	—	12	71	14	50
	Italien [Piemont] rechnet nach Lire nuove zu 100 Centisimi. 1 Lire = einem französischen Franken.											

Silber.	Lire nuove [Stücke zu 5, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Lire im Verhältniß und mit demselben Feingehalt] .	5	0,9	111,111	51,968	—	8	1,2	—	$40\frac{1}{2}$	—	$28\frac{1}{3}$
	Skudi oder Thaler zu 6 Lire [$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ im Verhältniß und mit demselben Feingehalt] .	35,078	0,902	15,789	7,385	1	27	$\frac{2}{7}$	2	85	3	$19\frac{1}{2}$
Gold.	Stücke zu 10, [20, 50, 100] Lire wie in Frankreich	3,226	0,9	172,222	80	2	21	—	4	3	9	24
	Doppien zu 20 Lire nuove wie die französischen 20-Frankenstücke [2- und 4-fach im Verhältniß]											
	Kirchenstaat rechnet nach Scudi romani zu 10 Paoli à 10 Bajocchi à 5 Quattrini.											
Silber.	Scudi [$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ im Verhältniß und mit dem nämlichen Feingehalt] . . .	26,898	0,9	20,654	9,66	1	13	6	2	17	2	32
Gold.	10-Scudistücke [5, $2\frac{1}{2}$, 1 im Verhältniß . .	17,336	0,9	32,046	14,988	14	19	8	21	71	25	20
	Doppien oder Pistolen [halbe im Verhältniß .	5,47	0,917	99,713	46,637	4	21	3	6	98	8	9
	Zecchinen [2, $\frac{1}{2}$ im Verhältniß] . . .	3,425	1	145,951	68,263	3	6	—	4	80	5	36
	Lippe-Detmold und **Lippe-Schaumburg** wie Preußen.											
Silber.	Früher: Speciesthaler wie Bayern .											
	Lübeck rechnet nach Mark zu 16 Schillingen à 12 Pfennige.											
Silber.	Gegenwärtige Ausmünzung nach dem 14-Thalerfuß oder 35-Markfuße:											
	Thaler zu $2\frac{1}{2}$ Mark Kurant = 40 Schillingen	22,272	0,75	29,933	14	1	—	0,8	1	50,3	1	$45\frac{2}{5}$
	Werth einer Mark-Kurant . . .	—	—	—	—	—	12	—	—	60	—	42
	Schillinge zu $\frac{1}{40}$ Thaler	1,462	0,25	1368,366	640	—	—	$7\frac{7}{8}$	—	3,3	—	2,3
	4 Schillingsstücke (und 8 Schillingsstücke 0,625 gehaltig im Verhältniß) . . .	3,248	0,5	307,882	144	—	2	11,8	—	14,6	—	$10\frac{1}{4}$
	Frühere Ausmünzung nach dem 34-Markfuße:											
	Stücke zu 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ Mark Kurant wie in Hamburg, s. daselbst.											
	Stücke zu 1 Schilling Kurant wie in Hamburg s. daselbst.											
	Speciesthaler zu $3\frac{3}{4}$ Mark Kurant . .	29,232	0,906	19,242	9	1	16	$9\frac{1}{4}$	2	33,9	2	43,7
	Kuranttthaler zu 3 Mark Kurant . .	27,512	0,75	24,231	$11\frac{1}{3}$	1	7	1,7	1	85,7	2	10

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-Gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Sgr	Pf	Werth im 45-Guldenfuß fl	nKr	Werth im 52½-Guldenfuß fl	Kr
Gold.	Speciesdukaten (2, 5, 10 im Verhältniß)	3,49	0,979	146,298	68,425	3	6	—	4	80	5	36
	Mecklenburg-Schwerin rechnet nach Thalern zu 48 Schillingen à 12 Pfennige oder nach Mark zu 16 Schillingen à 12 Pfennige.											
Silber.	Jetzt: Thaler	22,272	0,75	29,933	14	1	—	—	1	50	1	45
	($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ Thalerstücke im Verhältniß) .											
	$\frac{1}{48}$ Thalerstücke oder Schillinge . . .	1,299	0,208	1847,294	864	—	—	$5\frac{5}{6}$	—	2,4	—	1,7
	Neue $\frac{2}{3}$-Thalerstücke seit 1840 . .	12,922	1	38,485	18	—	23	$4\frac{5}{8}$	1	16,9	1	$21\frac{6}{7}$
	Neue $\frac{2}{3}$-Thalerstücke oder Gulden seit 1789 .	17,323	0,75	38,485	18	—	23	$4\frac{5}{8}$	1	16,9	1	$21\frac{6}{7}$
	Schillingsstücke ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ und 4 im Verhältniß) seit 1828	1,113	0,312	1436,784	672	—	—	$7\frac{3}{4}$	—	3,1	—	$2\frac{1}{5}$
Gold.	Pistolen (2 und $\frac{1}{2}$ im Verhältniß) . .	6,659	0,896	83,812	39,2	5	16	7	8	28	9	40
	Mecklenburg-Strelitz rechnet nach Reichsthalern zu 24 guten Groschen oder 48 Schillingen; in Kurant und Scheidemünzen ganz wie Mecklenburg-Schwerin.											
Gold.	Pistolen	6,682	0,902	82,891	38,769	5	18	—	8	50	9	48
	Nassau wie Bayern.											
	Nordamerikanische vereinigte Freistaaten rechnen nach Dollars (Piaster) zu 100 Cents oder zu 10 Dimes à 10 Cents.											
	Dollar (Stücke zu 50, 25, 10, 5 Cents im Verhältniß und mit demselben Feingehalt) . .	26,729	0,9	20,784	9,721	1	12	10	2	$14\frac{2}{7}$	2	30
Gold.	Eagles (Adler) zu 10 Dollars . . .	16,718	0,9	33,231	15,542	14	4	—	21	—	24	30

	($2\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Adler im Verhältniß) .											
	Norwegen rechnet nach Speciesthaler zu 5 Mark à 24 Schillinge.											
Silber.	Speciesthaler ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{15}$ im Verhältniß) .	28,893	0,875	19,777	$9\frac{1}{4}$	1	15	5	2	$26\frac{1}{7}$	2	39
	Oesterreich rechnet nach Gulden zu 100 Neukreuzern.											
Silber.	Vereinsthaler zu $1\frac{1}{2}$ Gulden (doppelte im Verhältniß) .	18,518	0,9	30	14,031	1	—	—	1	50	1	45
	Guldenstücke zu 100 Neukreuzer (doppelte im Verhältniß) .	12,345	0,9	45	21,047	—	20	—	1	—	1	10
	$\frac{1}{4}$ Guldenstücke .	5,342	0,52	180	84,188	—	5	—	—	25	—	$17\frac{1}{2}$
	Stücke zu 10 Neukreuzer (zu 5 Neukreuzer im Verhältniß) .	2	0,5	500	233,855	—	2	—	—	10	—	7
	Früher: Gulden oder halbe Conventionsthaler zu 60 kr. (Stücke zu 20 und 10 kr. mit demselben Feingehalt) .	12,993	0,9	42,761	20	—	21	$\frac{5}{9}$	1	5,2	1	$13\frac{2}{3}$
	2-Guldenstücke oder Conventionsthaler im Verhältniß .											
	6-Kreuzer-Stücke von 1848 und 1849 .	2,227	0,437	513,137	240	—	1	9	—	8,8	—	$6\frac{1}{8}$
	Speciesthaler zu 2 Gulden Conventions-Kurant ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ im Verhältniß)	28,063	0,833	21,38	10	1	12	2	2	10,5	2	$27\frac{1}{3}$
	Kopfstücke zu 20 kr. (Stücke zu 10, 5 und 3 kr. im Verhältniß) .	6,682	0,583	128,284	60	—	7	—	—	35,1	—	$24\frac{1}{2}$
Gold.	Kronen und halbe Kronen wie Preußen .											
	Dukaten (2- und 4-fache im Verhältniß) .	3,490	0,986	145,268	67,944	3	6	—	4	$79\frac{6}{7}$	5	36
	Souveraindor .	5,556	0,917	98,082	45,874	9	17	4	14	$21\frac{3}{7}$	16	35
	Oldenburg wie Preußen. Früher, vor 1857, nach Thalern zu 72 Groten à 5 Schwarren.											
Silber.	Früher: $\frac{1}{3}$ Thaler oder 24 Groten .	7,795	0,625	102,627	48	—	8	9	—	$43\frac{6}{7}$	—	30
	Stücke zu $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ Thaler im Verhältniß .											
	Grote oder $\frac{1}{72}$ Thaler .	0,928	0,219	2463,059	1152	—	—	$4\frac{3}{8}$	—	1,9	—	$1\frac{1}{3}$
Gold.	Früher: Pistolen (2, $\frac{1}{2}$ im Verhältniß) .	6,65	0,896	83,932	39,256	5	14	7	8	21	9	36

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-Gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Werth im 30-Thalerfuß. Sgr	Werth im 30-Thalerfuß. Pf	Werth im 45-fl.-Fuß. fl	Werth im 45-fl.-Fuß. nkr	Werth im $52\frac{1}{2}$-fl.-Fuß. fl	Werth im $52\frac{1}{2}$-fl.-Fuß. kr
	Polen wie Rußland.											
Silber.	Früher: Gulden (2, 5, 10 im Verhältniß) .	4,543	0,593	185,345	86,688	—	4	10,3	—	24,3	—	17
	Reichsthaler zu 6 Gulden ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ im Verhältniß)	23,97	0,691	30,188	14,119	—	29	$9\frac{3}{4}$	1	49,1	1	$44\frac{1}{3}$
	Speciesthaler zu 8 Gulden ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ im Verhältniß)	27,512	0,812	22,367	10,461	1	10	$2\frac{5}{6}$	2	1,2	2	$20\frac{5}{6}$
	Speciesthaler zu 8 Gulden ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ im Verhältniß)	28,063	0,833	21,381	10	1	12	2	2	10,5	2	$27\frac{1}{3}$
Gold.	Früher: Stücke zu 50 Gulden (zu 25 Gulden im Verhältniß) . . .	9,812	0,916	55,589	26	8	12	—	14	42	13	—
	Dukaten	3,49	0,975	146,819	68,669	3	4	5	4	72,6	5	32
	Portugal rechnet nach Milreis zu 1000 Reis.											
Silber.	Kronen oder Milreis ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ im Verhältniß) .	29,613	0,916	18,419	8,615	1	18	7	2	$42\frac{6}{7}$	2	50
Gold.	Goldkronen zu 5000 Reis . .	9,562	0,916	57,045	26,681	8	3	—	12	14	14	10
	Preußen rechnet nach Thalern zu 30 Silbergroschen á 12 Pfennige; früher zu 24 guten Groschen a 12 Pfennige.											
Silber.	Vereinsthaler (doppelte im Verhältniß) . .	18,518	0,9	30	14,031	1	—	—	1	50	1	45
	$\frac{1}{6}$-Thalerstücke	5,342	0,52	180	84,188	—	5	—	—	25	—	$17\frac{1}{2}$
	Silbergroschen ($2\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$ im Verhältniß) .	1,288	0,22	1035	484,081	—	—	12	—	5	—	3,5
	Vor 1857: Thaler zu 30 Silbergroschen nach dem 14-Thalerfuß (2, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ im Verhältniß)	22,272	0,75	29,933	14	1	—	—	1	50	1	45
	Bis 1821: Reichsthaler zu 24 Groschen ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ im Verhältniß) . . .	22,272	0,75	29,933	14	1	—	—	1	50	1	45
Gold.	Kronen und halbe im Verhältniß . .	11,111	0,9	50	23,385	9	6	6	13	$82\frac{4}{7}$	16	8

Gold.	Früher: Friedrichsdor zu 5 Thalern Gold auch Pistolen genannt und gesetzmäßig . .	6,682	0,903	82,891	38,769	5	18	—	8	50	9	48
	Doppelte und halbe im Verhältniß . .											
	Reußische Fürstenthümer wie Preußen.											
	Rußland rechnet nach Rubeln zu 100 Kopeken.											
Silber.	Rubel (Stücke zu 50, 25, 20, 10, 5 Kopeken im Verhältniß und durchaus mit demselben Feingehalt)	20,731	0,868	27,783	12,995	1	2	$4\frac{5}{7}$	1	62	1	$53\frac{3}{8}$
	Stücke zu $1\frac{1}{2}$ Rubel oder = 10 polnischen Gulden (zu 5, 2, 1 Gulden polnisch im Verhältniß)	31,097	0,868	18,522	8,663	1	18	7	2	43	2	50
Gold.	Jetzt: Halbimperialen oder Pistolen zu 5 Rubeln Gold = 5 Rubel 15 Kopeken Silber .	6,544	0,916	83,351	38,984	5	16	3	8	33	9	43
	Imperialdukaten zu 3 Silberrubeln oder 20 polnischen Gulden	3,926	0,916	138,919	64,974	3	7	2	4	77	5	10
	Früher: Imperialen zu 10 Rubeln Gold . .	12,166	0,986	41,676	19,492	11	4	—	16	68	19	29
	Halbimperialen im Verhältniß . . .											
	Sachsen (Königreich) rechnet seit 1841 nach Thalern zu 30 Neugroschen à 10 Pfennige; früher nach Reichsthalern zu 24 guten Groschen á 12 Pfennige.											
Silber.	Jetzt wie Preußen.											
	Früher nach dem Conventions- oder 20-Gulden-Fuße und zwar:											
	Speciesthaler zu $1\frac{1}{3}$ Thaler bis 1838 . .	28,063	0,833	21,381	10	1	12	$1\frac{1}{9}$	2	10,5	2	$27\frac{1}{3}$
	Halbe Speciesthaler oder $\frac{2}{3}$ Thaler = 1 Gulden	14,031	0,833	42,761	20	—	21	$\frac{5}{9}$	1	5,2	1	$13\frac{2}{3}$
	Viertel Speciesthaler oder $\frac{1}{3}$ Thaler = $\frac{1}{2}$ Gulden im Verhältniß											
	($\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$ Thalerstücke im Verhältniß) . .											
Gold.	Jetzt wie Preußen.											
	Früher: Pistolen zu 5 Thalern (2 und $\frac{1}{2}$ im Verhältniß)	6,682	0,903	82,891	38,769	5	16	7	8	28	9	40

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Sgr	Pf	Werth im 45-Guldenfuß fl	nkr	Werth im 52½-Guldenfuß fl	kr
Gold.	Dukaten wie Bayern.											
	Sachsen-Altenburg wie Sachsen (Königr.)											
	Sachsen-Koburg-Gotha wie Bayern.											
	Sachsen-Meiningen-Hildburghausen wie Bayern.											
Silber.	Früher: Gulden im $24\frac{3}{10}$-Guldenfuß	12,831	0,75	51,955	24,3	—	17	$3\frac{5}{6}$	—	86,6	1	$\frac{5}{8}$
	Gulden im 20-Guldenfuß . . .	11,816	0,989	42,761	20	—	21	$\frac{5}{9}$	1	5,2	1	$13\frac{2}{3}$
	Sachsen-Weimar wie Preußen.											
	Schwarzburg-Rudolstadt (Unterherrschaft) und Schwarzburg-Sondershausen wie Preußen.											
	Schwarzburg-Rudolstadt (Oberherrschaft) wie Bayern.											
	Schweden rechnet nach Reichsthalern Reichsmünze zu 100 Oeren.											
Silber.	Stücke zu 4 Reichsthalern Reichsmünze, dem früheren Speciesthaler gleich (Stücke zu 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ im Verhältniß und mit dem nämlichen Feingehalt)	34,007	0,75	19,604	9,169	1	15	11	2	29,5	2	$40\frac{2}{3}$
	Früher: Speciesthaler zu 48 Schillingen ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ im Verhältniß) . . .	34,007	0,75	19,604	9,169	1	15	11	2	29,5	2	$40\frac{2}{3}$
	Bis 1830: Reichsthaler-Species zu 48 Schillingen ($\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$ im Verhältniß) . .	29,275	0,878	19,443	9,093	1	16	$3\frac{1}{2}$	2	31,5	2	42
Gold.	Dukaten (2 und 4 im Verhältniß) . .	3,486	0,975	147,03	68,767	3	6	—	4	74	5	32

	Schweiz; sämmtliche Kantone rechnen nach Franken zu 100 Rappen oder Centimen.											
Silber.	Stücke zu 5 Franken (2, 1, $\frac{1}{2}$, im Verhältniß) wie Frankreich . .											
	Stücke zu 20 Rappen . . .	$3\frac{1}{4}$	0,15	1025,641	479,703	—	—	$10\frac{5}{9}$	—	4,4	—	3,1
	" " 10 " . . .	$2\frac{1}{2}$	0,1	2000	935,422	—	—	5,4	—	$2\frac{1}{4}$	—	$1\frac{5}{9}$
	" " 5 " . . .	$1\frac{2}{3}$	0,05	6000	2806,266	—	—	1,8	—	$\frac{3}{4}$	—	$\frac{1}{2}$
	" " 2 und 1 Rappen in Bronce . .											
Gold.	Wird keines geprägt. Die früheren Pistolen der einzelnen Kantone sind sehr verschieden.											
	Spanien rechnet nach Realen.											
Silber.	Realen	1,315	0,9	422,62	197,664	—	2	2	—	10,6	—	$7\frac{1}{2}$
	Duros zu 20 Realen und halbe Duros oder Escudos im Verhältniß und mit demselben Feingehalt											
	Pesetas zu 4 Realen und halbe Pesetas im Verhältniß und mit demselben Feingehalt											
	Früher: Pesos duros oder harte Silberpiaster ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ im Verhältniß und gleichem Feingehalt)	27,067	0,902	20,462	9,570	1	13	11,8	2	19,9	2	34
Gold.	Dublones de Isabel zu 100 Realen . .	8,335	0,9	66,647	31,171	7	7	—	10	37	12	6
	Goldpiaster	1,693	0,849	347,876	162,705	1	11	10	2	7	2	25
	Onzas de oro oder Quadrupel (4 Piaster) .	26,982	0,868	21,347	9,984	22	7	5	33	3	38	32
	Halbe Onzas oder 2 Piaster; viertel Onzas oder 1 Piaster; achtel Onzas oder $\frac{1}{2}$ Piaster im Verhältniß											
	Südamerikanische Freistaaten rechnen nach Pero de Plata Mexico oder Dollar zu 100 Cents.											
Silber.	Pesos oder Piaster ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ im Verhältniß) dem französischen 5=Frankenstücke gleich											
Gold.	Onzas oder Dublonen	26,982	0,87	21,3	9,962	28	8	—	32	57	38	21

Art des Geldes.	Namen und Eintheilung der Münzen.	Rauh-Gewicht 1 Stückes in Gramm.	Fein-Gehalt.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Pfund fein.	Anzahl der Stücke auf 1 Vereins-Mark fein.	Werth im 30-Thalerfuß. Rth.	Sgr	Pf	45-Guldenfuß fl	nkr	52½-Guldenfuß fl	kr
	Türkei rechnet nach Piastern zu 40 Para à 3 Kurant-Asper oder zu 100 Asper. (1 Beutel = 500 Piaster.)											
Silber.	Piaster (Stücke zu 2, 5, 10, 20 Piastern im Verhältniß und mit demselben Feingehalt) .	1,202	0,83	501,256	234,443	—	1	$9\frac{5}{9}$	—	9	—	$6\frac{2}{7}$
	Frühere Piasterstücke sehr verschieden; z. B.											
	Seit 1818: Türkische Piaster . . .	9,756	0,449	113,936	53,289	—	7	$10\frac{7}{9}$	—	39,5	—	27
Gold.	Stücke zu 100 Piastern (zu 50 im Verhältniß) .	7,216	0,916	75,647	35,381	6	3	10	9	19	10	43
	Waldeck wie Preußen.											
	Würtemberg wie Bayern.											
Gold.	Früher: Dukaten mit festem Kurs . .	3,49	0,986	145,268	67,944	3	8	7	4	92	5	45
	Stücke zu 5 Gulden (zu 10 im Verhältniß) .	3,342	0,893	169,331	67,198	2	25	8	4	28	5	—

Anmerkung.

Die eingeklammerten Ziffern geben die Eintheilung der Münzstücke im Verhältniß zur Anzahl der Stücke auf 1 Vereinspfund und 1 Vereinsmark fein und zum Nennwerthe, bei gleichem Feingehalt (Münzfuß) der kleineren Sorten auch noch im Verhältniß zum Rauhgewicht an. Z. B. bei Frankreich, wo auch die kleinsten Silbermünzen nach demselben Münzfuße geprägt sind wie die größeren, lese man: Franken (5-Frankenstücke, 2-Frankenstücke, ½- und ¼-Frankenstücke im Verhältniß,) so daß z. B. ein ¼-Frankenstück auch nur ¼ vom Rauhgewicht und Nennwerthe des Franken hat und 4 mal so viel auf 1 Vereinspfund oder 1 Vereinsmark gehen als Franken.

Berichtigungen.

Seite 11, Zeile 12 von oben statt §. 21. und 22. lies §. 21. und 20.
„ 14, „ 14 von unten lies: wenn es ohne Rest möglich ist.
„ 15, „ 6 von unten statt $7\frac{1}{2}$ $\frac{23}{4}$ lies $7\frac{1}{2} = \frac{23}{4}$.
„ 22, „ 20 von oben statt $\frac{178}{8}$ lies $\frac{175}{8}$.
„ 27, Beispiel Nro. 6 ist zu streichen.
„ 29, Zeile 1 von oben statt $\frac{2}{597,25}$ lies $\frac{12}{597,25}$.
„ 32, „ 18 von oben das letzte Multiplikationszeichen ist mit dem vorletzten Gleichheitszeichen dieser Zeile zu vertauschen.
„ 34, „ 2 von oben statt 6508,15 lies 6508,16.
„ 37, im 2. Beispiel statt 138,8 und 1,388 lies 138,3 ... und 1,383 ...
„ 41, Zeile 6 von oben statt Figur 2 lies Figur 3.
„ 46, „ 5 von oben statt gleich dem Gewicht lies ist gleich dem Gewicht.
„ 118, „ 19 von unten „entweder“ ist zu streichen.
„ 121, „ 19 von unten statt 1200′ lies 1020′.

Fig. 1.

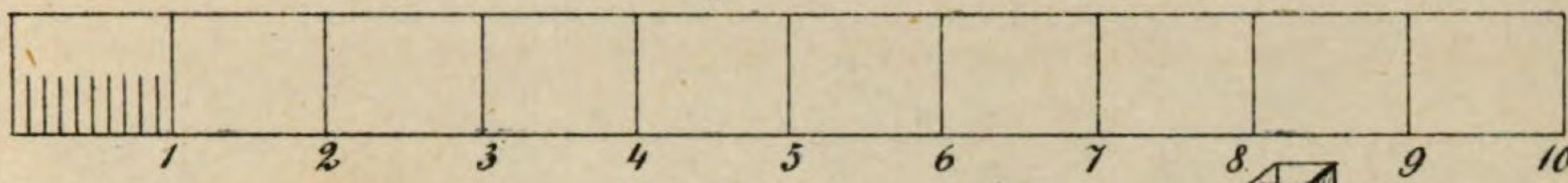


Fig. 2.

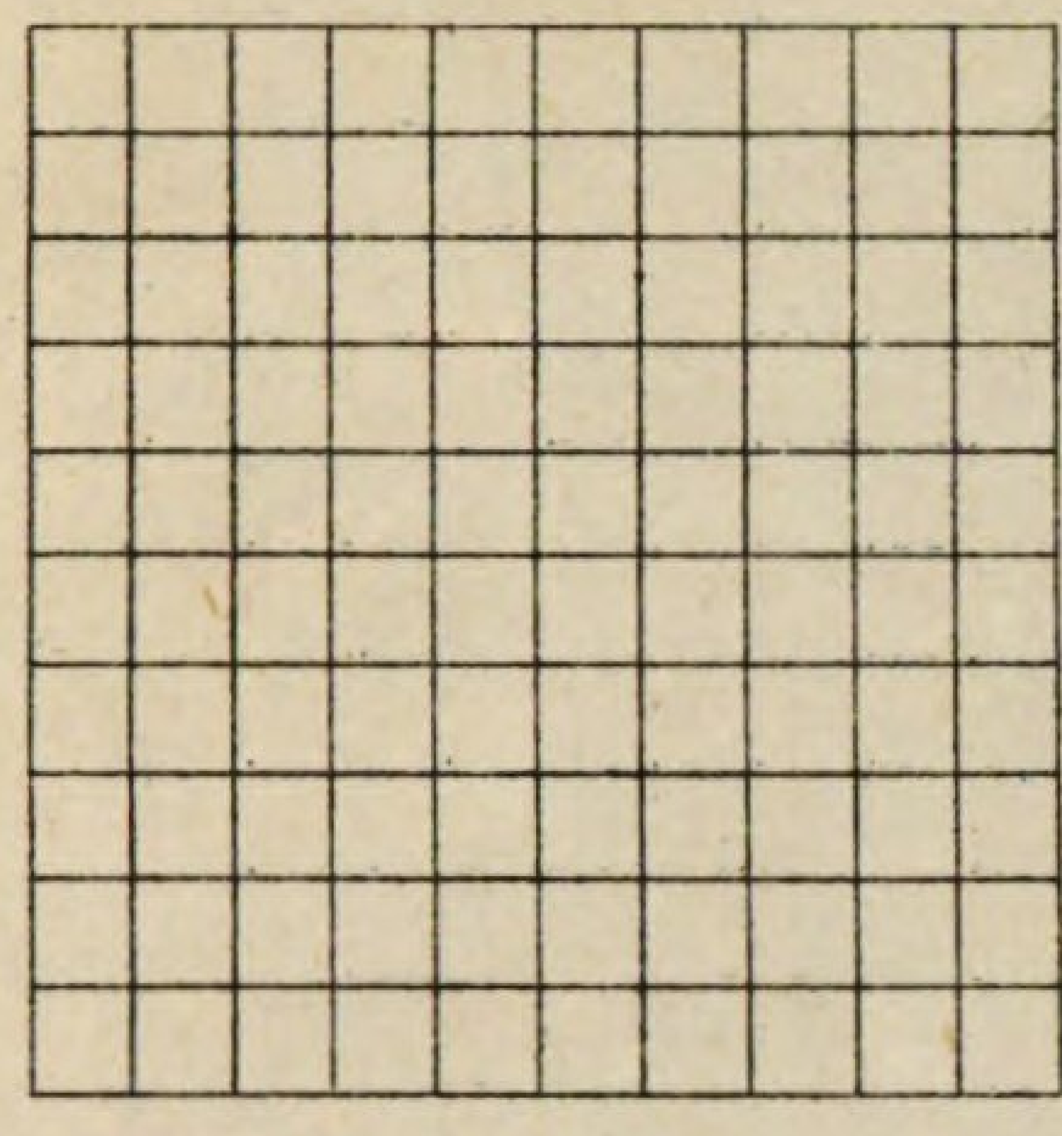


Fig. 3.

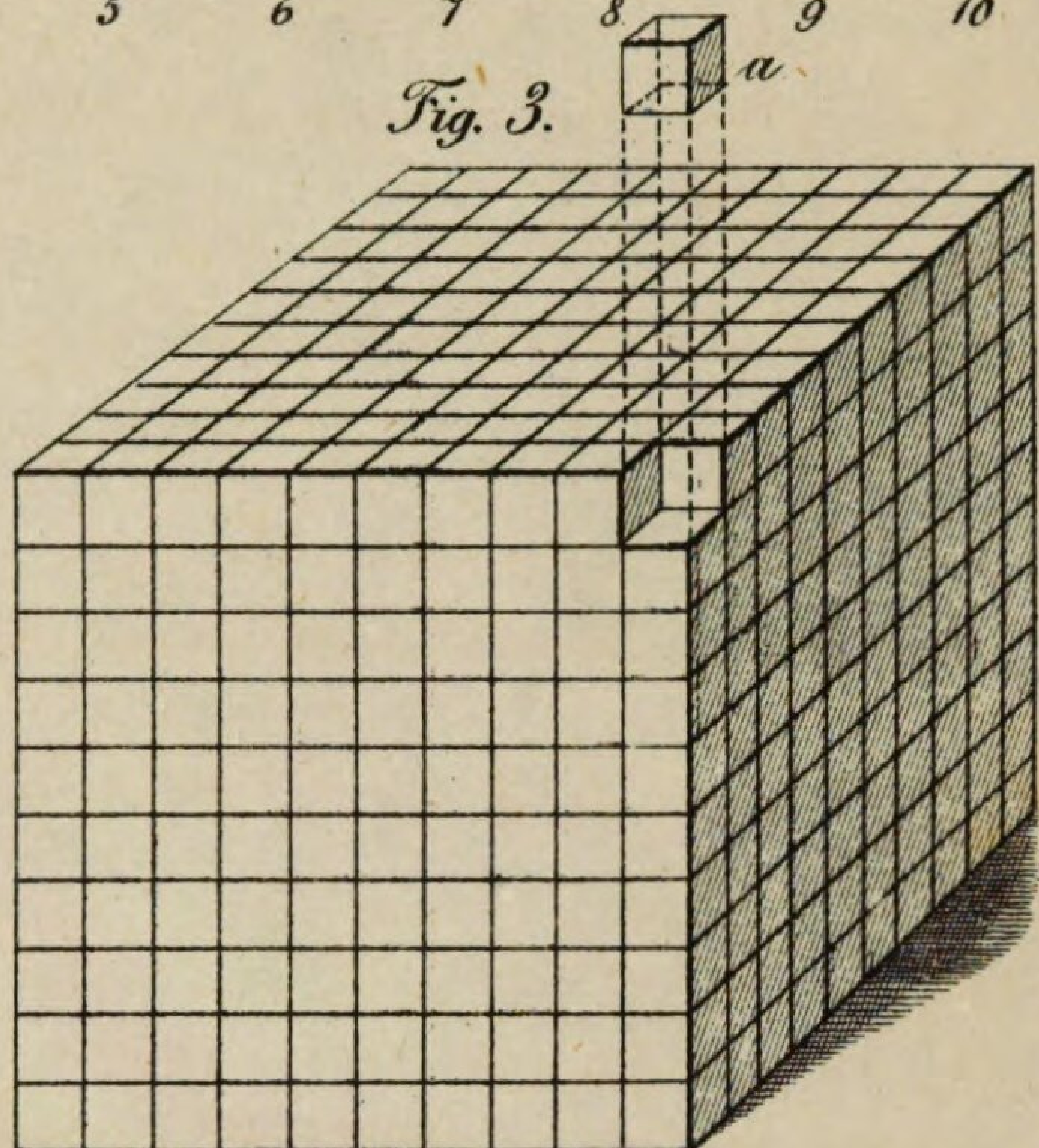


Fig. 10.

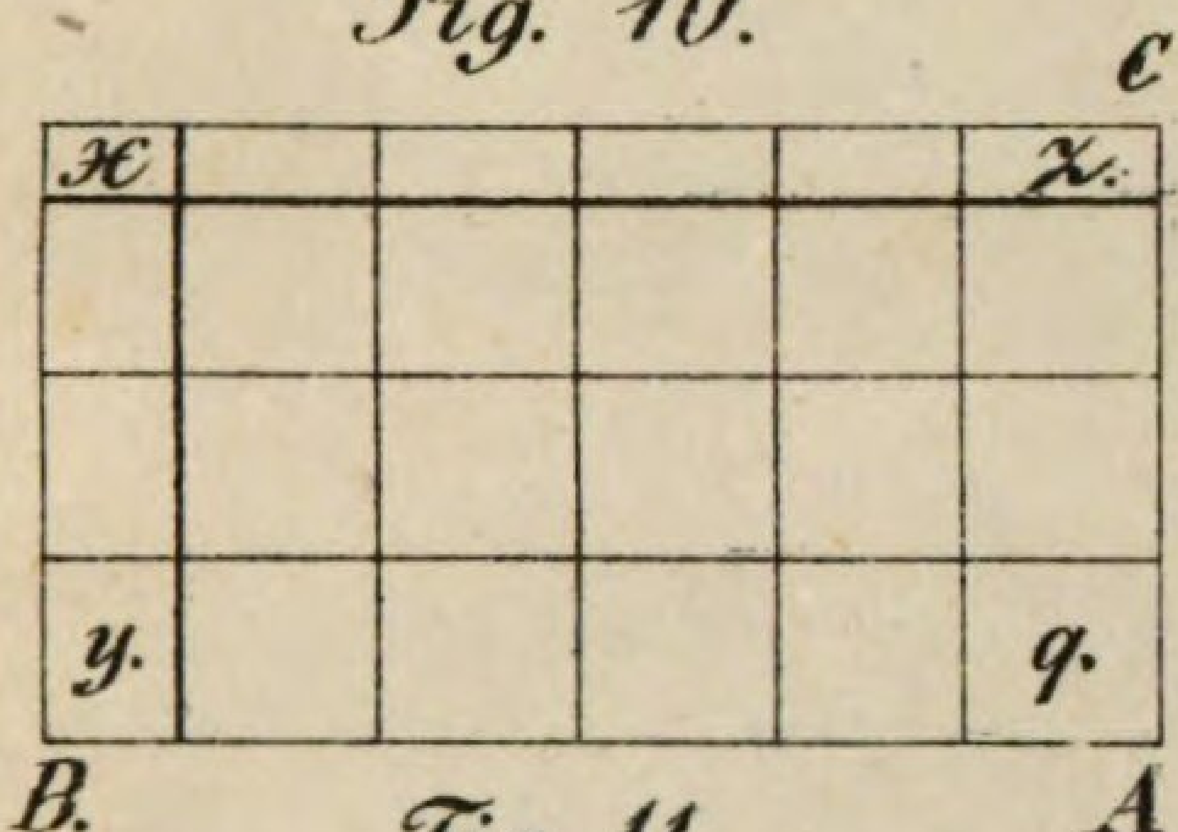


Fig. 12.

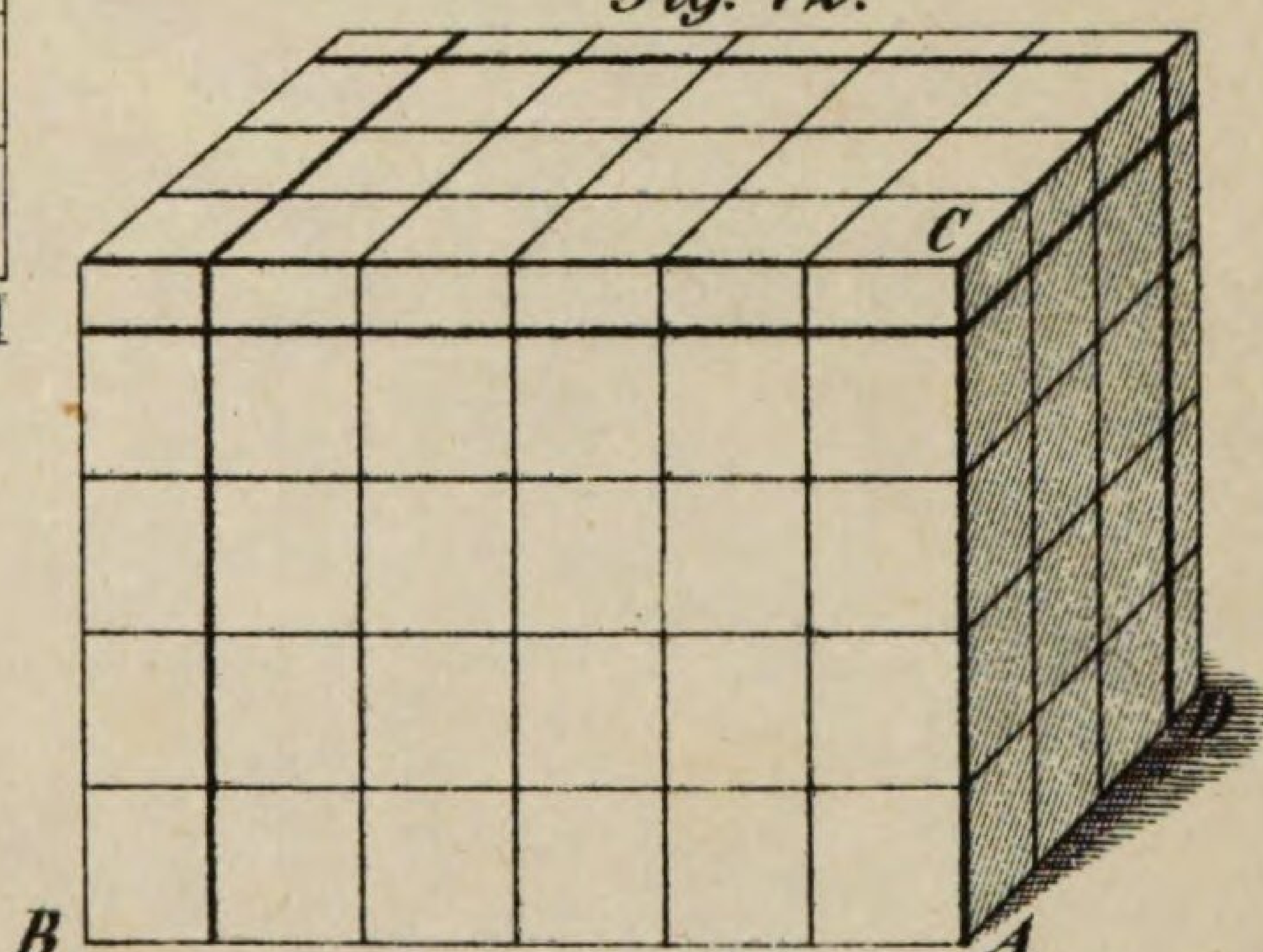
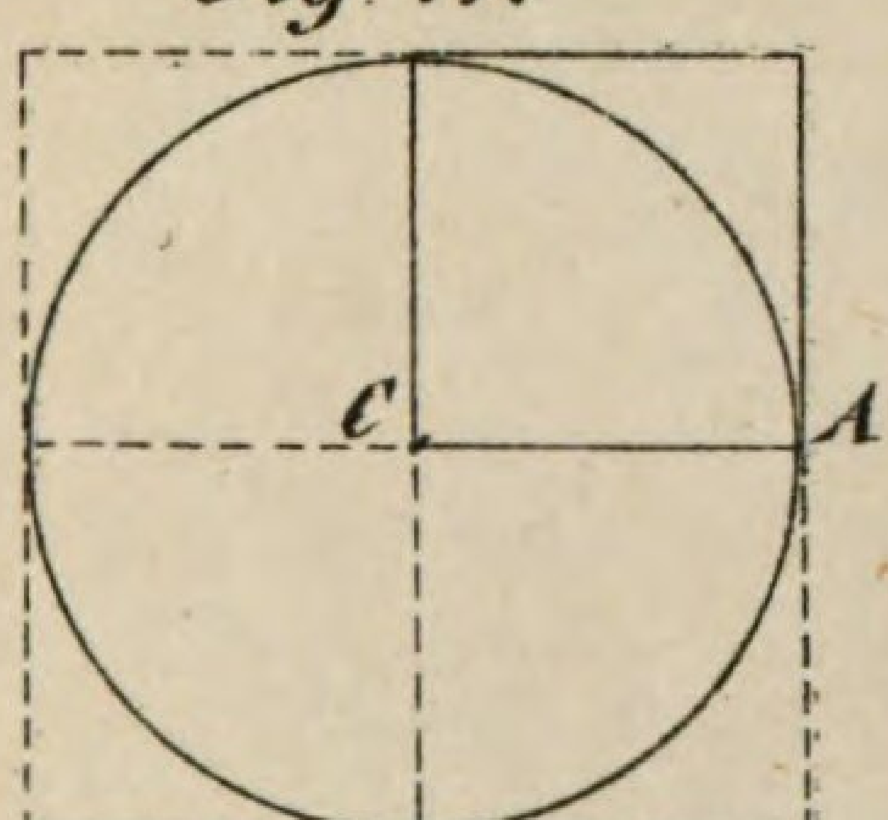


Fig. 11.



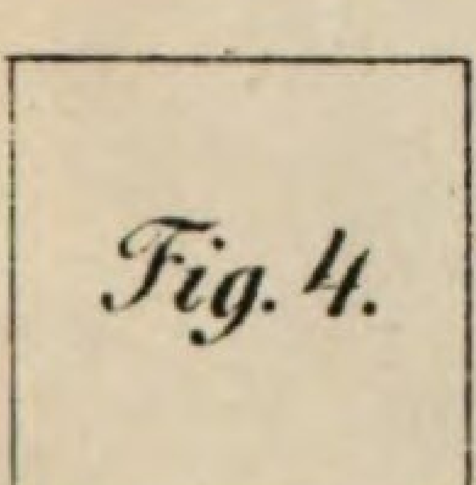


Fig. 4.

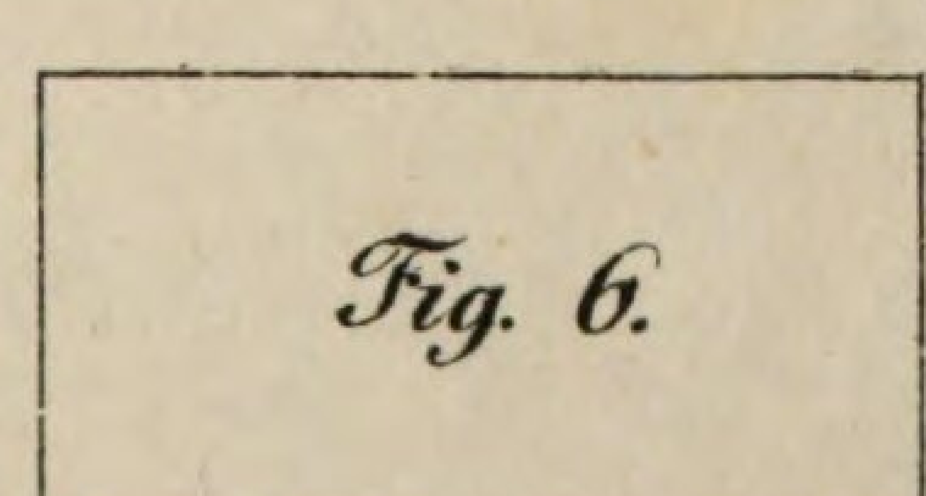


Fig. 6.

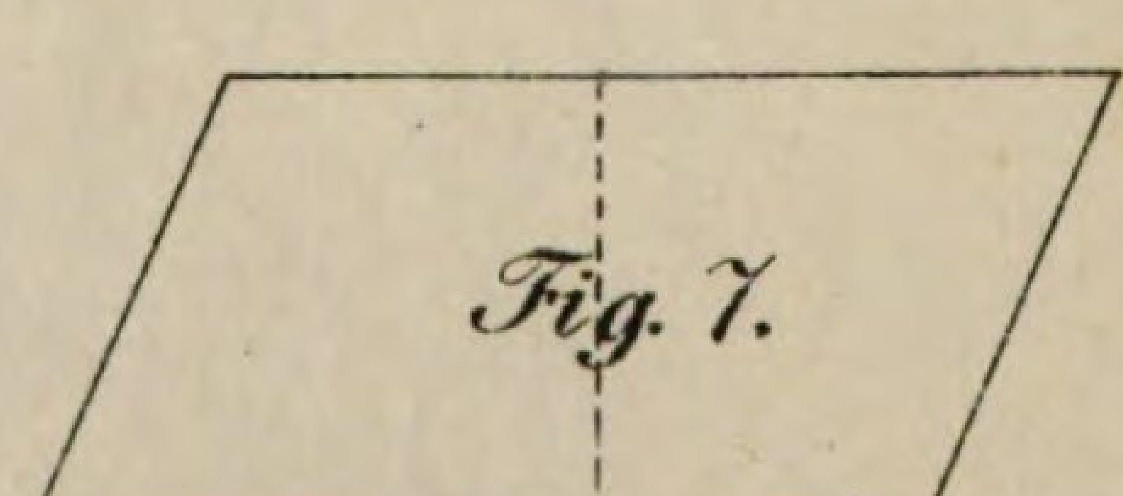


Fig. 7.

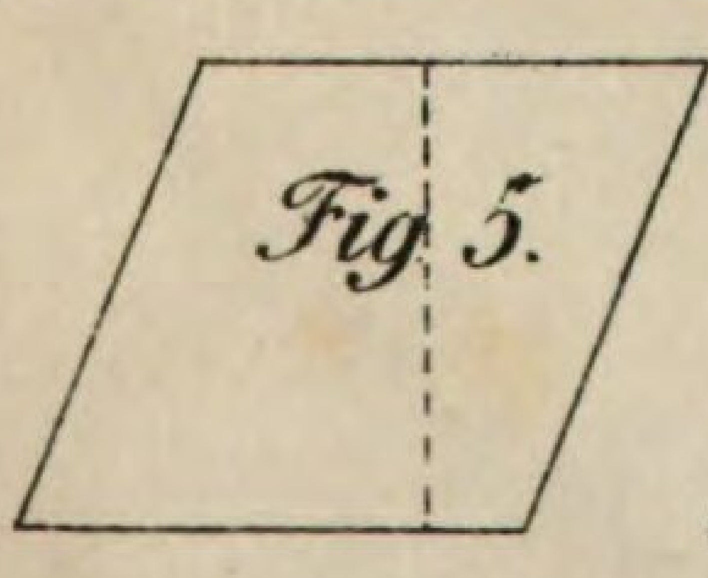


Fig. 5.

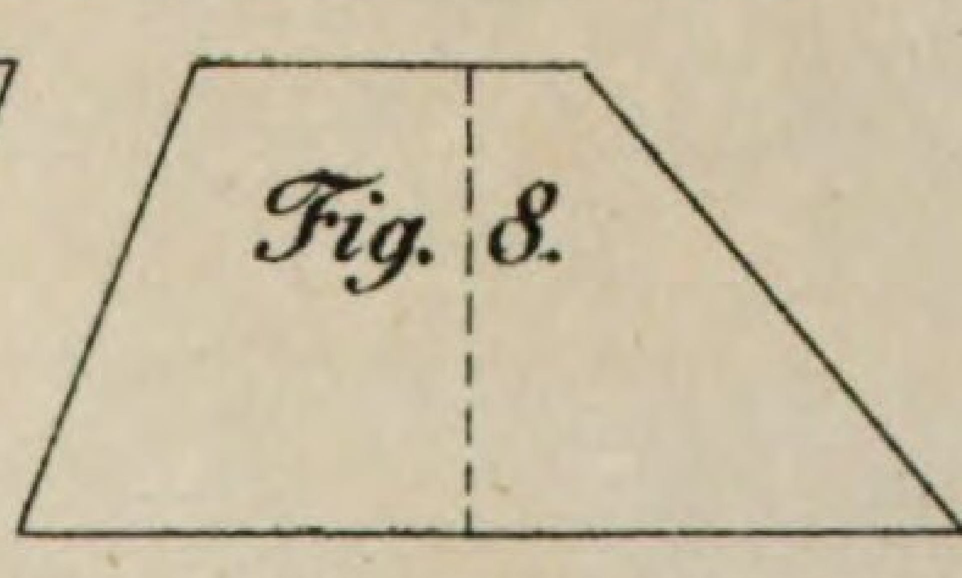


Fig. 8.

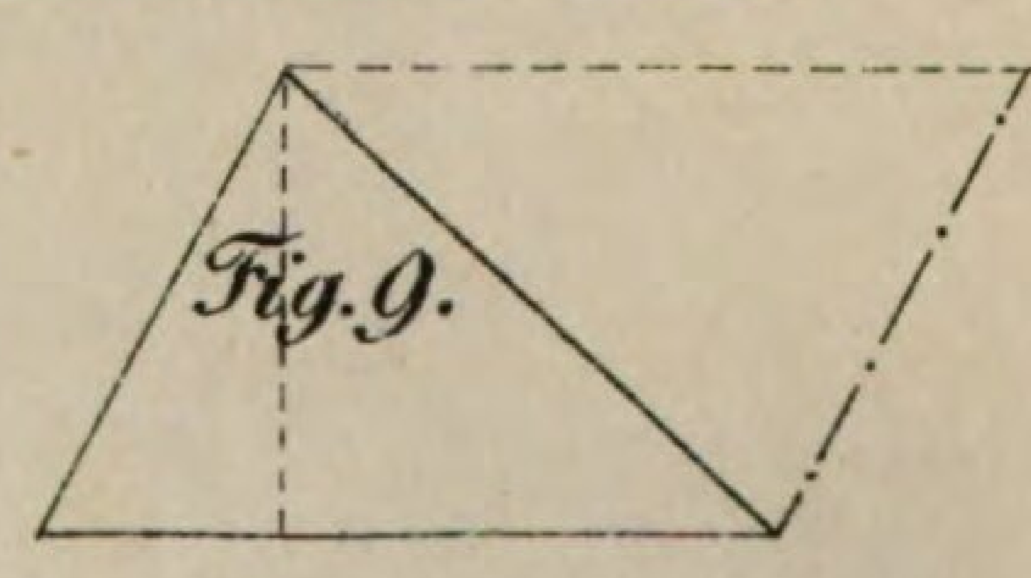


Fig. 9.